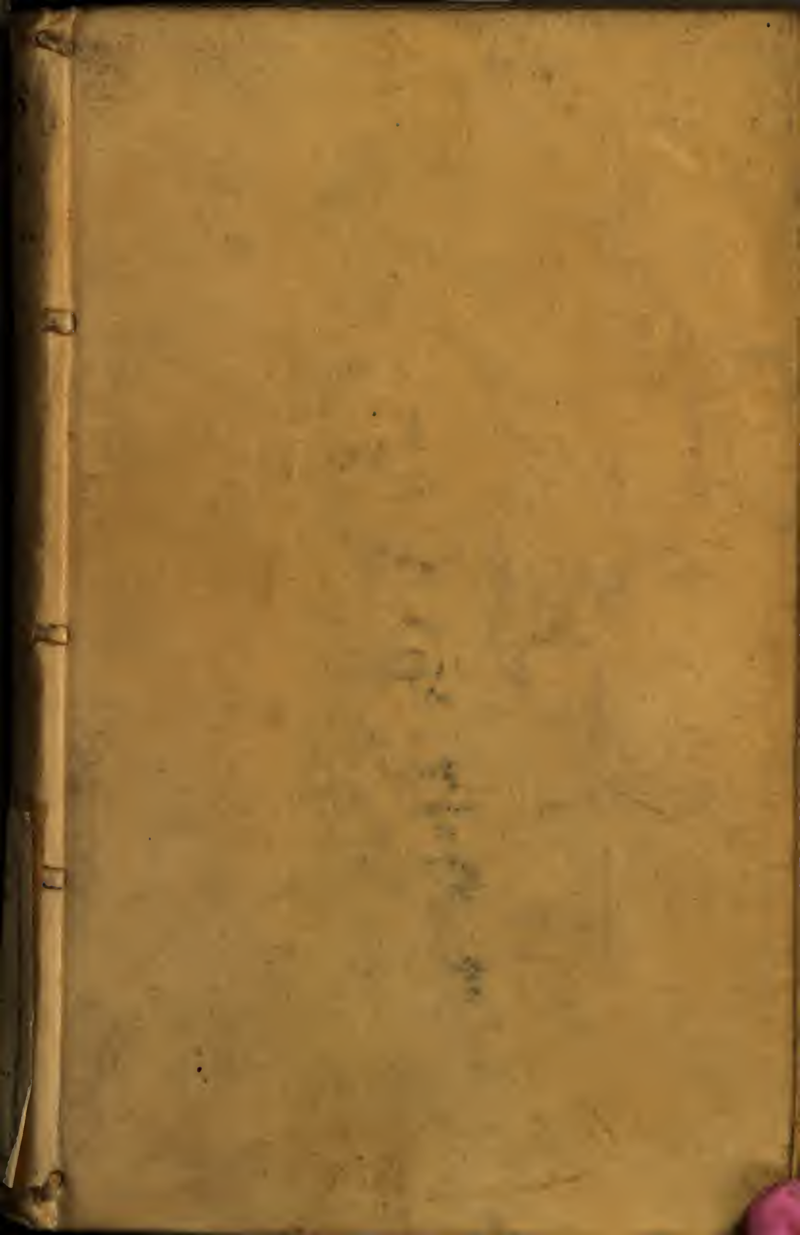


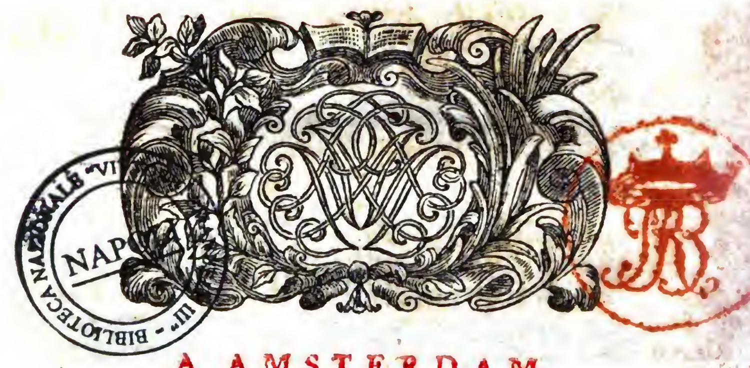


SUITE DES MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

Tirés des Registres

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

DE L'ANNÉE M. DCCXLI.



A AMSTERDAM,

Chez PIERRE MORTIER,

M. DCCXLVI.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.



SUITE DES

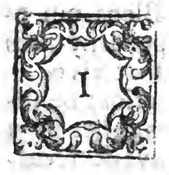
MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

DE L'ANNÉE M. D. CC. XLI.

* *OBSERVATIONS BOTANICO-METEOROLOGIQUES* * Pag. 149. in 4.

Pour l'Année 1740.

Par Mr. DU HAMEL.



IL est certain que les biens de la campagne, ces biens si nécessaires qu'on peut les regarder comme les seuls vrais biens, les Bleds, les Vins, les Chanvres, les Fruits, les Bois, &c. ne viennent pas tous les ans aussi abondamment ni

d'auſſi bonne qualité, & l'on ſait en général que ces variétés dépendent de la différente température des ſaiſons.

Mais ces connoiſſances générales ne ſuffiſent pas, & on conviendra qu'il ſeroit également utile pour l'Agriculture & pour la Phyſique, de connoître plus poſitivement le rapport qu'il y a entre la température des ſaiſons & les productions de la terre.

On ſent de reſte que la connoiſſance de ce rapport peut dans la ſuite conduire inſenſiblement à celle des principaux phénomènes de la Végétation, de même qu'à appercevoir l'effet que telle ou telle circonſtance dans les ſaiſons peut produire ſur les Végétaux. Or dans quantité de cas de cette eſpèce il eſt ſouvent très avantageux de prévoir, ne fût-ce qu'à peu-près, puiſque quelquefois on ſera à portée de prévenir une partie des accidens, & que dans d'autres cas on s'épargnera bien des inquiétudes: en voici des exemples.

A peine cet Automne 1740 les Bleds ont-ils été en terre, qu'il eſt ſurvenu des gelées aſſez vives pour la ſaiſon; on craignoit qu'elles ne devinſſent plus conſidérables & qu'elles ne fiſſent du tort aux Bleds, qui n'étoient que germés, mais on avoit de quoi calmer ſon inquiétude, quand on ſavoit que l'Hiver dernier 1740 il y a eu beaucoup de Bleds qui étant en cet état, ont ſupporté pendant près de deux mois & demi une gelée fort vive.

* Pag. 350. in 4.
* Il faut avouer que nos obſervations ne ſeront pas toujours auſſi conſolantes, elles nous annonceront quelquefois une mauvaiſe recolte de Bleds ou de Vins, &c. mais c'eſt le cas

ou

où la prévoyance devient infiniment plus utile, puisqu'elle peut nous mettre en état de prévenir les grandes disettes, quelquefois, si la saison le permet, en semant des menus grains en abondance, comme on l'a fait avec un succès prodigieux en 1709, ou quand la saison sera trop avancée, en se précautionnant de Bleds étrangers, comme on l'a fait en 1738.

Outre ces vues d'utilité qui peuvent s'étendre fort loin, j'ai lieu d'espérer que le Journal que j'entreprends, sera intéressant; on ne peut être indifférent sur ce qui regarde les biens de la campagne, & ne pas souhaiter d'en avoir l'histoire.

Mais il est plus difficile de la bien suivre cette histoire, qu'on ne se l'imagine d'abord.

L'Observateur le plus axact, le Physicien le plus éclairé (car pour cet ouvrage il faudroit être l'un & l'autre) ne pourra rendre compte que de ce qui sera arrivé dans une Province où il aura été à portée de faire ses observations; & qu'est-ce que l'étendue d'une Province en comparaison de celle du Royaume? Souvent il fait fort doux en Provence, pendant qu'il gèle très fort à l'autre extrémité du Royaume; quelquefois on se plaint dans un canton de l'abondance des pluies, pendant qu'on en desire dans un autre. Toutes ces choses & mille autres circonstances qui varient suivant les lieux, influent néanmoins beaucoup sur les productions de la tere, c'est pour cela qu'on voit (cette année, par exemple) les recoltes très abondantes en Langue-

doc, pendant quelles ſont fort médiocres dans le centre du Royaume.

Ce que je viens de dire, prouve que pour rendre cette hiſtoire complète, il faut avoir dans toutes les Provinces du Royaume, des Correſpondans exacts & éclairés. Un Particulier ne pourroit guère eſpérer de tels ſecours, mais l'Académie a lieu de les attendre de ſes Correſpondans; ils ont les connoiſſances néceſſaires, ils ſont répandus dans * pluſieurs Provinces, & les obſervations météorologiques & aſtronomiques que l'Académie reçoit de tous côtés, me font eſpérer que la plupart de ces Correſpondans ſe chargeront avec plaiſir de lui envoyer les autres obſervations dont elle témoignera avoir beſoin.

* Pag. 171. in 4.

Je vais rapporter celles que j'ai faites dans nos terres auprès de Pluviers, ville ſituée entre la Beauce & le Gâtinois, ce ſera une invitation pour ceux qui voudront bien s'intéreſſer à la perfection de cet Ouvrage; & comme mon Journal pourra leur fournir des idées, j'ai cru qu'il étoit à propos de l'étendre plus que je ne compte le faire dans la ſuite, pour qu'on puiſſe mieux comprendre les vues de ce travail.

AUTOMNE 1739.

Pour rendre plus complète, l'hiſtoire des Bleds qu'on vient de recueillir, je me trouve obligé de dire quelque choſe de l'Automne de 1739.

Les pluies qui ont été très fréquentes dans cette ſaiſon, ont beaucoup retardé les ſemailles;

les; on a femé jufqu'aux dernières femaines de l'Avent, & il y a eu beaucoup de terres fortes & argilleufes qui n'ont pas été enfemencées.

Les bleds les prémiers faits ont levé affez bien, quelques-uns feulement étoient un peu clairs, ce qu'on attribuoit à ce que la terre étant, comme l'on dit, en *mortier*, toute la femence n'avoit pas été enterrée, & les Pigeons, les Corneilles & les autres oifeaux en avoient mangé une partie.

A la fin de Décembre il y avoit beaucoup de bleds qui ne faifoient que lever, & d'autres n'étoient point encore fortis de terre.

JANVIER 1740.

Le 1er & le 2 Janvier il gela affez fort pour empêcher qu'on pût travailler à la terre, & les arbres furent chargés de beaucoup de givre.

Le 4 le tems s'adoucit un peu, & le 5 il tomba une pluie douce qui diffipa tout le givre, & qui dégela la terre * en quelques endroits; mais il y en eut d'autres où il reftoit encore de la gelée au fond de la terre.

* Pag. 152. in 4.

La nuit du 5 au 6 la gelée reprit fi fort, que dès le 6 on pouvoit traverfer les bleds à cheval & même en voiture fans enfoncer. Voilà ce qu'on appelle véritablement un faux dégel, qui mettoit beaucoup de bleds dans les circonftances en apparence les plus fâcheufes; car, comme nous l'avons dit, 1. les terres étoient très humectées, quantité de pièces de bled

bled étoient à moitié couvertes par des mares d'eau.

2. Beaucoup de bleds ne faisoient que lever, & il y en avoit qui ne l'étoient pas encore.

3. La gelée prenoit tout d'un coup très vivement.

4. Il y avoit des endroits où le bled étoit entre deux glaces.

5. Enfin il n'y avoit point de neige qui pût mettre ces bleds à l'abri; néanmoins cette gelée dura tout le mois de Janvier, & fut même assez forte le 9, le 10 & le 11 pour faire descendre le Thermomètre de Mr. de Réaumur à 10 dégrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de la congélation.

FEVRIER.

Tout le mois de Février la gelée continua à peu-près de la même force; sur la fin cependant la chaleur du Soleil qui commençoit à s'élever sur l'horison, dégéloit sur le haut du jour la superficie de la terre, mais elle regéloit la nuit, ce qui formoit un verglas qu'on sait être ordinairement très préjudiciable aux Végétaux.

Il y avoit des jours où le tems paroissoit s'adoucir, il sortoit des murailles un peu d'humidité qui se congéloit à leur surface, puis il tomboit un peu de neige, & bientot le froid devenoit aussi vif qu'auparavant.

Il y a eu des endroits où il s'est conservé un peu de neige sur les bleds, mais dans d'autres, & en particulier aux environs de Pluviers, le Soleil faisoit fondre le peu qui en étoit

étoit tombé, & la terre restoit entierement découverte, ce qui fait que le Gibier n'a point souffert.

* Cependant la durée de la gelée & les autres circonstances que j'ai rapportées, causoient beaucoup d'inquiétude; les Fermiers alloient visiter leurs terres, & n'y appercevoient pas plus de bled que si elles n'avoient pas été ensemencées; en se mettant à terre les meilleurs yeux appercevoient seulement un peu de verd qui étoit au milieu de quelques feuilles mortes. * Pag. 153. in 4.

Mais que devoit devenir cet atome de verdure après le dégel? Pour essayer de le découvrir, on leva à grands coups de pioche des mottes de terre, on les mit dans des Caves, & quand elles furent dégelées, on apperçut à chaque brin de bled une petite racine vive & un peu de verd, d'où on conclut que les bleds n'étoient pas péris.

La conséquence étoit bonne, elle a été constatée par l'évènement; mais le bled doit taler pendant l'Hiver, il doit pousser beaucoup de racines en terre, & il se doit former une espèce d'oignon ou une grosseur à l'endroit où les feuilles se joignent aux racines; tout cela n'étoit point, & on verra dans la suite que c'est là une des causes de la médiocrité de la recolte.

MARS.

Environ le 4 de Mars il s'éleva un vent de Nord très froid, qui parut faire plus de tort à plusieurs de nos plantes, & particulierement

à nos jeunes Cyprès, que n'avoient fait les gelées précédentes.

Le 9 Mars le vent tourna au Sud, il tomba une petite pluie fine, & la terre se dégéla très doucement, il plut très peu. L'humidité ne fut pas aussi considérable qu'elle l'est ordinairement dans les vrais dégels, les murailles ne suèrent presque pas. Peut-être est-on redevable de la conservation de bien des choses à la douceur de ce dégel, car il est certain que les desordres que produisent les gelées, dépendent beaucoup des dégels; nous en avons rapporté beaucoup d'exemples en 1738 dans le Mémoire que nous avons donné Mr. de Buffon & moi sur les effets des gelées d'Hiver & du * Printems, & je ne crois pas devoir négliger de rapporter une observation de même genre, que le hasard m'a fournie cette année.

* Pag. 154. in 4.

On avoit oublié une quantité de Pommes assez considérable dans un grénier, où elles n'étoient en aucune façon à l'abri de la gelée. Il n'est pas douteux qu'elles ont été près de deux mois dures comme des pierres, & gelées jusqu'au cœur; cependant à la Pentecôte elles étoient aussi belles & aussi saines que celles qu'on avoit conservées avec beaucoup de soin dans la fruiterie. Il est bon de remarquer que ces Pommes étoient d'une espèce qui a toujours un gout de sauvageon, & qui se garde très longtems; car peut-être la Reinette & d'autres espèces de Pommes plus délicates auroient-elles été plus endommagées par la gelée.

On juge bien que les productions de la campagne

pagne étoient très retardées, les ouvrages l'étoient aussi, & au 15 du mois il n'y avoit presque point de terres labourées pour les Mars; cependant les Fermiers ayant augmenté le nombre de leurs chevaux, & le tems ayant continué à être au beau, presque toutes les terres ont été semées à tems, il y a même eu des Fermiers qui ont retourné quelques-unes de leurs pièces de bleds qui étoient dans des fonds, pour y mettre de l'Orge, dont la recolte leur a été plus avantageuse que celle de leurs meilleures pièces de bleds.

Malgré le dérangement des saisons, on a vu des Hirondelles les prémiers jours de Mars, mais il en est mort beaucoup, faute de nourriture, ce qui n'est pas seulement arrivé aux environs de Paris & de Pluviers, mais encore en plusieurs Provinces éloignées, suivant les observations qui en ont été envoyées à Mr. de Réaumur.

C'est vers la fin du mois qu'on a commencé à bien connoître les desordres que la gelée avoit occasionnés; j'ai cru devoir les rapporter ici un peu au long en faveur de ceux qui prennent plaisir à cultiver & à multiplier des Arbres & des Arbustes de toute espèce. Cette partie d'Agriculture est trop louable & trop utile à la Société, pour qu'on * néglige de préter des secours à ceux qui l'ont choisie entre tant d'autres qui, comme les Fleurs, n'ont que l'amusement pour objet.

* Pag. 155. in 4.

Ceux qui veulent élever des Arbres, ou rares dans ce païs, ou étrangers, ont ordinairement pour guide une petite brochure, qui a pour tire, *Catalogue des Arbres & des Arbustes*

bustes qui se peuvent élever en pleine terre aux environs de Paris. On a compris dans ce Catalogue sans distinction les Arbres qui passent communément l'Hiver en pleine terre sans être endommagés par la gelée, quoiqu'on n'apporte aucune précaution pour les en garantir, & ceux qui ne le passent qu'à de bons abris & avec quelques précautions. L'Hiver qu'on vient d'essuyer, étant un fort Hiver, sans cependant être de ces Hivers rares à qui rien ne résiste, tel que celui de 1709, j'ai cru qu'il étoit très propre à faire distinguer les Arbres & les Arbustes qui ne craignent point les grands Hivers, de ceux qui ont besoin de quelques précautions pour les supporter; & pour donner quelque chose de plus certain, j'ai réuni ici les observations que M.rs de Buffon & Bernard de Jussieu ont faites au Jardin du Roi, celles que le Frère Philippe, Chartreux, a faites à Paris dans les Jardins de sa Maison, & celles qui j'ai faites dans les nôtres aux environs de Pluviers.

Outre les arbres des Forêts & des Vergers qu'on fait résister à presque tous les Hivers, en voici une assez grande quantité qui n'ont point non plus été endommagés par la longue gelée du dernier Hiver; le Xylosteon, l'Agnus castus, l'Erelle, les Thymelea, les Tuïa, les Thérébinthes, les Tamarisques, le Liège, les Spirea, les Sabines, les Ramnoïdes, les Philirea, les Faseoloïdes, le Periclymenum, le Pavia, le Paliurus, les Acacia de Caroline & de Virginie, le Benjoin, le Pourpier maritime, le Catalpa, celui des Chartreux a perdu quelques branches, le Bignonia à feuilles de Frêne,

ne, le Micacoulier, les différentes espèces de Clematitis, la Diervilla, l'Eleagnus, le faux Gayac, le Pavia, les Cèdres de Virginie, le Ketmia ordinaire, la Melaize, le Menispermum * ou Lière de Canada, le Bonduc, les Lauriers-cerises & les Lauriers-francs, qui ont été un peu à l'abri du vent; les gros Tulipiers du Jardin du Roi n'ont pas souffert, mais les jeunes sont morts aux Chartreux; il en a été de même des Lauriers-tulipiers. Je n'ai perdu aucun arbre de Judée, quoique j'en eusse de fort petits, il en a été de même au Jardin du Roi, cependant il en est mort plusieurs jeunes aux Chartreux: les gros Pins n'ont pas souffert, mais les petits sont presque tous morts, j'en ai seulement réchappé quelques-uns de ceux qu'on appelle le *Pin maritime*; l'Arbousier, moyennant une légère couverture, a résisté dans le Jardin des Chartreux, mais il est mort dans celui du Roi, jusqu'aux racines, qui ont repoussé au Printems; les gros Barba-Jovis ont résisté au Jardin du Roi, mais les petits ont péri & au Jardin du Roi & aux Chartreux; tous les Chévrefeuilles, même celui qui est toujours verd, ont résisté, ils ont seulement perdu beaucoup de menues branches. Les Cèdres du Liban qui étoient en place depuis plusieurs années, ont bien résisté, mais les jeunes des Chartreux qui étoient nouvellement plantés, ont péri; les Grénadilles ont péri seulement jusqu'au rés de terre, il en a été de même du Coriaria, cependant il y a eu quelques pieds qui ont péri entierement. Les jeunes pieds d'Alaterne & ceux qui avoient été replantés, sont

* Pag. 156. in 4.

ſont morts, mais les gros pieds ont réſiſté. Les Jaſminoïdes de la grande & de la petite eſpèce, étant en eſpalier & bien en racines, ont ſeulement perdu quelques branches; il en a été de même du Genêt d'Eſpagne, de l'Emerus & du Jaſmin blanc, mais le Jaſmin jaune commun & celui d'Italie n'ont pas ſouffert. Quelques Azédaracs ſont morts entierement, & d'autres n'ont perdu que leurs branches; les pieds de Futet qui étoient un peu gros, n'ont pas ſouffert, mais les jeunes ſont morts juſqu'aux racines; l'arbre de Cire eſt mort juſqu'aux racines.

Les Oliviers, qui étoient en eſpaliers & un peu couverts, n'ont pas péri, mais les autres ſont morts; les Grénadiers en eſpalier n'ont pas ſouffert; pluſieurs Lauriers Aléxandrins ſont morts, il en a été de même des Cénéſons de Virginie.

* Pag. 157. in 4. * Les Lauriers-thyms ont perdu pluſieurs de leurs branches; les Figuiers qui n'ont pas été couverts, ont perdu beaucoup de jeune bois, ſur-tout ceux qui donnent des Figues violettes; pluſieurs Jardiniers les ont cru gelés juſqu'aux racines, & les ont coupés, mais ils ont eu grand tort, car les nôtres & ceux des Chartreux ont bien repouſſé, & ont même donné du fruit dans les deux ſaiſons. Quelques jeunes pouſſes de gros Cyprès ont été gelées, mais les jeunes ont beaucoup ſouffert, j'en ai perdu plus de ſix cens. On ſera peut-être ſurpris de me voir former de grandes pépinières d'un arbre qui a eu le malheur de déplaire, qu'on prétend porter l'ennui partout où il eſt, & qu'on a banni de tous les

jardins; mais outre qu'il ne me paroît pas aussi desagréable qu'on le dit, je lui ai reconnu des avantages singuliers qui m'ont fait souhaiter d'en avoir beaucoup.

On sait que les pieux de Chêne, d'Orme, de Charme, de Frêne, de Sapin, &c. périssent très promptement au rés de terre, & c'est cet entretien onéreux qui a fait abandonner les contrespaliers en beaucoup d'endroits; or j'ai reconnu qu'un pieu de Cyprès en peut user au moins six de Chêne les uns après les autres, car j'ai entr'autres la clôture d'une Melonnière qui est encore fort bonne, quoiqu'elle ait été faite en 1709 avec des Cyprès gelés, & que quelques-uns des poteaux qui la forment, ne soient pas plus gros que le bras, encore y a-t-il plusieurs de ces poteaux auprès desquels il y a presque toujours eu des couches de fumier, ce qui certainement avance beaucoup la pourriture.

J'ai cru ne devoir pas négliger de rapporter cette propriété du Cyprès, qui peut le rendre utile en bien des occasions. Je reviens aux desordres de la gelée.

Les Charmilles anciennement plantées n'ont point souffert, mais presque toutes celles qui avoient été plantées avant la gelée, sont mortes jusqu'au rés de terre. Les Myrtes, les Lauriers-roses, les Romarins, les vieux pieds de Thym, les Cistes sont tous péris; il est réchappé aussi très peu d'Artichaux.

* Voici quelques conséquences qu'on peut tirer de ces observations. * Pag. 158. in 4.

Prémierement, les jeunes arbres sont plus tendres à la gelée que ceux qui sont plus

gros,

gros; je ne dis pas que les vieux, car ceux-ci souffrent quelquefois beaucoup des grandes gelées; donc quand on veut élever des arbres qu'on sait être tendres à la gelée, il faut les tenir dans des Serres ou à de bons abris jusqu'à ce qu'ils soient un peu gros.

Secondement, les arbres nouvellement plantés sont plus sujets à être endommagés par la gelée, que ceux qui n'ont point été replantés depuis plusieurs années; c'est une observation que j'ai souvent faite, & qui m'a déterminé à ne planter qu'au Printems les arbres qui peuvent souffrir de grandes gelées. Enfin nous avons dit dans le Mémoire que nous avons donné en 1738, où nous avons examiné les effets de la gelée sur les Végétaux, que les gelées d'Hiver faisoient plus de desordres dans les endroits qui étoient exposés au vent de Nord; j'ai fait la même observation cette année, car j'ai remarqué que les arbres qui étoient abrités du vent de Nord par quelques Buis ou par quelques murs, avoient été moins endommagés que les autres.

Plusieurs vieilles souches de Vignes sont entierement mortes.

Il y a eu bien des oignons de Safran de gelés, cependant ce n'est pas ce qui a fait le plus de tort à cette plante, c'est que les oignons n'ont pu se former pendant l'Hiver. Pour concevoir ceci, il faut savoir que tous les ans l'oignon qu'on a mis en terre, meurt, & qu'il s'en forme trois ou quatre jeunes au-dessus, qui se nourissent de sa substance & le remplacent; or c'est à la fin de l'Automne & pendant l'Hiver que ces oignons se forment: la

con-

ntinuité de la gelée y ayant fait obſtacle, ne ſe ſont formés qu'au Printems, & ils nt reſtés gros comme des Avelines, au-lieu 'ils auroient dû être trois ou quatre fois us gros, & ces petits oignons ne paroiſ-ient pas pouvoir donner de fleurs l'Autom-e ſuivante.

Pendant tout le mois il a toujours fait froid, eſt tombé peu de pluie, mais ſeulement de ms en tems quelques ondées de grêle & e neige, en un mot ce qu'on appelle *des gi-ulées*. * Pag. 159. in 4.

AVRIL.

La ſéchereſſe, les ondées de neige, de grê-& de pluie froide, les vents d'Oueſt, de ord & de Nord-oueſt & le froid ont conti-ié juſqu'au 20. Le Soleil échauffoit les en-oits qu'il éclairoit, mais il faiſoit froid à mbre, & il geloit preſque toutes les nuits, iſſi rien ne profitoit à la campagne.

Le 6, il n'y avoit encore que les fleurs des rmes qui fuſſent ſorties de leurs boutons.

Le 9, les boutons de deux Maronniers d'In-e, que je connois depuis pluſieurs années ur être des plus hâtifs, s'ouvrirent, & en ſtèrent là, les feuilles ne s'épanouirent que aucoup de tems après.

Le 11, on entendit le Roſſignol chanter, ioique le froid fût toujours incommode.

Le 20, on entendit le Coucou.

Le 21, le vent tourna à l'Eſt, & le tems evint fort doux; alors les Amandiers, les bricotiers, les Pêchers & les Pruniers Mi-

rabolans fleurirent, mais bientôt le froid revint assez vif pour qu'on fût obligé de se chauffer comme en Hiver, & tous ces arbres restèrent longtems en fleur. Cependant ces tems froids & secs n'avançoient pas les Bleds, & ne faisoient pas lever les Avoines qui avoient été semées dans la poussière; pour la même raison l'herbe ne poussoit ni aux champs ni dans les prés, & on étoit obligé d'affourer tous les bestiaux comme en Hiver, ce qui a occasionné une grande consommation de bled, & a fait périr plusieurs Moutons & beaucoup d'Agneaux; cependant vers la fin du mois les Avoines levèrent, & les Pruniers fleurirent.

* Pag. 160. in 4.

* *MAI.*

Jusqu'au 24 de Mai le vent s'est presque toujours tenu entre le Nord & l'Ouest, les ondées de neige & de grêle & le froid ont continué; néanmoins les Seigles commencèrent à épier.

Le 12, on entendit un bruit considérable qui sortoit d'une nuée, & presque dans l'instant il tomba de la grêle, dont la plupart des grains avoient près de deux pouces de longueur sur un pouce de largeur, & un peu moins de demi-pouce d'épaisseur. Ces grains formoient pour la plupart une lentille ovale qui étoit bordée par un collier de petits grains ronds qui étoient gros comme des pois: heureusement que cette grêle ne dura qu'une demi-minute, & qu'il n'en tomba guère que quatre grains par chaque pied en quarré; ainsi

elle ne fit pas beaucoup de tort aux biens de la terre, ce furent les vitres qui en souffrirent le plus.

Il vint ensuite des gelées assez fortes pour endommager beaucoup les Vignes, & bien des épis de Seigle furent gelés par la pointe. Les Bleds n'avançoient presque pas, & paroissoient même souffrir, sur-tout dans les terres blanches de Beauce, qui passent pour les meilleures.

Cependant les Abricotiers, les Amandiers & les Pêchers qui avoient resté longtems en fleur, étoient défleuris, leurs fruits étoient noués, & quoiqu'ils ne prissent point de grosseur, ils paroissoient en bon état.

Ceux qui connoissent les Abeilles, se persuaderont volontiers que la rigueur & la durée de l'Hiver suivies du froid & du vilain tems du Printems, leur devoient être très contraires. Comment aller chercher leur vie par le froid qu'il faisoit? & quand elles auroient pu braver les rigueurs de la saison, qu'auroient-elles trouvé? il n'y avoit presque point de fleurs à la campagne; aussi n'y a-t-il eu que les forts paniers, ceux où il y avoit beaucoup de Mouches & de Miel, qui ayent subsisté.

Enfin vers le 25 Mai il commença à ne faire plus froid, * on sortit alors les Orangers, ils étoient en fort bon état & bien garnis de feuilles, ce qui n'est pas surprenant, car on sait que quand les serres sont bonnes, l'humidité fait plus de tort aux Orangers que le froid.

* Pag. 161. in 4.

Pendant le courant de ce mois une Mala-

die épidemique très fâcheuſe ſe répandit dans tout le Royaume, c'étoient véritablement des fièvres malignes, vermineuſes, qui, dans quelques endroits que j'ai été à portée d'examiner, s'annonçoient comme des péripneumonies, & ſans que les ſymptomes paruſſent très fâcheux, les malades étoient emportés en deux ou trois jours; cette maladie a principalement attaqué les pauvres gens, dont elle a fait mourir un nombre prodigieux.

JUIN.

Quoique le tems fût fort adouci, il y a eu peu de chaleurs pendant tout le mois de Juin, & les nuits étoient toujours fraîches; s'il faiſoit deux ou trois jours de chaleurs, elles étoient fort vives, il ſe formoit de l'orage, il tonnoit, il grêloit, & la fraîcheur revenoit.

Les menus grains étoient fort beaux, quoiqu'un peu tardifs, les Bleds ne promettoient pas tant, ils étoient clairs & fort retardés; cependant quelques jours de beau tems firent des merveilles à la campagne, & on eſpéroit encore une recolte paſſable.

A l'égard des fruits, on n'eſpéroit point de Poires, ni de Gland, ni de Frêne, médiocrement de fruits rouges, un peu plus de Prunes & d'Amandes, beaucoup d'Abricots, de Pêches, de Pommes, de Noix & de Noiſettes; les légumes, Pois, Fèves, Lentilles venoient à merveille.

Vers la mi-Juin il s'éleva un vent brulant qui deſſécha en un jour toutes les feuilles de nos Peupliers; il reſtèrent aſſez longtems ſecs comme ils le ſont en Hiver, enſuite ils pouſ-

ſèrent

ɜrent quelques feuilles nouvelles qui les re-
arnirent en partie.

Le 25 il y eut un orage terrible qui com-
ɪença à * Orléans, & qui s'étendit jusque dans la haute Champagne, faisant de grands desordres par-tout où il passoit; plusieurs Paroisses de notre voisinage, qui se sont trouvées dans le fort de la nuée, ont été entierement ruinées, les Bleds & autres grains absolument anéantis, les Vignes ébourgeonnées jusque sur la souche, nombre d'arbres arrachés ou rompus, l'écorce des jeunes étoit meurtrie; quatre ou cinq Moulins ont été enlevés de dessus leurs bourdons & culbutés au loin; le Clocher de la Cour-Dieu a été renversé par une bourasque de vent si violente, qu'il n'auroit pas touché au toît si le vent ne lui avoit pas manqué quand il fut plus bas que le faîte de l'Eglise; des bestiaux & des hommes qui étoient aux champs, ont été blessés par la grêle, & il y a eu du gibier de tué.

* Pag. 162. in-4.

Les grains de grêle n'excédoient pas la grosseur d'une petite noix muscade, mais ils étoient lancés avec tant d'impétuosité par des tourbillons de vent épouvantables, qu'ils brisoient tout ce qu'ils rencontroient.

La grêle & le vent étoient accompagnés du tonnerre, qui a fait aussi quelques desordres.

Dans quelques endroits qui n'avoient pas essuyé le fort de l'orage, on a essayé de couper les bleds pour les laisser repousser; ils ont repoussé en effet, quelquefois trois petits tuyaux au-lieu d'un, mais ces tuyaux ne por-

toient que de petits épis dans lesquels il n'y avoit point ou très peu de grains.

A une demi-lieue de l'endroit où l'orage a été le plus violent, on ne sentoit pas le moindre vent, on entendoit seulement sortir de la nuée un bruit semblable à celui des carosses qui roulent sur le pavé.

JUILLET.

Pendant tout ce mois les nuits continuèrent à être fraîches, il y eut encore de tems en tems des nuées de grêle qui suivirent à peu-près la même route que le grand orage, & plusieurs Paroisses en souffrirent.

* Pag. 263. in 4 * Dans beaucoup d'endroits les Vignes blanches, c'est-à-dire, celles qui portent du Raisin blanc, furent plus endommagées par la coulure qu'elles ne l'avoient été par la gelée.

On n'a pu faire les Foins que vers la fin du mois, tant toutes les productions de la terre étoient retardées, encore l'herbe étoit-elle très courte, & il s'en faut plus de la moitié qu'on ait eu autant de foin que l'année dernière. Vers la fin du mois il vint quelques brouillards secs qui rouillèrent beaucoup de bleds; or on sait que les bleds rouillés ne profitent presque plus.

Plusieurs espèces d'Insectes ont été fort rares cette année; seroit-ce que la rigueur de l'Hiver auroit fait périr leurs œufs? ou les fraîcheurs du Printems & de l'Eté auroient-elles empêché beaucoup d'œufs d'éclorre? auquel cas ils pouroient bien n'être pas péris, & être restés en état d'éclorre l'année prochaine.

Quoi-

Quoiqu'il en ſoit, il y a eu un peu moins de Hannetons & de Cantarides qu'à l'ordinaire, encore moins de Chenilles, de Grillons & de Sauterelles.

Depuis cinq ou ſix ans il y avoit dans le clos des Chartreux de Paris des Mouches noires qui faiſoient périr les Feuilles tendres des Poiriers à meſure qu'elles ſortoient des boutons, elles s'attachoient particulierement aux Poiriers de virgouleuſe, qui reſtoient preſque tous les ans dépouillés de leurs feuilles juſqu'à la ſève d'Aout; on n'y a pas vu cette année une ſeule de ces Mouches.

Mais vers le 15 du mois toutes les feuilles des Ormes ſe trouvèrent chargées d'une prodigieuſe quantité de petits Vers bruns qui mangèrent tout le parenchyme de ces feuilles, qui en très peu de tems devinrent brunes comme celles qui ſont ſous les arbres en Hiver; ils deſcendirent au pied des Ormes pour ſe métamorphoſer, & ils y formoient des tas aſſez conſidérables pour qu'on eût pu les ramaſſer à poignée. Pendant cet intervalle vint la ſève d'Aout qui produiſit de nouvelles feuilles, & les Ormes reprirent un peu de verdure, qui a enſuite ſervi de pâture à des Scarabées que les vers * bruns dont nous venons de parler, ont produits, & malgré le froid de l'Automne ces Scarabées ont ſubſiſté une bonne partie de cette ſaiſon.

* Pag. 164. in 4.

AOUT.

Au commencement de ce mois les Bleds n'ayant pas encore leurs épis formés, il vint

quelques jours de chaleur, des rayons de Soleil très vifs qui jaunirent beaucoup les fromens, qui jusque-là avoient presque toujours été à l'ombre & au froid; le grain ne pouvant plus recevoir assez de nourriture, resta, comme disent les Fermiers, retrait ou échaudé, & quand on visitoit les épis, on trouvoit un tiers de leur longueur qui étoit vuide, & les deux autres tiers ne contenoient que des grains mal nourris.

On commença la moisson des Bleds vers la fin du mois par un tems pluvieux & froid: les Bleds coupés, de même que ceux qui étoient versés, germoient aux champs, quelque attention qu'on eût: on les serroit fort humides, & on étoit à la veille de voir tous les grains périr à la compagne.

SEPTEMBRE.

Heureusement il vint un peu de beau tems au commencement de ce mois, on serra assez à propos les Orges & les Avoines, mais il ne faisoit pas assez chaud pour les Bleds, & pour m'exprimer comme les Fermiers, on les serroit un peu gourds.

La moisson n'a été entierement finie que vers le 20 ou le 25; cette moisson étoit bien tardive, puisque quelquefois tous les grains sont engrangés avant le 10 d'Aout: cependant j'ai appris qu'il y avoit très certainement des grains sur terre dans le Boulonois les prémiers jours de Novembre, quand les prémières neiges sont tombées, & il y a eu beaucoup de Vesces qui n'ayant pu meurir, ont pourri dans les champs.

Re-

Revenons aux environs de Pluviers. Dans le tems de la moiſſon, les pailles étoient preſque auſſi noires que le ſont* ordinairement les chaumes qui ſont reſtés aux champs juſqu'à la Touſſaints; les pailles étoient auſſi fort courtes, ce n'eſt pas toujours une preuve qu'il y aura peu de grains, on verra dans l'article ſuivant qu'il y en a eu effectivement très peu cette année.

* Pag. 165. in 4.

Je ne ſais ſi on en a été redevable à la continuité des gelées, mais les bleds ont été aſſez nets de mauvaiſes herbes, il n'y a eu que le Centinode ou la Renouée qui eſt venue cette année plus abondante & plus haute que je ne l'ai encore vue. La graine de cette plante ne fait point de tort aux blèds; quelques Fermiers même ont ſu tirer parti de cette herbe, ils l'ont fait faucher & faner pour ſuppléer aux fourrages qui leur manquoient; d'autres, au-lieu de la faucher, en ont nourri pendant aſſez longtems une grande quantité d'Oyes.

Cette eſpèce de Melons hâtifs qu'on appelle *Melons des Carmes*, n'ont meuri que pendant le courant de ce mois; & ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt qu'ils ſe ſont trouvés tous très bons, mais les Melons ordinaires n'ont point réuſſi.

OCTOBRE.

Le tems ayant été aſſez favorable pour les labours dans les mois de Septembre & d'Octobre, on a beaucoup avancé ces ſortes d'ouvrages, & ſi quelques ſemailles ont été re-

 tardées,

tardées, ce n'a été que par la difficulté qu'on a eue à battre les grains, comme je vais le faire ſentir, en rapportant l'état où ils ſe ſont trouvés dans les Granges quand on eſt venu à les battre.

J'ai dit qu'après l'Hiver les Bleds m'avoient paru près d'un quart plus clairs qu'ils ne le ſont ordinairement, ce qui pouvoit venir, ou de ce que les ſemailles ayant été très difficiles à cauſe de l'abondance des pluies qui étoient tombées en Automne, une partie du grain ſemé ſe ſeroit perdue, ou de ce qu'une partie du bled ſeroit morte pendant l'Hiver, ou enfin de ce que le bled avoit peu tallé, & c'eſt cette dernière raiſon que je crois la meilleure; ainſi près d'un quart * moins de tuyau & une paille fort courte. Voila pourquoi il y avoit dans les Granges la moitié moins de tas que l'année dernière.

* Pag. 166. in 4

On eſpéroit que ce petit tas rendroit beaucoup en grain, mais on s'eſt trompé, au-lieu que 12 à 14 gerbes rendent ordinairement une mine de grain, il en failloit 30 cette année. On en ſentira la raiſon ſi on ſe ſouvient que nous avons dit qu'à preſque tous les épis il y avoit un tiers de leur longueur qui étoit vuide, & que dans le reſte le grain étoit petit & retrait.

Ce n'eſt pas tout, on ſait que les grains retraits rendent beaucoup en ſon & peu en farine, auſſi quatre mines de bled nouveau ne fourniſſoient-elles pas plus de farine que trois de bled vieux.

Enfin nous avons fait remarquer que ces bleds avoient été ſerrés *gourds*, il s'enſuit qu'ils

qu'ils doivent moins boire d'eau quand on les pêtrit, & c'est encore un déchet dont les Boulangers s'apperçoivent bien.

Nous avons dit aussi que les Fermiers avoient eu beaucoup de peine à battre le bled pour leurs semailles ; on en doit sentir la cause, puisqu'on sait qu'il a fallu beaucoup battre de gerbes pour avoir la quantité de grain qui étoit nécessaire pour les semailles ; outre cela le grain tenoit extrêmement dans les épis, qui se brisoient sous le fléau plutôt que de l'abandonner, comme il arrive ordinairement quand les bleds sont retraits.

La recolte ayant été médiocre, il auroit fallu presque vuider les Granges pour avoir le grain nécessaire pour les semailles, ce qui auroit été sujet à de grands inconvéniens, il ne seroit plus resté de fourages pour les bestiaux.

Pour prévenir cet inconvénient, plusieurs Fermiers entendus ont pris le parti de ne faire battre les gerbes qu'à moitié & sans les délier, puis ils les ont fait entasser dans un autre coin de la Grange, dans le dessein d'achever de les battre à net peu-à-peu pendant le reste de l'année. Par cette pratique ils ont retiré le meilleur grain pour semer leurs* terres, ils auront toujours de la paille fraîche pour leur chevaux, du petit bled pour leurs agneaux ; & sans doute que ces gerbes qui auront été ainsi remuées, se dessécheront & se battront plus aisément, sur-tout s'il vient des gelées pendant l'Hiver.

* Pag. 167. in 4

Malgré la peine qu'on a eue à battre les bleds, presque toutes les terres ont été emblavées avant la St. Martin ; & comme elles

étoient bien meubles & suffisamment humides, il y avoit lieu d'espérer une belle levée.

Il n'y a eu que les terres fortes qui n'ont pu être entierement ensemencées que quinze jours ou trois semaines plus tard, à cause des pluies & des neiges qui sont tombées vers le 10 de Novembre.

Il y a longtems que nous n'avons parlé des Vignes, & ce n'est que parce qu'il n'y avoit rien à en dire. La maturité des Raisins, comme toutes les autres productions de la terre, étoit très retardée, les Raisins commençoient à peine à rougir à la fin de Septembre. Vers le 9 d'Octobre il vint des gelées assez fortes pour la saison, elles dépouillèrent presque toutes les Vignes & fanèrent les Raisins; on les laissa néanmoins aux Vignes jusqu'au 15 ou au 20, qu'on se détermina à les couper, voyant qu'ils ne meurissoient point, ils étoient cependant extrêmement verds. Presque tout le monde a eu la précaution de faire deux vendanges, mettant dans une cuve les Raisins les moins verds, & les autres sous le pressoir pour en faire du vin promt.

Les cuvées de Raisins triés ont été bien longtems à s'échauffer; quelques-uns pour les engager à bouillir, ont fait rougir des pavés, qu'ils ont jettés dans leurs cuves, d'autres y ont jetté de la chaux vive, d'autres ont simplement couvert le dessus de leurs cuves.

Nous n'avons employé aucun de ces moyens, que nous croyons inutiles; nos Vins ont resté dans la cuve près de trois semaines, & après ce tems ils n'étoient pas si cuvés qu'ils

qu'ils le ſont quelquefois au bout de huit jours. Je parlerai dans le mois de Décembre de la qualité de ces Vins.

*NOVEMBRE.

* Pag. 168. in 4.

Les Safrans commencèrent à fleurir quelques jours avant la fête de la Touſſaints, & la veille de cette fête, tel qui avoit cueilli une livre & demie de fleurs, en eſpéroit autant le jour ſuivant, mais le vent accompagné de pluies empêcha de les cueillir, & elles furent perdues.

Le vent tourna au Nord, & reſta entre le Nord & le Nord-oueſt pendant une quinzaine de jours, il gela aſſez fort pour la ſaiſon, il tomba de la neige, & les arbres furent très chargés de givre, ce qui interrompit la fleuraiſon du Safran, & la moitié du mois ſe paſſa ſans qu'il parût une ſeule fleur; enfin le tems s'étant adouci, les fleurs reparurent quand on n'en attendoit plus, & on en a cueilli pendant quinze jours, à la vérité en petite quantité, car tel qui l'année dernière avoit recueilli 14 à 15 livres de Safran, n'en a eu cette année que 2 livres quelques onces, encore n'a-t-il pas été à beaucoup près ſi beau à cauſe des mauvais tems qui ſont venus quand on a fait la recolte.

Les gelées qui ſont ſurvenues au commencement de ce mois, faiſoient craindre pour la levée des bleds. J'ai fait voir au commencement de ce Journal que cette inquiétude étoit frivole, mais il étoit très raiſonnable d'appréhender qu'on ne pût achever les ſemailles;

heureusement le tems s'est adouci, & on les a achevées avant la fin du mois.

J'ai parlé dans l'article précédent de l'état où se sont trouvés les Bleds dans la Grange, il est à propos de dire ici quelque chose des Orges & des Avoines.

Les Orges ont été des meilleures, & seront d'un grand secours pour la subsistance de la campagne. Les Avoines, quoique très basses, étoient fort grénées, mais le grain en étoit léger, & ne nourrissoit pas bien les chevaux.

Je n'ai point encore parlé des Chanvres, c'est cependant une plante qui fait un des principaux revenus de quelques Villages de notre Province. Il y en a eu de gelés dans le Printems; d'autres n'ont pu meurir parfaitement, les gelées * qui sont venues de bonne heure l'Automne, ont empêché de les rouir comme il faut, & les mieux conditionnés sont très tendres.

* Pag. 169. in 4.

On conçoit aisément qu'une année froide & orageuse comme celle-ci, n'a pas été propre pour les Abeilles, elles ont peu travaillé l'Eté & l'Automne, elles ont été attaquées de dévoiemens qui ont fait périr presque tous les paniers.

L'année n'a pas non plus été favorable pour les Arbres forestiers, ils ont peu poussé, & la sève a eu si peu de vigueur, que beaucoup d'arbres nouvellement plantés n'ont poussé qu'à la sève d'Aout, & il en est mort bien plus qu'à l'ordinaire ; le bois des bourgeons n'a pas bien meuri, il ne s'est pas *aouté*, comme disent les Jardiniers, c'est pourquoi les Osiers

n'ont

n'ont point de force, ils se rompent très aisément : pour cette même raison les Pépinières ont été longtems en sève, desorte qu'on a écussonné des Pêchers dans les pépinières des Chartreux de Paris les prémiers jours de Novembre pendant que la terre étoit toute couverte de neige ; ces écussons paroissent néanmoins être en bon état.

Les Chataignes étoient fort petites, & le peu qu'on en a recueilli ayant meuri fort tard, il y en a eu beaucoup de gelées.

Mais ce qui prouve bien à quel point l'année a été tardive, c'est qu'on a cueilli des Pêches sur les espaliers jusqu'après la Toussaints. Les gelées qui ont perdu les Vignes, obligèrent de cueillir les Pêches, qu'on mit dans la Fruiterie, où elles se sont conservées fort belles jusqu'à la moitié du mois de Décembre. D'abord elles étoient fort amères, & n'étoient supportables qu'en compottes, elles sont ensuite devenues pâteuses, & enfin la pourriture qui avoit commencé auprès du noyau, a gagné tout le fruit, & en général on peut dire qu'il n'y a eu que les Pêches qui ont meuri en Septembre, qui ayent été passablement bonnes.

L'année n'a pas seulement été tardive pour les Végétaux, elle l'a aussi été pour les Animaux ; car beaucoup de Perdreaux n'étoient pas plus forts à la fin du mois de Septembre * qu'ils le sont souvent à la fin d'Aout, de même les Colombiers se sont garnis fort tard de Pigeonneaux, & ils en ont été garnis fort longtems.

* Pag. 170. in 4.

Enfin

Enfin tout le courant du mois a été très favorable pour planter des arbres.

DECEMBRE.

En général, pendant tout ce mois le vent a été très violent, variant entre le Nord-ouest & le Sud-ouest ; les pluies presque continuelles qui venoient avec autant d'abondance que les orages d'Eté, rendoient le dedans des maisons aussi humide qu'il l'est ordinairement dans les grands dégels.

Ce tems a duré jusqu'au 20 de Décembre, que le vent s'étant porté au Nord, il est venu de la gelée, & il est tombé un peu de neige le jour de Noël ; il tomba le matin une pluie qui occasionna un si grand verglas, qu'on ne pouvoit se soutenir, mais le lendemain le vent étant tourné au Midi, les murs commencèrent à suer prodigieusement, & il tomba, ainsi que les jours suivans, une quantité prodigieuse d'eau qui étoit poussée par un vent très violent. La campagne étoit couverte d'eau, la Rivière d'Essonnes qui borde nos terres, déborda, elle couvrit les chaussées & inonda les Moulins, & l'eau qui s'égouttoit de la Forêt d'Orléans dans cette Rivière, étoit si abondante, qu'elle a resté longtems débordée, & qu'elle a diminué fort lentement.

La prodigieuse humidité qu'il a fait, l'abondance d'eau qui est tombée, a fait écrouler une quantité prodigieuse de murailles.

Comme le mois de Novembre a été assez froid, il y avoit bien des bleds qui n'étoient point

point levés, & qui ne ſont ſortis de terre que quand le vent a tourné au Sud-oueſt ; ils ont très bien profité, & ſont devenus fort beaux, l'herbe paroît ſeulement un peu fine, ce qui vient ou de ce qu'ils ſont fort drus, ou de ce que la terre étoit fort battue, & on concevra pourquoi ils ſont ſi drus, ſi on fait attention que le grain qu'on a ſemé, étoit petit & retrait ; car il eſt * évident qu'il en tenoit beaucoup plus dans la main des Semeurs. On auroit donc pu, dira-t-on, diminuer un peu la ſemence ; cela eſt vrai, mais on n'a pas oſé le faire, le Bled n'étoit pas beau, & l'on appréhendoit qu'il n'y en eût beaucoup dont le germe fût mauvais.

* Pag. 171. in 4.

On ſouhaitera ſans doute ſavoir quelle eſt la qualité des Vins dont nous avons parlé ; pour ſatisfaire à cette queſtion, j'en diſtinguerai de quatre eſpèces.

La prémière regarde les Vins qui ont été cuvés & faits avec les Raiſins les plus mûrs, qu'on avoit triés dans le tems de la vendange ; ce vin eſt fort clair, il a une aſſez belle couleur, & eſt aſſez bon pour l'année.

Les Vins de la ſeconde eſpèce ſont ceux qu'on a faits ſur le preſſoir & ſans cuver, avec les Verjus ou Raiſins très verds dont on avoit trié les mûrs ; ces vins, ſi l'on peut appeller de ce nom un foible Verjus, n'ont point du tout de couleur, cependant ils ſont moins troubles, & n'ont pas un goût ſi deſagréable que celui dont nous allons parler.

Nous mettons pour la troiſième eſpèce les Vins qu'on a faits avec les Verjus, mais qu'on a fait

a fait cuver; ces vins ſont fort troubles, & ont un goût très deſagréable.

Enfin la quatrième eſpèce de Vins eſt de ceux qui ont été faits avec les Raiſins mûrs & les verds mêlés enſemble; ils ont un peu de couleur, mais ils n'éclairciſſent pas.

A l'égard des Vins faits avec du Raiſin blanc, c'eſt plutôt de bon Verjus que du Vin.

Il ne faut pas oublier de remarquer que ceux qui ont vendangé immédiatement après la gelée, ont fait de meilleur Vin & en plus grande abondance que ceux qui ont laiſſé les Raiſins aux Vignes pendant quinze jours ou trois ſemaines, & que ces petits Vins ſe ſont conſervés à merveille; on en a bu en 1742 qui avoient perdu de leur verdeur & pris un peu de qualité.

Les grands vents, les fraîcheurs & les humidités extrêmes du mois de Décembre n'ont preſque point occaſionné de rhumes.

* Pag. 172. in 4.

* SUR LES MAUVAIS EFFETS DE L'USAGE DES CORPS A BALEINE.

Par Mr. WINSLOW (a).

DANS le Mémoire que j'ai donné à l'Académie ſur les inconvéniens, infirmités & maladies qui arrivent au corps humain à

(a) 22. Mars 1741.

à l'occasion de certaines attitudes & de certains habillemens, j'avois mis au nombre de ces habillemens les Corps ou Corsets à baleine & la chaussure haute des femmes. Je m'étois contenté de dire sur le prémier article, que nos Anciens avoient déja fait observer en général les inconvéniens & les mauvais effets qui par le serrement excessif des corps à baleine arrivent aux viscères du bas-ventre, jusqu'à blesser même, à estropier & à étouffer le fruit des femmes enceintes.

Les refléxions que j'ai faites depuis sur des circonstances particulières que j'ai rencontrées, en examinant de près les maladies locales du bas-ventre & de la poitrine, m'ont engagé à m'étendre là-dessus par les observations suivantes.

J'ai trouvé pour l'ordinaire aux filles & aux femmes les côtes inférieures plus abaissées & courbées en-bas, & les portions cartilagineuses de ces côtes, plus recourbées qu'aux hommes; je n'ai pas trouvé cette différence à proportion aux enfans de l'un & de l'autre sexe, ni même aux adultes parmi le petit peuple. C'est ce qui m'a porté à regarder cette conformation comme non naturelle, & à l'attribuer au long usage des corps ou corsets forts à baleine, qu'on a soin de serrer & de rétrécir peu-à-peu dans la jeunesse, & ensuite de plus en plus jusqu'au dernier dégré où ils puissent être supportés à mesure qu'on avance au-de-là de la jeunesse, afin de satisfaire à la fausse idée de l'agrément d'une taille * fort déliée. Pour comprendre les inconvéniens & les

* Pag. 173. in 4.

les mauvais effets de cette espèce d'habillement, il ne faut d'abord qu'en considérer la fabrique, la forme & l'application, & envisager en même tems les parties, tant internes qu'externes, non seulement du bas-ventre, mais aussi de la poitrine, qui par-là sont comprimées les unes contre les autres, & dont l'état naturel change à la suite d'une telle compression, desorte que les principales fonctions de l'œconomie animale deviennent à la fin plus ou moins altérées ou dépravées, selon les différentes dispositions personelles ou individuelles.

On donne à ces corps ou corsets à baleine beaucoup de roideur par en-bas, & en les appliquant on commence par en-bas à les serrer, ce que l'on continue ensuite jusqu'en-haut, & cela par différentes reprises. Ainsi on lace, ou plutôt on sangle d'abord à force de poing, toute la circonférence du bas-ventre qui répond aux intervalles des fausses côtes & des hanches, & cela si fortement, que les hanches quelquefois forment des portions de gros bourlets. Par-là on force les extrémités des fausses côtes vers en-bas & en dedans, on met de plus en plus en presse le bas de l'épiploon, la plupart des intestins grêles, le mésentère, ses glandes, ses vaisseaux, même les lactés, ses nerfs, la tête du colon, l'autre extrémité de son arc, les reins. Tous ces viscères ainsi pressés, poussent l'arc du colon en-haut, & compriment en-bas la vessie, le rectum & les autres parties voisines; & cela d'autant plus que ces parties qui sont naturellement bornées en arrière & des deux

côtés

côtés par des os, le font artificiellement en devant par la roideur de la portion inférieure du corps fort à baleine. Cette portion est encore tenue roide & comme en bride, en partie par une pareille portion en arrière & vis-à-vis, formée par la jonction des extrémités roides par lesquelles on a commencé le serrement du lacet, & en partie par une pièce accessoire de bois, &c. qu'on appelle *busque*, placée tout au long en devant. Ensuite on fait monter le lacet avec la même violence jusqu'environ * à la hauteur du creux des aisselles. Il faut ici se rappeller la forme de ces corps baleinés. Ils sont étroits en-bas, évasés par dégrés en haut & en devant, & applatis en arrière, desorte qu'on pourroit les comparer à une espèce de hotte fendue par le côté plat, & échancrée de côté & d'autre par en-haut. Ainsi comme cette partie du corps à baleine est encore proportionnément étroite, elle force aussi les côtes voisines en dedans & en-bas, met pareillement en presse entre ces côtes & les vetèbres, le foie, la ratte, l'estomac, le pancréas, l'épiploon, les prémiers contours des intestins grêles, le sommet de l'arc du colon, & comprime encore les uns contre les autres ces viscères, dont la plupart étoient déja poussés en-haut par les intestins, que la partie inférieure du corps à baleine avoit fait monter. On comprend assez qu'alors le diaphragme concourt à cette compression, étant lui-même forcément poussé en-haut par les viscères ainsi soulevés.

* Pag. 174. in 4.

Ce n'est pas encore tout: quoique le haut de cette partie moyenne du corps à baleine soit

ſoit évaſé en devant, il ſemble que le reſte de ſa partie ſupérieure ſoit exemt de pareils défauts. Les échancrures qui embraſſent le creux des aiſſelles, & les pièces qui paſſent ſur le moignon des épaules, en ont auſſi leur part, de même que les deux baleines fortes qui regnent tout le long des deux rangées d'œillets par où on lace, & qui tiennent l'épine du dos roide comme une ſeule pièce. Ces échancrures ſont pour l'ordinaire ſi étroites, que non ſeulement la peau qui borde le creux des aiſſelles eſt toute rouge par leur impreſſion, mais encore les deux muſcles qui forment ce creux, ſavoir, le grand pectoral & le grand dorſal, ſont par-là très gênés & comme étranglés par une corde. Enfin les épaulettes, qui de toutes les parties de ces corps à baleine paroiſſent les plus douces & les plus mollettes, ſont diſpoſées comme des eſpèces de brides, qui tiennent les extrémités voiſines des clavicules abaiſſées & ſi fort reculées, que les autres extrémités de ces os deviennent ſaillantes ſous le creux de la gorge, & * comme prêtes à être diſloquées. Ces brides ne reculent pas ſeulement les clavicules, elles reculent & abaiſſent auſſi le haut des omoplates, pendant que les angles inférieurs de ces deux os ſont applatis & tellement comprimés en arrière par le doſſier du corps à baleine, que la peau qui les couvre en eſt toute rouge & comme meurtrie. On prétend par-là dégager le devant de la poitrine, tenir les épaules reculées, & donner au dos une forme platte, le tout dans l'idée de procurer une belle taille; par-là néanmoins

* Pag. 175. in 4.

anmoins les vertèbres ſont forcées, la courbûre naturelle de l'épine du dos eſt effacée, les côtes ſupérieures ſont pouſſées en avant avec le ſternum, dont la portion moyenne s'avance plus ou moins ſans réſiſtance à cauſe de la forme évaſée du haut de ces corps à baleine, pendant que la portion ſupérieure de cet os eſt retenue par ſa connéxion avec les clavicules, & que la portion inférieure avec la pointe xyphoïde eſt bornée par l'endroit le moins évaſé de ces corps à baleine. Il paroît même que par cet endroit évaſé du devant des corps à baleine, la ſeconde, la troiſième & la quatrième côtes de chaque côté de la poitrine, ſont preſque les ſeules dont le mouvement eſt alors libre dans la reſpiration, car la prémière côte de chaque côté eſt naturellement comme immobile, & toutes les autres côtes au deſſous de la quatrième de chaque côté, ſont arrêtées par le reſte du corps à baleine. Il ſemble auſſi que par-là ces côtes ſupérieures aquièrent plus de mobilité qu'à l'ordinaire, & que les mouvemens de reſpiration dans cet état gênant deviennent ſi conſidérables & ſi apparens ou évidens au haut de la poitrine. On peut encore par la même raiſon ſoupçonner dans cet état quelque inégalité de la circulation du ſang pulmonaire, les parties inférieures des poumons étant alors comprimées, & quelque portion de leurs parties ſupérieures étant plus élargie. On peut même ſoupçonner un défaut ſemblable, quoique d'abord & pendant quelque tems très imperceptible, dans le principal organe de la circulation du ſang.

Plus

Plus je fais refléxion ſur ces compreſſions, ces dérangemens, * ces tortures & ces meurtriſſures, & plus je conſidère en même tems les maladies chroniques & les infirmités lentes qu'on voit arriver fréquemment aux filles & aux femmes d'une certaine condition, mais très rarement aux petites gens & aux païſannes, ſur-tout en me rappellant les différentes circonſtances que j'ai obſervées, après avoir examiné pluſieurs de ces infirmes avec toute l'attention poſſible; plus, dis-je, il me paroît évident qu'il en faut attribuer la première origine à la compreſſion que le long uſage de ces corps à baleine a cauſée aux différens viſcères; par exemple, la jauniſſe, à la compreſſion du foie; les maux d'eſtomac, les nauſées, les vomiſſemens, la mauvaiſe digeſtion, à celle du ventricule & du duodenum; les pâles couleurs, à celle des glandes lymphatiques; le dérangement, l'excès & le défaut de toutes les eſpèces d'évacuations naturelles, à celle de leurs organes particuliers; enfin les obſtructions, les tumeurs, les duretés, les ſchirroſités & les ſchirres mêmes, à la compreſſion ſucceſſivement meurtriſſante des glandes méſentériques, du pancréas, de l'épiploon, du foie, des ovaires, & des autres parties internes du bas-ventre, par le ſerrement de ces corps à baleine.

* Pag. 176. in 4.

Ce n'eſt pas toujours aux parties ſeules du bas-ventre que ſe bornent les mauvais effets de leur compreſſion; celles de la poitrine & de la tête en ont aſſez ſouvent leur part. La contrainte du diaphragme & ſes mouvemens bornés

és par la résistance des parties du bas-ven-
re comprimées, occasionnent tôt au tard dif-
érens maux de poitrine, de la difficulté de
espirer, des affections pulmoniques. Le ser-
ement des gros vaisseaux sanguins du bas-
entre & le tiraillement des pléxus mésenté-
iques, par la même compression de ses vis-
ères, causent aux gros vaisseaux du cœur &
u cœur même des accidens très fâcheux, des
alpitations, des anévrismes, des polypes,
es syncopes, &c. On peut encore attri-
uer à la même compression des gros vais-
eaux sanguins du bas-ventre, comme aussi à
elle des pléxus nerveux, des glandes & des
aisseaux lymphatiques de cette capacité, le
attement * extraordinaire & le gonflement
es artères carotides, les grosseurs vagues des
eines jugulaires & des glandes de la gorge, l'é-
acuation abondante, plus au moins périodique,
le la salive & des sérosités gluantes par une es-
èce de dégorgement des glandes salivaires,
les glandes du pharynx & des glandes œsopha-
iennes, que j'ai remarquée dans les personnes
ncommodées de schirrosités du bas-ventre, &
ui m'ont avoué avoir été pendant la jeunes-
e très serrées par ces corps à baleine.

* Pag. 177. in 4.

Ces incommodités se forment lentement, &
l y en a qui ne deviennent sensibles qu'après
les années, & quelquefois longtems après
u'on a quitté ces corps ou corsets qu'on avoit
portés presque habituellement dès la jeunesse,
ur-tout les tumeurs indolentes des schirrosi-
és & des schirres, lesquelles ne se font pour
'ordinaire sentir qu'étant parvenues à un cer-
ain volume palpable, à moins qu'elles ne de-

viennent douloureuſes avant ce dégré d'étendue, & qui néanmoins pendant tout le tems qu'elles ont été imperceptibles, ont occaſionné differens deſordres dans l'œconomie animale. Les divers dégrés de lenteur ou d'accélération de ces incommodités dépendent en partie de la différente manière de vivre, en partie de la différente diſpoſition perſonnelle, & en partie de la ceſſation alternative de l'uſage de ces corps pendant les nuits. C'eſt à peu-près comme les cors aux pieds & les durillons qui ſe forment par l'impreſſion des ſouliers étroits, & principalement par les chauſſures pointues, & qu'on ne ſent qu'après qu'ils ſont fort avancés, & qu'ils commencent à cauſer des douleurs. Faute d'avoir apperçu & connu aſſez tôt ces incommodités cachées, leur cauſe primitive, & ce qui les entretient actuellement, il eſt arrivé qu'on a pris pour eſſentielles les maladies qui dans le fond n'étoient qu'accidentelles, & qui dans la ſuite, après un long uſage inutile de pluſieurs remèdes, ont ceſſé promptement par l'interruption de l'uſage de ces corps à baleine. J'ai même vu des douleurs habituelles & inſupportables du creux de l'eſtomac & de la région épigaſtrique d'une jeune * Demoiſelle, ceſſer en peu de tems par le ſeul changement de forme que j'avois conſeillé de donner à ſon corps à baleine, ſavoir de le rendre mollet & de le lacer par devant, en laiſſant un grand intervalle entre les deux bords.

* Pag. 178. in 4.

Il ſuffit à tout connoiſſeur de la ſtructure du corps humain & de la vraie œconomie animale, d'être averti de ces faits, pour pouvoir

voir expliquer très distinctement en détail toutes les indispositions internes qui en dépendent. Voici ce que j'ai observé sur les inconvéniens & les mauvais effets que ces corps à baleine produisent aux parties externes. Les épaules forcément reculées par les pièces ou brides qu'on appelle *épaulettes*, & la contrainte du haut des bras par les échancrures trop étroites par devant & sous le creux des aisselles, font des impressions très nuisibles aux muscles du bras dont j'ai parlé ci-devant, & en compriment les gros vaisseaux & les cordons des nerfs brachiaux. L'altération de la couleur de la peau, qui quelquefois en devient presque violette tout le long des bras, prouve assez l'étranglement de ces vaisseaux par les brides de ces épaulettes, & par les bords étroits de ces échancrures, qui outre cela serrent douloureusement les muscles du haut des bras, & en même tems gênent, empêchent & suppriment une bonne partie de leurs mouvemens. C'est ce qui paroît évidemment aux yeux de tout le monde, quand les personnes ainsi gênées, sont assises, par exemple, à table, & qu'elles veulent avancer un bras pour atteindre à quelque chose un peu éloignée, vis-à-vis d'elles; car alors elles sont obligées, pour y pouvoir atteindre, de faire avec tout le corps au dessus des hanches, comme avec un corps de bois, un certain demi-tour, & en même tems une espèce de pente oblique ou en biaisant, ce qui quelquefois paroît plutôt un air affecté que l'impuissance de faire autrement. A l'égard de la compression du dessus des hanches par le bas de ces corps

à baleine, je n'ai pas encore assez examiné les inconvéniens qui en peuvent résulter tôt ou tard aux cuisses, aux jambes & aux pieds par la communication des vaisseaux, des nerfs, &c. * Il y en a peut-être qui se rencontrent avec ceux dont j'ai parlé dans un Mémoire que j'ai donné en 1740 (*a*), à l'occasion des Talons hauts de la chaussure des femmes.

* Pag. 179. in 4.

Cet abus de serrer ainsi le corps des filles, est très ancien, puisqu'il en est fait mention dans les Comédies de Térence, & que Riolan, Prémier Médecin de la Reine Marie de Médicis, & Doyen du Collège Royal & de la Faculté de Médecine de Paris, en parle dans son Manuel Anatomique (*b*), à l'occasion d'une incommodité qu'il dit arriver aux filles en France, principalement à celles de la Noblesse; savoir, qu'elles ont souvent l'épaule droite plus élevée & plus grosse que la gauche, desorte qu'on en trouve à peine dix entre cent qui ayent les épaules bien conformées; & après voir marqué la difficulté d'en trouver la cause, il la cherche par plusieurs endroits, savoir entre autres, si c'est parce que le mouvement du bras droit étant plus fréquent & plus fort, l'omoplate est tiraillée & écartée, & que par-là les muscles s'élèvent & la font avancer; ou parce que les Nourrices en apprenant aux enfans à marcher, les soutiennent ordinairement du bras droit; ou parce que les mères ont coutume de faire abaisser les épaules à leurs filles, & de leur serrer étroi-

(*a*) *Page* 84.
(*b*) *Riolan, Enchir, Anatom. Lib. VI. cap. 17.*

troitement le corps pour le rendre menu, &c. desorte que les parties inférieures étant trop pressées, celles d'en-haut augmentent en volume, & font avancer ou saillir les épaules; ou, dit-il à la fin, c'est un vice de conformation par le dérangement de l'épine du dos.

Il paroît très singulier que Riolan restraigne cette incommodité aux Demoiselles de la France, d'autant plus qu'il avoit été lui-même assez longtems dans les Païs étrangers à la suite de la Reine, pour avoir pu y remarquer les mêmes défauts & les mêmes causes dont il fait mention, excepté le serrement du bas de la poitrine, dont la mode dans ce tems-là peut-être n'étoit pas si vulgaire, & n'étoit guère en usage que parmi la Noblesse; mais ce serrement du bas de la poitrine, par lequel il dit que le haut devient plus ample, ne pouvoit pas seul être la cause de ce défaut d'une * épaule plutôt que de l'autre, & la façon des corps ou corsets dans ce tems-là ne faisoit peut-être que serrer en-bas, sans rien gêner en-haut. * Pag. 180. in 4.

Il y avoit longtems que j'avois lu cette remarque de Riolan, mais je n'y avois fait une attention particulière que depuis quelques années, après avoir examiné les défauts de la taille de plusieurs jeunes Demoiselles qui avoient porté habituellement ces corps à baleine, & dont la plupart avoient l'épaule & l'omoplate du côté droit plus larges, plus épaisses & plus saillantes que celles du côté gauche. J'ai cependant idée d'avoir vu le même défaut seulement du côté gauche. J'ai ou-

 tre

tre cela trouvé à quelques-unes en même tems l'épine du dos plus ou moins détournée, quoique très légerement.

Pour bien comprendre comment les corps à baleine peuvent causer cette inégalité des épaules, il faut se rappeller ce que j'ai dit ci-devant à l'occasion de leur forme & de leur application; savoir, qu'en arrière, à l'endroit qui couvre le dos, on les fait étroits, plats & roides, afin de mettre par-là les omoplates en presse, & de rendre le dos bien applati. A peine attend-on à présent l'âge de cinq ou six ans pour les appliquer de cette façon. Mais qu'en arrive-t-il? d'abord les deux épaules naturellement égales, sont également comprimées par la prémière application de ces corps, & par-là également empêchées de prendre croissance. Peu-à-peu le plus de mouvement d'un bras que de l'autre, & pour l'ordinaire plus du bras droit que du bras gauche, force & dégage par dégrés la portion du corps à baleine qui y répond, pendant que, par l'inaction ou le moins de mouvement de l'autre bras, la prémière forme de l'autre portion du corps à baleine reste comme elle étoit, de-sorte que par-là l'omoplate qui s'est fait un peu plus d'espace, prend nourriture, pendant que l'autre reste comme étranglée. Cet élargissement d'un côté plus que de l'autre, est imperceptible les trois, quatre ou cinq prémiers mois, au bout desquels, & quelquefois plus tard, on change les corps à baleine. La même chose arrive à proportion pendant qu'on porte le * second corps, & la croissance de l'épaule la moins comprimée va son train en même

* Pag. 281. in 4.

même tems selon la force de chaque tempérament. A la fin la croissance de cette omoplate ou épaule moins gênée prend le dessus & se fait appercevoir; ce qui arrive principalement quand on ne change ces corps que de six mois en six mois, délai qui fait quelquefois encore un plus grand tort aux autres parties, tant internes qu'externes, des enfans qui croissent naturellement bien.

Malgré tout cela les défenseurs intéressés de la fabrique de ces corps, & ceux qui font trop de cas de la prétendue belle taille, en appelleront à l'expérience journalière pour en prouver l'utilité, & même la nécessité; 1. parce que sans ces corps à baleine, plusieurs ont de la peine à se soutenir dans une attitude droite; 2. qu'avec ces corps on a souvent prévenu les difformités qui arrivent à plusieurs qui n'ont pas voulu s'y assujettir; 3. on m'a objecté que ce n'est que par le moyen de ces corps qu'on remédie aux difformités déja arrivées, & que pour cela je les ai approuvés & conseillés moi-même; 4. qu'ils obligent les jeunes personnes de se tenir continuellement droites, & leur procurent la belle taille. Voici mes réponses:

1. Ce n'est qu'après qu'on a porté pendant un certain tems ces corps, qu'on a de la peine à se soutenir sans eux; ce qui arrive, parce que les muscles vertébraux & les autres muscles qui servent à soutenir l'épine, sont, par l'usage habituel de ces mêmes corps, continuellement forcés d'être dans l'inaction pendant le jour, le dos étant alors soutenu par la roideur des baleines, indépendamment de

l'action de ses muscles, & ils restent de même dans l'inaction pendant la nuit, étant alors portés & soutenus par le lit. C'est ainsi que ceux qui ont été obligés d'être alités longtems, même sans maladie interne, ont après cela beaucoup de peine à se soutenir & à marcher, parce que les muscles qui servent à cet usage, ont été si longtems dans l'inaction. On peut y ajouter la compression continuelle de la portion inférieure des muscles sacro-lombaires par ces corps, qui leur cause * une espèce d'engourdissement imperceptible, & les rend plus ou moins incapables de soutenir l'épine du dos sans le secours des mêmes corps.

* Pag. 182. in 4.

2. Quant aux difformités & aux dérangemens de l'épine, des épaules, des hanches & du devant de la poitrine, il est certain que l'application des corps à baleine proportionnés à chaque personne, est souvent le moyen le plus efficace d'y remédier, ou de les diminuer, ou d'en empêcher l'augmentation, & par conséquent très nécessaire, comme je l'ai conseillé moi-même à plusieurs avec succès; mais il n'est pas moins certain qu'il y a des cas où l'on peut y remédier par d'autres moyens, comme je l'ai aussi expérimenté. Ainsi cette nécessité est à peu-près pareille à celle de porter des bandages pour les descentes, des bottines pour les difformités des jambes & des pieds, &c. comme des moyens appropriés pour ces incommodités, & dont il se trouve, au grand préjudice du public, presque autant, pour ne pas dire plus de simples artisans que de vrais artistes. J'en ai vu des preuves très fatales.

3. Ce que je viens de dire sur la nécessité

dans les cas actuels de ces incommodités, je le dis aussi sur la prétendue utilité générale de les prévenir. Il n'y a point d'utilité, & il y a encore moins de nécessité où il n'y a point de disposition par la foiblesse des parties, ni occasion; par exemple, l'habitude d'une mauvaise contenance, la délicatesse de ceux qui sont exposés à de grands mouvemens. C'est ainsi que les jeunes-gens qui apprennent à monter à cheval, sont obligés de porter un bandage pour prévenir les descentes, & que les courriers se sanglent pour éviter les incommodités que les secousses violentes du cheval pourroient occasionner; & dans ces cas le vrai artiste est encore nécessaire, & le simple artisan très dangereux.

4. La dernière raison qu'on allègue pour plaider la cause de ces corps forts, est que par-là le corps devient droit aux enfans dans l'âge de leur prémière croissance, se conserve droit dans les âges plus avancés, & aquiert ensuite * la stabilité d'une belle taille. Mais que l'on examine tout le petit peuple & les gens de la campagne dans tout le Royaume, que l'on cherche parmi d'autres Nations entières hors du Royaume, même hors de l'Europe, parmi les autres parties du Monde, jusqu'aux Sauvages, on y trouvera par-tout que sans ces corps à baleine, & même sans quelque moyen équivalent, tous les enfans en général s'élèvent bien formés, bien droits, & passent tous les âges suivans sans aucune difformité, sans le moindre dérangement de la vraie conformation naturelle; je dis la vraie conformation naturelle, car celle qu'on préconise

* Pag. 183. in 4.

 tant

tant parmi nous, ne l'eſt pas, elle eſt purement artificielle & contre nature, de même que tout ce qui en dépend, ſavoir, la forme de la poitrine comme en pointe, le ventre enfoncé, le dos applati, les épaules reculées, les clavicules forcées, les côtes en partie abaiſſées, en partie recourbées, en partie pouſſées en avant, le ſternum preſque en baſcule, les viſcères du bas-ventre en preſſe, ceux de la poitrine gênés, & le reſte des dérangemens internes & externes dont j'ai parlé. C'eſt avec ces dépravations de la vraie ſtructure du corps humain & de ſa vraie beauté naturelle, qu'on fait acheter ſi cherement par l'uſage indiſcret & l'application diſproportionnée de ces corps à baleine, la prétendue belle taille. Qu'on ne diſe pas que quantité de perſonnes n'en ont pas ſenti ces inconvéniens, ni n'en ont point été incommodées; c'eſt par une habitude de jeuneſſe, par la force du tempérament joint à l'interruption de cet habillement, par le repos de la nuit, qu'elles y ont réſiſté, & qu'elles y réſiſteront pendant un certain tems, dans le cours duquel néanmoins ſe forment inſenſiblement les prémices de toutes ces incommodités dont j'ai parlé, leſquelles dans la ſuite après coup, & ſouvent même après une longue ceſſation du mauvais uſage de ces ſortes de corps & corſets, ou ſe manifeſtent les unes plus, les autres moins, ou font périr ſans ſe manifeſter.

M E-

*MEMOIRE

*Pag. 184. in 4.

Dans lequel on examine par voie d'expérience, quelles sont les forces & les directions d'un ou de plusieurs Fluides renfermés dans une même Sphère qu'on fait tourner sur son Axe.

Par Mr. l'Abbé NOLLET.

DESCARTES ayant entrepris d'expliquer la pesanteur des corps par la force centrifuge d'une matière fluide qu'il supposoit circuler autour de notre Globe, & voulant appuyer son hypothèse sur quelque fait qui pût en faire sentir la possibilité, imagina de faire tourner sur son axe une sphère creuse, de quelque matière solide, & remplie de petits corps spécifiquement plus pesans les uns que les autres (a). Il prétendoit que ceux qui auroient le plus de masse, ayant, à vitesses égales, plus de force centrifuge, obligeroient les autres à s'approcher du centre de leur mouvement, & qu'on verroit prendre à ces derniers la forme d'un noyau sphérique, qui indiqueroit par sa figure la direction des forces auxquelles ces petits corps obéissoient. Cette expérience ingénieuse ne fut alors qu'indiquée, c'est un Juge que ce Philosophe s'est nommé lui-même dans une affaire de Systême: s'il ne l'a point fait

(a) *Lettres de Descartes, Tome III. Lett. 32. au P. Mersenne, edit. 1725. p. 482.*

fait prononcer de son tems, c'est peut-être qu'il comptoit un peu trop sur une décision favorable à son opinion; cependant bien avant qu'on en vînt à l'exécution, Mr. Huyghens & plusieurs autres Physiciens avoient prévu que ce fait ne répondroit pas aux vues de celui qui l'avoit comme cité d'avance; & enfin Mr. Bulfinger, dans un Mémoire qui a remporté le prix de l'Académie en 1728, rapporte qu'il a fait tourner sur son axe une sphère de verre remplie d'eau, avec de petits corps, les uns plus légers, les autres plus pesans que ce fluide, & dans la suite du même* Mémoire il reconnoit que le résultat de cette épreuve n'est point conforme à la pensée de Descartes, & que la pesanteur des corps vers le centre de la Terre ne peut être expliquée par un tourbillon de matière fluide qui circule seulement en un sens.

* Pag. 285. in 4.

Comme on a toujours considéré cette expérience du Globe de verre plein d'eau, rélativement au point de vue qui l'avoit fait imaginer, on s'est contenté d'y voir qu'elle étoit contraire à l'opinion Cartésienne, & l'on a supprimé la plupart des détails étrangers, ou qui n'avoient point un rapport immédiat à cet objet; cependant comme ces circonstances, faute d'être suffisamment observées ou entendues, pourroient donner lieu de rappeller en preuve un fait dont l'insuffisance a été reconnue, & que d'ailleurs elles peuvent donner une juste idée des forces centrales & de leur action en certains cas, j'ai cru qu'il ne seroit point inutile de les rassembler dans ce Mémoire.

La

La machine dont je me suis servi pour faire tourner le Globe de verre, est une Table à trois pieds, plus longue que large, qu'on peut aisément mettre de niveau par le moyen de trois vis qui servent à la caler. Cette Table porte un second plan, qui est représenté par la Figure 1re, & qui s'y joint par deux charnières *A*, *B*, par le moyen desquelles il peut s'élever par un bout pour former un plan incliné à la Table. *C* est une vis qui passe dans une rainure à jour, pratiquée à la portion de cercle *D*, élevée sur l'extrémité de la Table, & qui sert à fixer l'inclinaison du plan mobile. En *E* & en *F* s'élèvent deux montans qui sont assemblés en-haut par une pièce cintrée, & dans lesquels on peut mouvoir de bas en-haut le chassis qui porte la roue, ce qui donne la liberté de tendre la corde plus ou moins. On a fixé en *G* un pilier qui porte à son extrémité supérieure une vis & un écrou à oreilles pour fixer une équerre de fer, dont la partie horisontale est ouverte en forme de coulisse, afin que la partie verticale qui est percée en haut pour recevoir l'axe du Globe, puisse avancer & reculer * parallellement à la Table. Cette précaution étoit nécessaire, parce que le Globe de verre porte à l'un de ses poles deux poulies de différens diamètres, dont il faut que chacune puisse être placée vis-à-vis & selon le plan de la grande roue. Enfin *HI*, est une rainure à jour qui reçoit la queue d'un autre pilier presque semblable au précédent, & qui s'arrête avec un écrou en dessous; & afin que cet écrou ne nuise point à l'inclinaison du plan mobile, on a per-

* Pag. 186. in 4.

 cé

cé la Table vis-à-vis, & autant que la rainure dont on vient de parler : ces deux piliers soutiennent le Globe de verre par ses deux poles, & la grande roue qu'on fait tourner avec une manivelle, lui communique son mouvement par une corde qui embrasse l'une ou l'autre des poulies. *Voyez la Figure 2de, qui représente toutes ces pièces assemblées.*

Une masse d'eau contenue dans une sphère de verre, peut etre considérée de deux manières différentes, & toutes deux nécessaires pour faire entendre ce qui résulte de son mouvement de rotation.

1. On peut la regarder comme un assemblage de cercles parallèles enfilés par le même axe, cet axe étant la ligne droite que forment entre eux tous les centres de ces différens cercles. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, *Figure 3me.*

2. On peut se représenter cette même eau comme une infinité de spheres creuses enveloppées les unes dans les autres, & qui décroissent en diamètre jusqu'au centre commun. *Figure 4me.*

Quand on commence à faire tourner le Globe de verre sur son axe, sa surface intérieure qui est solide, venant à frotter la première couche d'eau, lui imprime une partie de son mouvement ; mais la vitesse étant plus grande à l'équateur & aux parties voisines que vers les poles, & la couche qui reçoit le mouvement, étant fluide, ses parties obéissent aux différens dégrés de force qui les entraînent, & cette première sphère d'eau ne se meut pas toute en même tems. Cela s'apperçoit

çoit aisément, lorsqu'avec l'eau on a mis un peu d'huile colorée; car dès que la boule vient à tourner, le * petit segment d'huile se déchire, pour ainsi dire, & se divise en un grand nombre de petits globules. * Pag. 187. in 4.

Le mouvement se communique donc ainsi de couche en couche jusqu'au centre, mais avec des vitesses qui ne sont point d'abord dans des rapports convenables pour faire mouvoir toute la masse à la manière d'une sphère solide; car 1. comme le mouvement commence par la circonférence, les parties de chaque parallèle qui en sont les plus prochaines, précèdent d'abord les autres, & ce qui formoit le rayon *KLM* (*Fig.* 5.me) dans le fluide en repos, devient une ligne courbe *klM* dès la prémière révolution. 2. Le mouvement se communique à l'eau par le frottement de la surface solide du verre qui la renferme, mais les zones qui terminent tous les cercles de part & d'autre depuis l'équateur jusqu'aux poles, ne décroissent pas à beaucoup près autant que les quantités de matière sur lesquelles elles agissent; ainsi le mouvement se transmet plus vite aux parties qui avoisinent les poles, qu'à celles qui sont aux environs du centre de la sphère.

Par la même raison, si le verre & l'eau avoient aquis un mouvement uniforme qui les fît tourner sur leur axe commun comme un corps solide, il est certain que cette uniformité ne subsisteroit pas si l'on venoit à augmenter ou à diminuer la vitesse du Globe de verre; car celui-ci agiroit, par exemple, sur le cercle *NO*, (*Fig.* 3.me) par un frottement immédiat

médiat de ſa ſurface qui eſt ſolide, pendant qu'il ne cauſeroit preſque aucun changement à *P* ♒, de même diamètre, qui continueroit de ſe mouvoir dans un fluide qui a preſque la même viteſſe que lui.

Mais ſuppoſons le cas d'un mouvement uniforme dans toute la maſſe; c'eſt à la vérité ſuppoſer ce qui n'arrive pas ordinairement à la rigueur, car la ſphère de verre ne tournant pas toujours ſur ſes vrais poles, & le fluide qu'elle contient, ayant une peſanteur qui concourt avec la moitié de ſa révolution verticale, pendant qu'elle s'oppoſe à l'autre, il ſe fait des ſecouſſes preſque inévitables, qui ne permettent * que rarement cet accord de viteſſes qui peut ſeul faire tourner le verre & l'eau à la manière d'un ſolide; ajoutez qu'il eſt aſſez difficile que le moteur imprime un mouvement égal aſſez longtems pour le tranſmettre à tout le fluide; mais ce qu'on ne peut exécuter rigoureuſement, on l'a par approximation, & cela ſuffit. En ſuppoſant donc cette uniformité de mouvement, toutes les tranches ou cercles d'eau parallèles à l'équateur, auront des forces centrifuges particulières, d'où il réſultera une force axifuge pour toute la maſſe.

* Pag. 188. in 4.

L'expérience confirme ce raiſonnement; lorſqu'on ſe ſert d'une eau qui contient quelques parcelles de matière plus légères qu'elle, ou lorſqu'on y mêle un peu d'huile de thérébentine colorée, que le mouvement diviſe bientôt en petits globules, tous ces corpuſcules moins denſes qu'un pareil volume d'eau, cédant à la force axifuge du fluide qui les emporte, s'ap-

pro-

prochent de l'axe de la révolution commune; & l'enveloppent dans toute sa longueur, en formant un corps dont le diamètre & la figure varient suivant la valeur rélative de la force axifuge de l'eau, & les rapports qu'ont entre elles les forces centrifuges particulières d'où ils résultent. Ordinairement c'est un cylindre, tantôt c'est un conoïde, quelquefois un fuseau, assez souvent c'est un corps plus enflé aux extrémités qu'au milieu, & jamais une sphère, pas même rien qui en approche.

On ne peut donc pas dire que la force axifuge du fluide se convertisse en force centrifuge commune à toute la masse; car si cela étoit, il paroîtroit bien singulier que les petits corpuscules obligés de céder à cette force, ne prissent jamais entre eux une figure telle qu'elle devroit résulter de son action & de sa direction, je veux dire, que jamais ils ne parussent sollicités à se rassembler de toutes parts vers le centre commun, comme on auroit lieu de le penser si l'on voyoit au moins quelquefois qu'ils prissent une forme sphérique, ou qui en approchât.

L'exemple qu'on pourroit citer d'une petite bulle d'air qui* paroît en certains cas chassée du pole au centre du Globe, & que l'on y contient sous une figure sensiblement sphérique; cet exemple, dis-je, ne répond point à mon objection, c'est un cas particulier qu'on opposeroit en vain à des expériences constantes, parce qu'il dépend d'un concours d'accidens, & qu'il n'est lui-même qu'une suite nécessaire des principes qu'elles prouvent, comme je me propose de le faire connoître par

* Pag. 189. in 4.

par la ſuite de ce Mémoire. Examinons donc ce qu'il doit arriver à une bulle d'air qui ſe trouvera renfermée dans une ſphère de verre pleine d'eau, que nous ſuppoſerons d'abord, pour plus de ſimplicité, ſe mouvoir toute enſemble, l'axe de la révolution étant horiſontal.

La petite bulle en queſtion ſe trouvera néceſſairement dans le plan de l'équateur même, ou dans celui de quelqu'un de ſes parallèles.

Si l'eau ſe meut aſſez rapidement pour l'emporter & pour l'obliger à circuler en même tems qu'elle, ou à peu-près, la petite bulle reçoit une force centrifuge qui diffère de celle du volume d'eau correſpondant comme ſa denſité, c'eſt-à-dire, qu'elle en a beaucoup moins, & peu-à-peu elle eſt portée au centre du cercle, non par une force poſitive de ſa part, mais parce qu'elle eſt obligée de céder la place qu'elle occupe ſucceſſivement, à tous les petits volumes d'eau ſemblables qui ſont entre elle & le centre de la révolution, & qui, en raiſon de leur maſſe, ont une force centrifuge prévalente.

Mais la même raiſon qui fait que la force centrifuge de l'eau, à viteſſes égales, eſt exceſſivement plus grande que celle de l'air, fait auſſi que l'air tend fortement à s'élever au deſſus de l'eau; d'où il ſuit:

1. Que quand la bulle d'air, en circulant, ſe trouve dans les rayons inférieurs à l'axe, ſa légereté reſpective concourt avec la force centrifuge de l'eau pour la porter au centre du cercle qu'elle décrit.

2. Que quand au contraire elle ſe trouve dans les rayons ſupérieurs, cette même légereté

reté la défend contre les efforts * de l'eau qui tend à la déplacer, en s'éloignant du centre, & retarde sa chute vers le centre.

* Pag. 190. in 4.

Aussi l'expérience fait-elle voir que quand l'air circule avec l'eau, il arrive bien plus promptement à l'axe : deux causes alors concourent au même effet, la légereté respective aidée par la force centrifuge de l'eau pendant la moitié de sa révolution, & l'augmentation de vitesse qui, quoique égale pour les deux fluides, produit dans leurs forces une différence qui est à l'avantage du plus dense.

Une chose qu'on ne doit jamais perdre de vue ici, c'est que cette espèce de force qui amène la bulle d'air au centre du cercle, ne dépend nullement de la colonne *PR*, (*Figure* 3.*me*) qui est entre cette bulle & la paroi du verre : que cette colonne supérieure soit plus longue, qu'elle soit plus courte, pourvu qu'elle se meuve avec la même vitesse que le reste, comme nous le supposons, toute son action se porte dans une direction opposée à celle que doit suivre notre bulle d'air ; mais cette force réside toute entière dans la colonne inférieure *PS*, dont l'extrémité concourt pour la même place avec une particule de matière moins dense, & qui ne lui oppose pour toute résistance que son excès de légereté, ou une force centrifuge toujours beaucoup moindre que la sienne.

C'est pour cette raison sans doute qu'une bulle d'air ou d'huile, quand elle est un peu grosse, paroît toujours applatie par dessous.

Il suit de cette remarque (& l'expérience le confirme) que dans quelque parallèle que se

ſe trouve la bulle d'air, elle doit y reſter ſi l'axe du Globe eſt bien horiſontal, parce que tous les plans collatéraux ayant des forces centrifuges égales à pareilles diſtances de l'axe, & les deux eſpèces de réſiſtance que l'air a à leur oppoſer, je veux dire ſa légereté & ſa force centrifuge, s'il circule, étant également foibles dans un endroit comme dans l'autre, on ne voit aucune cauſe qui puiſſe déterminer la bulle d'air à paſſer d'un parallèle à l'autre; auſſi quand elle y paſſe, apperçoit-on aiſément que cela vient * des ſecouſſes ou de la poſition du Globe, ou de l'inégalité du mouvement.

* Pag. 191. in 4.

Il ſuit encore de la même obſervation que la forme du vaiſſeau eſt tout-à-fait indifférente, en ſuppoſant, comme nous faiſons, le mouvement uniforme & conſtant; la réaction de ſes parois ne change rien à la force centrifuge de chaque cercle; quelque figure qu'on leur donne, la force axifuge ne ſouffre aucune converſion. Quoique cette conſéquence m'ait toujours paru fort évidente, j'ai cependant voulu m'en aſſurer encore par une expérience déciſive.

Au-lieu d'un Globe je me ſuis ſervi d'un Verre conique, repréſenté par la Fig. 6me, je l'ai fait tourner ſur ſon axe, tantôt avec de l'eau & de l'huile colorée, tantôt avec de l'eau & une petite bulle d'air; ſi la force axifuge du fluide avoit dû recevoir quelque changement rélatif à la figure du vaiſſeau, elle auroit dû ſe diriger vers la baſe, & les globules d'huile ou la petite bulle d'air me l'auroient indiqué, mais je n'ai rien apperçu que ce que je m'attendois d'y voir, les matières

les

les plus légères se sont toujours rangées dans l'axe, & n'ont affecté aucune place de préférence.

Conduisons maintenant la bulle d'air dans un point de l'axe, & que ce point soit, par exemple, le centre de l'équateur. Si la bulle est fort petite, elle y paroît sensiblement sphérique, parce que les causes qui lui font prendre cette forme dans un fluide en repos, ne cèdent que très peu à celles qui lui feront changer visiblement de figure lorsqu'elle sera plus grosse. En effet, quand elle a plus de volume, elle paroît allongée comme une olive, parce qu'étant alors plus fléxible, elle se conforme à la pression du fluide, dont les colonnes exercent sur elle une résistance perpendiculaire à son axe; ce qui la rendroit parfaitement cylindrique, si son excès de légereté, l'adhérence de ses parties, & une certaine pression qui vient de la plénitude du fluide ambiant, ne changeoient quelque chose aux effets de la cause principale. Voila pour la figure.

Quant au déplacement, l'expérience apprend que la bulle * d'air demeure dans le point de l'axe où elle se trouve d'abord, tant qu'il est bien horisontal, & que le mouvement est bien uniforme; mais que si l'on élève un peu l'un des poles, elle ne manque point de se porter à l'endroit le plus élevé, & en voici la raison.

* Pag. 192. in 4.

La bulle d'air étant dans un point de l'axe quelconque, est retenue par la force centrifuge, & selon la direction des rayons dont elle occupe le centre commun, de manière

que

que n'ayant aucune force à leur oppoſer, puiſqu'on ſuppoſe que ſa légereté eſt vaincue, elle ne peut pas s'élever dans le plan de ſon cercle, ni dans celui d'aucun autre parallèle, s'il tourne avec la même viteſſe; mais il n'en eſt pas de même des points de l'axe qui avoiſinent celui dans lequel elle eſt, pour paſſer de l'un à l'autre l'air ne trouve d'autre réſiſtance que le frottement, & ce frottement, cède à ſa légereté, ſi l'axe eſt ſuffiſamment incliné à l'horiſon.

L'expérience confirme encore cette raiſon, car ſi l'on ſubſtitue à cet air une goutte d'huile, ou quelque corps qui approche davantage de la denſité de l'eau, cette légereté à qui j'attribue le déplacement, ſe trouve trop foible à pareil dégré d'inclinaiſon, ou elle ne produit rien, ou elle agit plus lentement. Ainſi notre bulle d'air dans l'axe incliné à l'horiſon, ſe meut à peu-près comme dans un tube plein d'eau, ou de quelque autre liquide en repos, & quand une fois elle eſt parvenue au pole, elle y reſte conſtamment par la même cauſe qui l'y a fait aller, & autant de tems que les autres circonſtances ſubſiſtent.

Delà il s'enſuit que ſi l'on mettoit dans l'axe incliné un corps plus peſant que l'eau, au-lieu de ſe porter au pole le plus élevé comme le globule d'air, il ſuivroit une route toute oppoſée en obéiſſant à ſa peſanteur; je me ſuis aſſûré de cette conſéquence par un fait qui mérite d'être rapporté.

J'ai enfermé dans mon Globle plein d'eau une petite boule de cire, au centre de laquelle

quelle j'avois enfermé un grain de plomb qui la rendoit un peu plus pesante que l'eau ; je l'ai amené peu-à-peu dans l'axe, en tournant plus lentement * lorsqu'elle étoit dans les rayons supérieurs, afin que sa pesanteur l'emportât sur sa force centrifuge; lorsqu'elle fut parfaitement concentrique à l'un des cercles parallèles à l'équateur, elle tourna comme lui sur son axe, & quelque vitesse que j'imprimasse au fluide, ma boule de cire ne se déplaça point tant que l'axe du Globe fut bien horisontal. Et pourquoi se seroit-elle déplacée? sa force centrifuge étoit en équilibre avec elle-même, puisque tous ses rayons étoient homogènes & de même longueur, & que tous les points de l'axe du Globe étoient indifférens pour sa pesanteur; mais cette dernière circonstance venant à cesser par l'élévation d'un des poles, elle suivit bientôt cette inclinaison, & se porta vers l'endroit le plus bas sans quitter l'axe.

* Pag. 193. in 4.

Jusqu'ici nous avons supposé que la sphère de verre & ce qu'elle contient, n'avoient qu'un mouvement commun, de manière que les révolutions périodiques de l'equateur & de ses parallèles se faisoient toutes en même tems; mais si l'on vient à rallentir le mouvement du fluide, en diminuant ou en arrêtant le Globe de verre, il est certain que les vitesses ne diminueront point également en tems égaux pour tous les parallèles, & que ceux qui sont les plus près de l'équateur continueront pendant quelques instans à se mouvoir sans un retardement sensible, pendant que ceux qui sont voisins des poles souffriront des accé-

accélérations ou des retardemens considérables, comme nous l'avons observé au commencement de ce Mémoire, & comme l'expérience le confirme. Car lorsqu'on a mis dans l'eau du Globe des parcelles de matière plus légère en suffisante quantité, & qu'on leur a fait prendre une forme cylindrique autour de l'axe, en donnant à tous les cercles une vitesse à peu-près égale, si l'on arrête ou qu'on rallentisse la sphère de verre, le cylindre ne manque point de se dilater par les deux bouts, ce qui prouve très évidemment que la force centrifuge de l'eau qui resserroit ces particules dans un moindre espace, diminue comme la vitesse, qui est plutôt rallentie aux poles qu'ailleurs.

Par la même raison une bulle d'air ou tout autre corps * léger abandonne sa place en pareil cas, & s'élève au dessus de l'axe, & si la figure du vaisseau ou quelque secousse dans le fluide le détermine à prendre une ligne oblique, il se trouvera dans des parallèles d'un plus grand diamètre, où la vitesse, & par conséquent la force centrifuge, s'est mieux conservée, & alors il sera rabaissé vers l'axe, & dans un point plus voisin du centre de la sphère.

* Pag. 194. in 4.

Lorsqu'on a déplacé la bulle d'air, & qu'elle est au dessus de l'axe dans le voisinage du pole, si l'on rend au Globe de verre sa première vitesse, cela seul peut faire aller cette parcelle d'air vers le centre de la sphère, car les vitesses dans le fluide se rétablissent par où elles ont commencé à s'affoiblir, c'est-à-dire, que les cercles les plus près des poles sont plus commandés par la surface du verre; ainsi

ainsi les forces centrifuges prennent des accroissemens qui passent de cercle en cercle jusqu'au centre de la sphère, & qui sollicitent la bulle d'air à suivre la direction de leur progrès. Si la colonne *TV*, (*Figure 7me.*) a plus de force centrifuge en *X*, qu'elle n'en a en *Y*, il est évident que la bulle d'air qu'elle sollicite, tendra à l'axe par une ligne oblique qui l'approchera du centre de la sphère.

Enfin c'est une chose certaine que le fait dont il s'agit, n'arrive pas toujours, & qu'il n'arrive jamais quand le mouvement du fluide persévère uniformément ; plusieurs circonstances peuvent le faire naître, la forme du vaisseau, les secousses dans le fluide, l'inégalité du mouvement, l'inclinaison de l'axe, &c. ainsi l'on peut dire que ce renvoi de la bulle d'air au centre de la sphère, n'est qu'un accident qui ne prouve nullement la conversion de la force axifuge ou force centrale.

Envain prétendroit-on que dans la pratique de ces expériences les résultats ne sont pas tout ce qu'ils pourroient être, à cause du poids de l'eau qui rappelle toujours la masse entière vers le centre de la terre qui est hors du Globe de verre, tandis que le mouvement de rotation donne aux parties une tendance qui a rapport au centre de ce même Globe qui * les renferme ; car il est aisé de prouver que quand on fait tourner sur son axe cette sphère de verre pleine d'eau, les parties du fluide sont en équilibre entre elles, & que leur pesanteur ne change rien à leur mouvement de rotation : cette proposition est fon-

* Pag. 195. in 4.

 dée

dée ſur les principes les plus connus de l'Hydroſtatique, & l'expérience la confirme.

Soit (*Figure 9me.*) une coupe du Globe plein d'eau, ſelon le plan de ſon équateur, l'axe qui paſſe au centre *G* étant porté par les deux extrémités, il eſt évident que quand le Globe tourne, toute la circonférence ſolide *ABCD*, eſt auſſi ſoutenue, & que toutes ſes parties ſont en équilibre ſi elle eſt partout d'une même nature & d'une égale épaiſſeur.

Si la lame circulaire terminée par cette circonférence étoit une matière ſolide, on pourroit dire la même choſe de tous les cercles concentriques qu'on y pourroit concevoir, ſoit qu'ils fuſſent en repos, ſoit qu'ils tournaſſent ſur leur centre commun.

Mais ſi cette lame eſt un fluide dont les parties ſoient ſemblables entre elles, je dis que la fluidité de la matière contenue ſous la circonférence ſolide *ABCD*, ne change rien à l'équilibre de ces parties, dans le cas du repos (tout le monde en convient) ni dans celui de la rotation, comme je vais le prouver.

Quand la circonférence ſolide *ABCD*, tourne ſur ſon centre, & que le mouvement s'eſt uniformément diſtribué à tout le plan fluide qu'il renferme, ſi quelque choſe pouvoit interrompre ou empêcher l'équilibre dont il s'agit, ce ſeroit ſans doute la peſanteur dont la direction eſt alternativement favorable & contraire au mouvement d'un volume quelconque pris dans la maſſe, comme *F*, & conſidéré pendant une révolution entière; mais il eſt aiſé de voir que tout étant ſoutenu

nu par la circonférence qui repréſente les parois du vaiſſeau, la peſanteur qu'on pourroit objecter, n'eſt plus qu'une peſanteur rélative, dont les rapports ſont toujours ſubſiſter l'équilibre, en quelque endroit de ſon orbe qu'on imagine le volume *F*. Si, par exemple, il eſt en *e* ou en *h*, * ſa peſanteur le ſollicite à deſcendre vers *D*, mais cet effort eſt vaincu par la réſiſtance d'une colonne d'égale denſité, & ſoutenue en *D*.

* Pag. 196. in 4.

Quand le volume F décrit la moitié de ſon orbe *eih*, la peſanteur concourt avec ſon mouvement circulaire, & tend à l'accélérer, mais une peſanteur égale tend auſſi à retarder l'autre demi-orbe *hld*, & comme l'orbe entier eſt composé de parties ſemblables à *F*, qui ne peuvent ni ſe pénétrer ni ſe comprimer, on ne voit pas que la peſanteur puiſſe rien changer à leur mouvement de rotation, ou les empêcher de circuler régulierement; voila ce que dit la théorie, voici maintenant ce que dit l'expérience.

Ce que je viens de dire du volume *F*, deviendroit ſans doute d'une évidence parfaite, ſi on pouvoit le diſtinguer ſenſiblement de la maſſe dont il fait partie pendant ſa rotation, & qu'on le vît ſe tenir conſtamment dans un cercle concentrique à la circonférence ſolide *ABCD*, car il certain que pendant ſa révolution, s'il obéïſſoit plus à ſa peſanteur dans un tems que dans un autre, ſon orbe deviendroit excentrique à *G*, & ne ſeroit pas même parfaitement circulaire; mais que ce ſoit le volume *F* lui-même, ou bien un autre corps, pourvu que la peſanteur ſpécifique

ſoit la même que celle de l'eau, les effets ne doivent-ils pas être ſemblables?

J'ai donc ſubſtitué à *F* une petite boule de cire colorée & préparée de façon qu'elle étoit en équilibre dans l'eau, & je lui ai vu décrire des cercles ſenſiblement concentriques à l'axe d'une ſphère de verre remplie d'eau, dans laquelle je l'avois miſe, & que je faiſois tourner le plus uniformément qu'il m'étoit poſſible; on ne peut donc pas dire que la peſanteur abſolue de l'eau ſoit un obſtacle aux effets qui doivent réſulter de ſa force axifuge lorsqu'on la fait tourner dans un Globe de verre, tel que celui qui a été employé dans les expériences qui font le principal objet de ce Mémoire.

Pendant que j'étois occupé à ces expériences, j'ai voulu m'aſſûrer d'un fait que Mr. Bulfinger a ſuppoſé dans le * Mémoire que j'ai cité ci-deſſus. Il paroit que ce Phyſicien, pour expliquer les phénomènes de la péſanteur, a voulu prendre un milieu entre le Tourbillon Cartéſien qui lui paroiſſoit inſuffiſant, & celui de Mr. Huyghens, à qui l'on reprochoit de n'être pas aſſez conforme à cette ſimplicité qui caractériſe la Nature.

* Pag. 197. in 4.

Après avoir imaginé dans le même fluide une double circulation autour de deux axes qui ſe couperoient à angles droits, il a penſé, comme *Deſcartes*, à rendre ſon idée plauſible par une expérience; il ſe propoſe de faire tourner le Globe plein d'eau ſur quatre poles, de manière que les deux rotations s'achèvent en même tems: l'effet qu'il en attend,

tend, eſt que les corpuſcules plus légers que l'eau, au-lieu de ſe ranger dans un axe, comme il arrive dans le cas d'un ſeul mouvement, ſe raſſembleront au centre du Globe, & y formeront un noyau ſphérique.

Deſcartes, en propoſant ſon expérience, avoit laiſſé à d'autres le ſoin de l'exécuter: Mr. Bulfinger qui l'a fit le prémier, reconnut par cet exemple, que les réſultats ne ſont pas toujours tels qu'on les avoit préſuppoſés, & pour ne pas tomber dans la même faute en propoſant la ſienne, il ſe chargea lui-même de l'exécution; il s'aſſûra de la double rotation du Globe de verre par un modèle en petit, mais nous ne voyons pas qu'il ait été plus loin.

Le point le plus important n'étoit cependant pas de ſavoir ſi le Globe pourroit tourner en deux ſens à la fois, il s'agiſſoit bien plutôt d'apprendre ce qui s'enſuivroit dans le fluide qu'il contenoit, ſi ce double mouvement ſe tranſmettroit à l'eau, & ſi les corps légers ſeroient chaſſés au centre. Mr. Bulfinger l'a prétendu & ſuppoſé, mais j'avoue que les raiſons ſur leſquelles il s'appuie, n'ont pu diſſiper les doutes que j'ai toujours eus ſur le ſuccès de cette expérience. Je l'ai faite enfin, en appliquant à ma machine de rotation un Globe de verre qui tournoit ſur ſes poles dans un grand cercle de cuivre, pendant que ce cercle lui-même tournoit ſur celui de ſes diamètres qui coupoit à angles droits * l'axe de la prémière rotation, comme il eſt repréſenté par la Figure 8me, & à peu-près comme Mr. Bulfinger avoit projetté

* Pag. 198. in 4.

de le faire, avec cette différence cependant qu'ayant mis une double poulie à l'un des poles du Globe, je pouvois, en faisant passer la corde sur la plus petite ou sur la plus grande, varier les vitesses des deux rotations; voici les résultats.

1. Quand les deux rotations se sont faites avec des vitesses égales, & que l'un des deux axes étoit horisontal, les corps légers qui étoient dans l'eau du Globe, se sont rangés sans différence sensible dans ce dernier axe, comme s'il n'y eût eu qu'un seul mouvement.

2. La rotation de l'axe horisontal ayant la même vitesse, & celle de l'autre étant augmentée d'un tiers, je n'ai apperçu aucun changement dans les effets.

3. Dans l'un & dans l'autre cas, lorsque j'arrêtois le Globe de verre, & que les deux axes de rotation étoient dans une situation horisontale, il m'a paru que le cylindre formé par les corps légers quittoit sa situation pour se diriger à peu-près vers les 45 degrés.

4. Quand j'élevois obliquement, ou même verticalement, celui des deux axes qui a coutume d'être dans le plan de l'horison, le cylindre formé par les corpuscules légers ne changeoit point de situation, mais il se convertissoit en cone renversé, ce qui est une suite de la légereté respective.

5. Enfin, de quelque manière que j'aye varié cette expérience, soit par le rapport des vitesses entre les deux mouvemens du Globe, soit par la situation des axes, je n'ai jamais apperçu aucun signe sensible d'une force qui dirigeât les corps légers au centre.

Je

Fig. 1.

H
I
C

R
Fig. 3.
N
P
S



A

e d

F

G

F l

C

F

h

D

Fig. 8.

Je me borne ici au simple récit des faits, pour fixer seulement les idées sur une expérience qui a partagé les opinions, tant qu'elle n'a été que projettée, & je remets à examiner dans un autre Mémoire, ce que cette double rotation opère, tant par rapport aux différens points de la sphère de verre, que sur les parties du fluide qu'elle renferme, & sur les corps légers qui lui cèdent.

*OBSERVATIONS

*Pag. 199. in 4.

Par lesquelles on tâche de découvrir la partie du Cerveau où l'Ame exerce ses fonctions *.

Par Mr. DE LA PEYRONIE.

DIFFERENTES observations que j'avois faites il y a longtems sur des maladies

* L'Ame est unie au corps; par les loix de cette union l'Ame agit sur le corps, & le corps agit sur l'Ame. Quel est le point du corps où s'exécute immédiatement ce commerce réciproque? C'est ce point, ce lieu, ce foyer, cet instrument que je cherche dans ce Mémoire, & que j'appellerai *le siège de l'Ame*, à l'exemple de Fernel (*a*), Vanhelmont (*b*), Descartes, Bartholin (*c*), Bohnius (*d*), Diemerbroeck (*e*), Blancard (*f*), Bayle (*g*), Bergerus (*h*), Lancisi, &c.

(a) *Cap. 9. pag. 72. & seq.*
(b) *Joan. Bapt. Vanhelmont, pag. 283.*
(c) *Bartholin, Anatom. pag. 68.*
(d) *Joan. Bohn. Circ. Anat. Physiolog. p. 52.*
(e) *Anat. du Corps hum. tome 2. pag. 234.*
(f) *Steph. Blancardi opera, pag. 252.*
(g) *Francis. Bayle, Instit. Phys. sectio tertia, pag. 496. & seq.*
(h) *Bergerus, Physiol. Med. pag. 332. & seq.*

ladies du Cerveau (†) m'ont conduit insensiblement à découvrir l'usage de quelques parties de ce Viscère. Encouragé par ce succès j'ai espéré qu'une suite plus nombreuse d'observations de même genre confirmeroit mes prémières idées; je me suis même flaté qu'il pourroit naître delà de nouvelles connoissances qu'on n'auroit pu aquérir que difficilement par d'autres voies. Je vais me servir aujourdhui de toutes ces observations comme d'une espèce de fil pour me guider jusqu'au lieu où l'Ame exerce immédiatement ses fonctions.

Cette substance immatérielle, qui, ne donnant aucune prise * à nos sens, anime cependant leurs ressorts les plus secrets, est, pour ainsi dire, couverte de voiles épais qui la rendent impénétrable. Plus on a travaillé à montrer l'Ame à l'Ame même, plus on a cru devoir la regarder comme inaccessible, & si elle a pu s'élever jusqu'aux objets qui l'environ-

* Pag. 200. in 4.

(†) Je lus en 1709. à la Société Royale des Sciences de Montpellier, un Mémoire contenant six observations sur des maladies de tête, dont la prémière m'avoit fait naître l'idée, qu'il ne seroit pas impossible de découvrir par la voie de l'observation le lieu du cerveau où l'Ame exerce ses fonctions. On trouve l'extrait de ce Mémoire dans le Journal de Trévoux (*a*); cet extrait donne clairement l'idée de mon projet, mais ce n'est qu'un extrait, & dans lequel on ne fait, pour ainsi dire, qu'indiquer mes observations; c'est ce qui m'engage à en donner ici le détail qui n'a point paru. Au reste avec ce peu d'observations je ne pouvois alors qu'ébaucher cette matière délicate & obscure. J'en ajoute dans ce Mémoire un grand nombre de nouvelles qui confirment les six prémières, & qui ne seront pas bornées à cette seule utilité.

(*a*) *Amst.* 1709. *page* 609.

ronnent & qui lui ſont étrangers, elle a trouvé des barrières qui ont arrêté ſes efforts lorsqu'elle a tâché de ſe replier ſur elle-même pour parvenir à ſe connoître.

La Nature auroit-elle voulu en effet nous interdire une connoiſſance ſi ſatisfaiſante, & nous en priver pour toujours? Quoi qu'il en ſoit de cette conjecture, nous ne pouvons douter que l'Ame & le corps ne ſoient unis par les liens les plus étroits, & qu'en conſéquence des loix ſecrètes de cette union les changemens qui arrivent à l'une de ces ſubſtances ne faſſent conſtamment impreſſion ſur l'autre.

Mais cette communication eſt elle-même incompréhenſible : tout eſprit ſemble devoir eſſentiellement ſe dérober aux atteintes des corps, & tout commerce réciproque entre des ſubſtances ſi différentes par leur nature paroît en quelque ſorte contradictoire.

S'il n'eſt pas permis de pénétrer ces myſtères, c'eſt-à-dire, de percer juſqu'à la nature de l'Ame, ni juſqu'aux loix de ſon union avec le corps, on peut au moins eſſayer de découvrir le ſiège ou le prémier inſtrument de ſes opérations. Les Philoſophes de tous les ſiècles l'ont tenté, & il n'eſt perſonne qui ignore leurs différentes opinions ſur ce ſujet.

J'ai entrepris la même recherche avec cet eſprit de doute que doit inſpirer la vraie Philoſophie, & je n'ai d'abord trouvé dans les écrits de ces Auteurs aucun de ces faits qui mettent, pour ainſi dire, le ſceau aux vérités phyſiques. J'avoue qu'on a déja placé le ſiège de l'Ame dans toutes les parties du corps,

& même dans la maſſe du ſang. Il n'y a en particulier dans le cerveau aucun recoin où on ne l'ait ſuppoſé, & il eſt par conſéquent impoſſible que la partie du cerveau dans laquelle l'Ame exerce immédiatement ſes fonctions, ait échappé à ceux qui nous ont précédé ; mais les preuves ſur leſquelles on a
Pag.201. jusqu'ici appuyé toutes ces* opinions, n'ont
14. aucune force: ainſi ceux que le hazard à pu conduire au ſiège de l'Ame ne l'ont point véritablement découvert; ils l'ont ſeulement deviné; & ils ne nous ont tranſmis ſur ce ſujet que de ſimples conjectures.

Il faut certainement ſuivre une route différente pour nous conduire avec quelque ſûreté dans la recherche du ſiège de l'Ame : c'eſt d'obſervations en obſervations que nous devons remonter juſqu'à ce prémier organe: ce n'eſt que par un enchaînement de faits puiſés dans la Nature qu'on peut développer un pareil myſtère.

Il ſeroit inutile de chercher les 1ers organes des ſenſations & des mouvemens dans d'autres parties que dans les nerfs.

Mais l'Ame eſt-elle répandue dans tous ces tuyaux dont la ſtructure nous eſt encore ſi cachée? Ne ſait-on pas au contraire que ceux qui ont perdu quelque membre, ſoit par accident, ſoit par une opération chirurgique, croient ſentir des douleurs dans les membres mêmes qui ne ſubſiſtent plus? & ainſi n'eſt-on pas obligé de remonter au cerveau pour y chercher les prémiers organes des fonctions de l'Ame?

D'un autre côté par quelle voie parvenir à dé-

à déterminer plus précisément ces réduits secrets? Le sentiment ne nous apprend rien de leur situation: l'Ame, comme nous l'avons dit, ne sait en effet quel est le lieu où elle opère; les instrumens auxquels elle est attachée par des liens dont elle ne sauroit par elle-même se dégager, lui sont entierement inconnus; elle ne peut les sentir, ni les voir, ni les connoître.

Voici le seul moyen que nous ayons pour cela. Supposons que toutes les parties du cerveau ayent été détruites, & qu'il n'en soit resté qu'une seule: si après la destruction de ces parties la raison subsiste, si les facultés de l'Ame ne sont nullement altérées, il est évident que le siège de l'Ame n'étoit point dans ces parties détruites, & il faut nécessairement le placer dans la partie qui reste. Ce sera donc par la voie d'exclusion que nous commencerons à connoître cette partie qui est le prémier instrument de la substance pensante, ou, ce qui est la même chose, le siège qu'elle occupe. Cette voie deviendra encore plus lumineuse, si, par des observations * constantes, nous sommes assûrés que la partie qui reste aprés la destruction des autres n'est jamais altérée que les facultés de l'Ame ne soient troublées ou abolies: or c'est ce que nous prouverons par un grand nombre d'observations.

* Pag. 202. in 4.

Il est certain d'abord que l'Ame ne réside pas dans toute l'étendue de la substance du cerveau: nous allons entrer dans un detail de faits décisifs qui établiront cette vérité.

Prémière Observation, nouvelle.

Un Païsan âgé de 18 ans reçut un coup de pierre sur le pariétal droit; cet os fut fracturé; les esquilles ouvrirent la dure-mère & blessèrent le cerveau; le jeune-homme, qui avoit été renversé par le coup, resta deux jours sans connoissance. En retirant les esquilles dans le prémier pansement, & en remédiant en même tems au desordre des os, on ramassa, outre beaucoup de sang caillé, une très grande cuillerée des débris de la propre substance du cerveau. Le malade fut secouru à propos, & il guérit sans qu'il lui restât aucun ressentiment de sa blessure.

Seconde Observation, nouvelle.

Un homme de 30 ans fit une chute sur le front; la prémière table de l'os coronal fut simplement fêlée, mais la nature des accidens détermina à trépaner le malade. L'ouverture du crâne découvrit des esquilles de la seconde table, qui avoient ouvert la dure-mère & blessé le cerveau. Le second jour la portion de la substance du cerveau, qui répondoit à l'ouverture du crâne, se gonfla & s'échappa à travers le trou du trépan. Pendant dix jours le malade perdit à chaque pansement environ la grosseur d'une noisette de la substance du cerveau, ce qui fit en tout la quantité de près de deux cuillerées de cette substance. Le malade guérit sans qu'il lui restât aucun accident. Ces deux observations prouvent que les parties qui entrent dans la composition du cerveau ne sont pas toutes absolument nécessaires pour la vie, ni pour les fonctions de l'Ame (*a*).

Je

(*a*) On peut tirer encore deux autres conséquences de ces deux prémières observations; 1. que si la substance corti-

Je n'en rapporterai pas dans le corps de ce Mémoire plusieurs autres que j'ai faites, ou que j'ai trouvées dans différens * Auteurs, & qui font voir que de très grandes portions de la substance corticale, & même de la substance médullaire ayant été enlevées ou détruites, les malades ont souvent guéri, ou que ceux qui n'ont point guéri ont conservé jusqu'à la mort les fonctions des principales parties du corps

* Pag. 203. in 4.

corticale est un amas de glandes qui filtrent les esprits, ainsi que plusieurs le croient, & si les filets qui partent de ces glandes, conduisent les esprits dans la substance blanche de l'intérieur du cerveau, il faut que le reste de la substance grise ou corticale & ses filets ou tuyaux excrétoires suppléent au défaut de ceux qui peuvent être détruits par des blessures, abcès, &c. & fournissent une quantité suffisante d'esprits pour toutes les fonctions de l'Ame & du corps, ainsi qu'il arrive dans les maladies du foie; car quoiqu'une grande partie de ce viscère ait été pourrie, détruite ou enlevée par des opérations chirurgiques, ou autrement, ce qui reste du foie fournit assez de récrément pour suppléer au défaut de ce qui manque. 2. Que les filets nerveux qui partent des glandes ne sont pas destinés à porter directement & immédiatement dans toute l'étendue du corps les esprits nécessaires pour le mouvement ni pour le sentiment. Si cela étoit, les parties du corps qui étoient auparavant animées par les filets nerveux qui ont été enlevés dans les deux cas qu'on vient de rapporter auroient été privées de leurs fonctions: cependant elles ont subsisté telles qu'elles étoient avant que la substance du cerveau eût été altérée. On a enlevé une grande portion de cette substance, sans qu'il soit arrivé aucune paralysie; d'où il paroît qu'on pourroit conclurre que ces filets de nerfs, qu'on peut appeller *primitifs*, vont former le tissu compacte de la substance blanche de l'intérieur du cerveau, du cervelet, de la moelle allongée & de celle de l'épine, & que ces parties sont les principes des nerfs secondaires, qui sont les vrais nerfs qui portent immédiatement le mouvement & le sentiment dans toutes les parties du corps.

corps & toutes celles de l'Ame (†). Après avoir com-

(†) „ Une Demoiselle . . . alloit dans une charrette, „ qui versa si malheureusement pour elle, qu'une des „ ridelles lui entra dans la tête du côté droit, cassa en „ plusieurs pièces l'os appellé *Bregma*, déchira la dure-„ mère & la pie-mère, & causa un épanchement de la „ propre substance du cerveau. La Demoiselle, relevée „ de dessous la charrette, marcha 15 à 20 pas, après quoi „ elle tomba en foiblesse & perdit connoissance pendant „ quatre heures. L'épanchement de la substance du cer-„ veau continua les six prémiers jours, & il se fit un „ très grand écoulement de sérosité; tout cela cessa „ le septième jour, & il parut un *fungus* qui se formoit „ entre les deux membranes, & qui fut traité selon les „ règles ordinaires. Pendant les quinze prémiers jours „ la malade tomboit dans des assoupissemens profonds „ & dans des rêveries, & elle eut un flux de ventre „ peu violent; la fièvre lui dura quinze jours, & enfin „ elle a été parfaitement guérie par les Sieurs Piat & „ Eusmont, Chirurgiens de Chartres (*a*) ". Elle a vêcu sans que la privation de la substance épanchée du cerveau ait causé aucune lésion dans les fonctions le l'Ame.

Une femme souffroit beaucoup & depuis longtems d'une migraine; elle meurt, on l'ouvre & on trouve le cerveau du côté droit corrompu & plein de sanie (*b*). Il n'est pas dit que cette femme ait eu d'autres accidens qu'une douleur ou migraine au côté droit de la tête.

Un homme de 30 ans périt après avoir souffert de cruelles douleurs de tête; on l'ouvrit, on trouva à l'endroit de ses douleurs une portion considérable du cerveau gangrénée (*c*). L'observation ne parle d'aucune lésion dans les fonctions de l'Ame.

Un homme est blessé à la tête, on le croit guéri, il sort; le lendemain il meurt subitement dans une attaque d'épilepsie; on trouva la moitié du cerveau sphacélé (*d*). On le croyoit guéri lorsqu'il mourut; donc il jouissoit pleinement des fonctions de l'Ame. *Glandorpius* a vu un cerveau sphacélé (*e*), & les seuls accidens dont il fait mention, ne sont que des accidens d'épilepsie.

(a) *Académie des Sciences, année* 1706. *p*. 28.
(b) *Saxonia prab. pract. pag*. 1. *cap*. 1. *Sepulc. Anat. Bonet. tom*. III. *observ*. 1. *pag*. 412.
(c) *Sepulc. Anat. Bonet. obs*. 7 *pag*. 76. *tom*. I.
(d) *Philip. Salmut. c*. 3. *observ*. 22.
(e) *Sepulc. Anat. Bonet. obs*. 23. *pag*. 283. *tom*. I.

comparé toutes ces * obſervations, je crois qu'on ſera convaincu que l'Ame ne réſide pas dans toute l'étendue de la ſubſtance du cerveau priſe collectivement. * Pag. 204. in 4.

Elle ne réſide pas non plus dans la glande pinéale; on * a ſouvent vu cette glande pétrifiée * Pag. 205. in 4.

Un homme eſt bleſſé à la tête, il reſte neuf ſemaines à guérir des contuſions qu'il y a reçues; prêt à ſortir de l'hopital, il ſe couche, s'endort & meurt: on l'ouvre, on trouve le cerveau pourri juſqu'à la hauteur des ventricules (*a*). Il y a lieu de croire que dès que la pourriture approcha du corps calleux, l'homme mourut ſubitement.

Un Soldat eſt bleſſé d'un coup de lance juſque dans la ſubſtance du cerveau: au bout de ſept ſemaines, ſe croyant guéri, il ſert ſes camarades; quelques jours après il meurt ſubitement dans les convulſions; on trouva une portion du cerveau pourrie, corrompue & détruite (*b*). Il paroiſſoit jouir d'une très bonne ſanté peu de tems avant que de mourir.

Un homme de 40 ans fit une chute, on le trépane, par ce ſecours on le guérit d'une attaque de phrénéſie, & on calme divers autres accidens dont il étoit attaqué, au point que le quinzième jour il a la tête entierement libre, qu'il prend des nourritures, & que la fièvre paroît prête à ceſſer; malgré cela le malade meurt preſque ſubitement; le lendemain on l'ouvre, on trouve le cerveau ſphacélé juſqu'auprès des ventricules (*c*).

Un Noble Vénitien fut bleſſé à la tête, la plaie du cerveau étoit longue de deux travers de doigt, & profonde de trois, il eut de violens accidens; cependant il guérit malgré la déperdition de la ſubſtance du cerveau (*d*).

Un homme, nommé Alphonſe de Bologne, reçut un coup à la tête par lequel il perdit une très grande quantité

(a) *Sepulc. Anat. Bonet, tom. III. obſerv. 4. §. 9. pag. 318. Johannes Georg. Greiſelius in Miſcell. curioſis anni* 1670.

(b) *Obſ. Samuel. Coſteri Med. Amſtelodamenſis in Miſcell. curioſis. §. 6. pag.* 330.

(c) *Sepulc. Anat. Bonet. tom. III. obſerv. 23. pag.* 386.

(d) *Schenckii obſ. pag.* 19. *Nicol. Maſſa, tom. II. Epiſt. II.*

fiée ou abcédée (†). On a ouvert des Sujets où on ne l'a point trouvée (‡). Je l'ai vue pourrie dans une femme de 28 ans: les *nates* & les *testes* étoient pourris de même; cette femme jouissoit pourtant d'une assez bonne santé, à quelques étourdissemens près & quelques *étonnemens de tête* qui étoient de peu de durée, & qui dépendoient sans doute du séjour du sang, lequel ne circuloit pas librement dans le cerveau,

Troisième Observation, ancienne.

tité de la substance du cerveau, & fut guéri sans qu'il lui restât le moindre accident (*a*).

Un domestique du Marquis de Salces perdit par un coup de chandelier qu'il reçut à la tête une portion très considérable de la substance du cerveau; sa maladie fut accompagnée de très grands accidens; cependant il guérit.

(*a*) *Franc. Arceus Lib.* I. *cap.* 6. *de Cur. vuln.*

(†) On a souvent trouvé cette glande abcédée ou pétrifiée. Dans le Théâtre de Bonet, tom. II, p. 309. on lit ce qui suit: *Fredericus olim hanc glandulam pinealem petrificatam vidit, tres calculos in eadem reperit celeberrimus Ruyschius*, in Thesaur. anatom. quint.

Sed mirabilius est quod jam dudum nobis communicavit præclarissimus Carolus Drelincurtius, tunc Lugduni in Bataviis Professor primarius, quodque observaverat in virgine circiter 20 *annis, quæ postquam dira Cephalæa semestri discruciata fuisset, ac tandem occœcata, ac deinceps sensibus orbata, in mediis planctibus mortem obierat; ipsi scilicet pinealis glandula non tantum saxea fuit, sed etiam ad ovi gallinacei amplitudinem excreverat, quà sua mole nervorum opticorum thalamos, nec non reliquos tandem nervos lethificè compressit.*

Dans les deux prémières observations il n'est point marqué que les fonctions de l'Ame eussent souffert aucune lésion, quoique la glande pinéale fût pétrifiée, & dans la troisième les sens se sont éteints, non par le vice de la glande pinéale, mais par le volume de la tumeur, qui, dans cet état, comprimoit nécessairement le corps calleux.

(‡) Un enfant vêcut quinze ans; après sa mort on lui ouvrit le crâne, on ne trouva aucun vestige de glande pinéa-

veau, parce que le *torcular Galeni* étoit un peu comprimé par la tumeur, ſur-tout lorſqu'elle ſe gonfloit plus qu'à l'ordinaire; d'ailleurs la malade ne perdit qu'avec la vie l'uſage de la raiſon & des ſens. Cela nous fait voir qu'il faut chercher le ſiège des fonctions de l'Ame ailleurs que dans la glande pinéale, dans les *nates* & dans les *teſtes* (†). Nous ne trouverons pas non plus l'inſtrument de ces fonctions dans les corps cannelés, quoiqu'un Anglois de grande réputation (‡) y ait placé le *ſenſorium commune*, peut-être à cauſe de la ſingularité de leur * ſtructure; il auroit été détrompé s'il avoit été témoin des obſervations qui ſuivent.

* Pag. 206. in 4.

Quatrième Obſervation, ancienne.

Un homme de 18 ans, qui fut ſujet pendant quatre années à des mouvemens d'épilepſie, en avoit eu trois attaques la prémière année; l'année ſuivante il en eut ſept ou huit, & les deux dernières il en avoit juſqu'à deux ou trois par mois: il lui ſurvint enfin une fièvre maligne dont il mourut. L'ouverture de ſa tête nous fit voir les vaiſſeaux du cerveau dilatés & pleins de ſang; j'apperçus pluſieurs grains glanduleux qui avoient groſſi, & qui tapiſſoient le dedans du ſinus longitudi-

pinéale, mais une pierre dans le ventricule droit du cerveau, & il y avoit dans ce viſcère pluſieurs autres vices auxquels on dut attribuer l'imbécilité & les autres accidens dans leſquels l'enfant mourut (*a*).

(†) Une fille de 12 ans fut tourmentée pendant 4 mois de douleurs très vives dans la tête, qu'elle rapportoit à la future corônale; elle mourut ſans d'autres accidens; on ouvrit la tête, & l'on trouva un abcès ſitué ſur les *nates* & ſur l'*infundibulum*.

(‡) Willis.

(*a*) *Sepul. Anat. obſerv.* 5. *pag.* 257. *tom.* I.

dinal: enfin je découvris une hydatide ou un grain limphatique endurci & de la grosseur d'une fève fort applatie, qui occupoit presque le milieu du corps cannelé du côté droit; une partie de ce corps cannelé formée par l'entrelacement de la substance grise avec la blanche étoit effacée & avoit fait place au corps étranger. Aucune des fonctions de l'Ame n'avoit été altérée, le malade n'ayant eu d'autres accidens que des mouvemens épileptiques & un commencement de paralysie au côté gauche.

Cinquième Observation, nouvelle.

Un homme de 30 ans reçut un coup d'épée au grand coin de l'œil droit, & ce coup pénétra dans le cerveau; il perdit connoissance sur le champ; mais bientôt après la connoissance revint; il fut paralitique du côté gauche; il souffroit de tems en tems des douleurs de tête, tantôt plus vives, tantôt moins vives; il traîna deux mois avec la fièvre lente, & finit par le marasme; la maigreur ou plutôt le desséchement fut plus grand du côté gauche que du droit; dans le cours de sa maladie il eut toujours la raison & l'usage des sens parfaitement libres.

L'ouverture de sa tête nous découvrit un abcès situé sur toute l'étendue du corps cannelé droit, & qui anticipoit sur la couche du nerf optique du même côté; près de la moitié de cette couche étoit détruite par l'abcès qui étoit descendu vers la base du crâne, au point que le corps cannelé & le reste de la couche du nerf optique, étoient extrêmement déprimés, & s'éloignoient considérablement de la voûte. Enfin l'abcès * s'étendoit encore quel-

* Pag. 267. in 4.

quelques lignes au-delà de la circonférence extérieure du corps cannelé, dans la ſubſtance blanche qui paroît en ſortir (†). Si l'Ame réſidoit immédiatement dans les corps cannelés, ou dans les couches des nerfs optiques, ſes fonctions n'auroient-elles pas été interrompues ou ſupprimées dans ces deux derniers cas? cependant elles étoient libres.

L'obſervation ſuivante va nous montrer que les fonctions de l'Ame ne dépendent pas non plus du cervelet.

Un homme de 30 ans, qui paſſoit depuis dix ans pour mélancolique hypocondriaque, ſe plaignit par intervalles, pendant les trois derniers mois de ſa vie, de peſanteurs & de douleurs de tête conſidérables, principalement vers le cervelet: les douleurs s'étendoient ſur tout le cou & un peu au-delà des épaules; deux jours avant ſa mort il eut des mou-

Sixième Obſervation, ancienne.

(†) Dans la tête d'un Officier dont le jugement fut ſain juſqu'au dernier moment, „ on a trouvé un abcès „ de la longueur de trois pouces ſur deux de largeur, „ & du moins deux de profondeur; le pus étoit dans le „ *proceſſus* externe, & étoit contenu par la partie fibreu- „ ſe ou médullaire qui couvre les corps cannelés exter- „ nes ou inférieurs, qui étoient tous conſumés (*a*)„.

„ On a trouvé dans un homme qui a conſervé le ſen- „ timent, même du côté droit dont il étoit paralitique, „ & qui a eu le jugement ſain pendant toute ſa mala- „ die, la protubérance antérieure qui contient les corps „ cannelés internes & ſupérieurs, les moyens & les ex- „ ternes ou inférieurs, diſſoute & réduite en une ma- „ tière de lie de vin (*b*)". Il ne paroiſſoit pas que cette partie eût été gonflée, & qu'elle fût devenue plus groſſe qu'elle l'étoit naturellement.

(a) *Mr. Petit Médecin, dans ſes Lettres d'un Médecin des Hopitaux du Roi.*
(b) *Mr. Petit Médecin, dans les mêmes Lettres.*

mouvemens convulſifs dans tous les membres durant environ une demi-heure; au ſortir de cet accident il ſe porta mieux qu'il n'avoit fait depuis longtems ; le calme dura pendant deux jours, au bout deſquels il périt dans de nouveaux mouvemens convulſifs qui ne durèrent qu'un quart d'heure.

On trouva tous les vaiſſeaux ſanguins du dedans de la tête pleins d'un ſang plus noir & plus épais qu'il ne l'eſt ordinairement ; le ſinus longitudinal ſupérieur étoit tapiſſé en dedans & au dehors de petits grains glanduleux ; le pléxus choroïde qui flotte dans les ventricules antérieurs, étoit parſemé de grains de la même nature & de la même groſſeur: ce pléxus nageoit dans une
*Pag. 208. in 4. limphe graſſe & abondante, qui * avoit beaucoup dilaté ces deux ventricules, mais ſurtout les cavités ou enfoncemens ſitués derrière les couches des nerfs optiques. La glande pinéale avoit le quadruple de ſon volume ordinaire, elle étoit livide & pleine d'un pus griſâtre ; la glande pituitaire étoit fort gonflée, & preſſoit les artères carotides au point que ces artères, au deſſous de la compreſſion, avoient un diamètre triple de leur diamètre naturel; on voyoit des diſtributions des vaiſſeaux ſanguins très conſidérables dans la ſubſtance blanche du cerveau ; il n'y avoit aucun changement dans le reſte de ce viſcère.

Il n'en étoit pas de même du cervelet : le pléxus choroïde du quatrième ventricule n'étoit qu'un amas de glandes fort gonflées & dures ; il y en avoit quelques-unes au milieu deſ-

desquelles on trouvoit un petit noyau de suppuration; elles étoient collées ensemble par leurs vaisseaux & par leurs membranes; la réunion de ces glandes formoit une tumeur dure, environ de la grosseur d'un œuf de poule, qui occupoit la place du cervelet, lequel n'étoit plus qu'une membrane glaireuse de l'épaisseur d'une ligne, & qui envelop-poit la tumeur; les péduncules étoient extrêmement applatis, & n'avoient presque point de consistance.

Le corps étranger, soit par sa figure, soit par sa situation, avoit pressé & beaucoup diminué le volume des *nates*, des *testes*, celui des cordons qui vont des *testes* au cervelet, & les cordons qui vont du cervelet à la moelle de l'épine pour former la plume à écrire: enfin toute la portion de la moelle allongée qui s'étend depuis l'anus & la vulve jusqu'à la moelle de l'épine, étoit fort applatie; les artères vertébrales étoient pressées par cette tumeur, comme nous avons dit que les carotides l'étoient par la glande pituitaire, mais les golfes l'étoient bien davantage; aussi tous les sinus de la dure-mère qui vont s'y dégorger, étoient-ils fort distendus par le sang qui y séjournoit. Si le cervelet ou ses péduncules, la base de la moelle allongée, la portion médullaire ou blanche, que nous avons trouvée altérée dans ce dernier cas, étoient le siège de l'Ame, ses fonctions n'auroient-elles pas été interrompues? Cependant elles ont toutes subsisté jusqu'au dernier moment de la vie dans un * état parfait, le malade avoit même le sentiment très vif.

* Pag. 209. in 4.

Cette

Septième Observation, ancienne.

Cette observation est confirmée par celle que rapporte Mr. Petit, Médecin (†), d'un Soldat qui reçut un coup de mousquet: „ La „ balle avoit traversé la partie gauche du cer- „ velet, & pénétré jusque dans le lobe pos- „ térieur de l'hémisphère gauche du cerveau; „ pendant les quarante-trois heures que le „ Soldat vêcut, son jugement étoit quelque- „ fois bon: il répondoit pour lors avec con- „ noissance à ce qu'on lui demandoit; le senti- „ ment étoit si vif par tout le corps, que „ lorsqu'on le touchoit en quelque partie, il „ la retiroit aussitôt ". Si le cervelet étoit le siège de l'Ame & du sentiment, ce malade auroit-il eu quelquefois le jugement bon? Auroit-il répondu avec connoissance à ce qu'on lui demandoit, & auroit-il paru plus sensible qu'on ne l'est naturellement? Il y a d'autres exemples qui confirment ceux-ci (‡).

Il

(†) *Dans la prémière de ses trois Lettres imprimées à Namur en* 1710.

(‡) „Mr. Lieutaud, Professeur Royal de Médecine à „ Aix, a envoyé à Mr. du Hamel un corps osseux d'en- „ viron un pouce de longueur sur un demi-pouce de lar- „ geur, & de figure irrégulière, trouvé dans le côté „ droit du cervelet d'un jeune-homme de 18 ans, épi- „ leptique, mais qui ne l'étoit que depuis quelques an- „ nées (*a*)". L'observation ne dit pas qu'il y ait eu aucune lésion dans les fonctions de l'Ame.

Adolescens ab ingenti trabe ab alto cadente in capite percussus fuit cum fractura & depressione ossis parietalis. Ablatis squamis & vulnere methodicè curato versùs diem septimum ingens fere totius corporis, potissimum verò capitis & pectoris erysipelas supervenit. Die undecimo obiit. Notandum quod nunquam febricitavit, neque deliravit nisi paucis horis ante obitum.

Re-

(a) *Académie Royale des Sciences, année* 1737. *page* 51.

Il résulte des observations que nous venons de rapporter, que les fonctions de l'Ame ne dépendent point du cervelet, de ses pédun-cules, de ses cordons, des *nates*, des *testes*, de la glande pinéale, des corps cannelés; des couches des nerfs optiques; elles ne paroissent pas moins indépendantes des * croutes, cordons ou filets de la substance médullaire qui environnent l'anus & la vulve, ni de la base de la moelle allongée, ni enfin de la substance corticale du cerveau, puisque ces substances peuvent être altérées, détruites ou enlevées sans aucune lésion dans les fonctions de l'Ame.

* Pag. 210. in 4.

L'exclusion de toutes les parties du cerveau & du cervelet, que nous venons de citer, ne nous force-t-elle pas d'établir le siége de l'Ame & de ses fonctions dans le corps calleux, qui est la seule partie de ce viscère à laquelle nous n'avons pas donné d'exclusion. Cette opinion, adoptée par des Auteurs d'une grande réputation, mais qui n'avoit été jusqu'ici appuiée que sur des soupçons & sur de simples conjectures, & dont nous venons au

Resecto post mortem cranio, inflammatæ apparuere meninges, & cerebellum corruptum (a).

Un enfant de 8 ans mourut d'un hydrocéphale qu'il avoit depuis un an; après qu'on l'eut ouvert, on trouva le cervelet endurci; le côté droit l'étoit plus que l'autre, il pesoit 4 onces, & le gauche une once & demie; le quatrième ventricule étoit oblitéré (b). On ne dit pas que cet enfant eût perdu l'usage de la raison, ni d'aucune des fonctions de l'Ame.

(a) *Boneti Sepulc. p.* 561. *obs. Fantoni. obs.* 9.

(b) *Ephémér. d'Allemagne*, D. III. A. IV. *obs.* 59. *pag.* 147. *& seq.*

au contraire de donner une espèce de démonstration indirecte, peut encore être confirmée par des observations & des expériences directes, & qu'il seroit difficile de contester. En voici une de cette espèce.

Huitième Observation, ancienne.

Un homme de 32 ans avoit commencé un an avant sa mort à avoir par intervalles des absences, & à *varier*; il étoit sujet à des pesanteurs de tête & à des étourdissemens très considérables, qui n'étoient pas continuels; il avoit des jours entiers de relâche; dans ses bons momens il conservoit toute sa mémoire, mais au bout de six mois il la perdit totalement; quelque tems après, ses absences & ses *variations* tournèrent en assoupissemens très considérables, ses sens s'affoiblirent peu-à-peu, il en perdit entierement l'usage, & tomba dans un assoupissement léthargique dans lequel il mourut.

Nous trouvames la partie supérieure du corps calleux presque entierement détruite par une limphe épaissie & à demi-suppurée; la portion restante de ce corps étoit méconnoissable par le desordre & la confusion qui y regnoient (†); le reste du cerveau étoit

(†) Un Païsan est blessé au coronal derrière la paupière supérieure de l'œil gauche; le septième jour la plaie paroît tout-à-fait cicatrisée; dans le tems qu'on le croit guéri, il tombe dans un grand assoupissement qui augmente pendant quelques jours, & qui lui ôte l'usage de la raison & de tous les sens; il meurt, on trouve toute la substance du cerveau qui couvre les ventricules, entierement tournée en pus (*a*). Il n'est pas possible que le corps calleux eût échappé à un pareil desordre.

(a) *Sepulc. Anat. Bonet. obs.* 38. *p.* 160. *tom.* I. *Cr. Hortius*, *tom.* II. *Lib.* 2. *obs.* 4.

étoit comme à l'ordinaire, excepté que ses vaisseaux étoient plus pleins de sang qu'ils n'auroient dû l'être; nous en avons cependant trouvé de plus gonflés encore à des personnes qui n'ont pas eu le moindre des accidens qu'avoit l'homme qui fait le sujet de cette observation; il est donc raisonnable d'attribuer ces accidens au desordre qu'on a trouvé dans le corps calleux, & c'est ce qui va être encore confirmé par l'observation qui suit.

Neuvième Observation, ancienne.

Un homme de 50 ans perdit la mémoire deux ans avant sa mort, & fut sujet alors à de légères pesanteurs de tête & à des étourdissemens peu considérables; il avoit de tems en tems des douleurs de tête très vives; dans la force de la douleur, il ne pouvoit raisonner, & lorsqu'il en sortoit, sensible uniquement aux objets présens, il ne pouvoit se rappeller ce qui lui étoit arrivé la veille ou le jour même, & il ne se ressouvenoit pas mieux de ce qui lui étoit arrivé dans sa jeunesse; peu-à-peu les pesanteurs de tête & les étourdissemens tournèrent en assoupissemens; quelques mois après, l'assoupissement augmenta, les sens s'affoiblirent, & enfin le malade en perdit entierement l'usage. Durant le cours de ces accidens il avoit été sujet de tems en tems à des mouvemens d'épilepsie qui duroient une heure entière; il étoit aussi plusieurs fois tombé dans le délire.

Après sa mort nous trouvames dans la portion de l'hémisphère droit du cerveau qui répondoit à la hauteur de l'union de la suture sagittale avec la coronale, un abcès formé par une suppuration crue, de la nature des ma-

tières froides ; cet abcès plongeoit dans le corps calleux, une très grande partie de cette substance médullaire n'étoit plus blanche ni ferme comme elle auroit dû l'être, elle étoit *blafarde* & sans consistance ; le dérangement s'étendoit jusqu'à la croute médullaire qui va du corps calleux aux couches des nerfs optiques & derrière les corps cannelés ; le côté droit du corps calleux étoit plus altéré que le gauche †, mais il * n'y avoit point de paralysie. Le rapport qu'il y a entre les dérangemens du cerveau dont nous avons parlé dans les deux dernières observations, & qui ont été suivis à peu-près des mêmes accidens, ne nous conduit-il pas à penser que c'est dans le corps calleux que l'Ame exerce ses fonctions, & que ce corps est le siège du sentiment ? Mais voici une observation bien plus singulière, & qui confirme les deux précédentes.

* Pag. 212. in 4.

Dixième Observation, ancienne.

Un jeune-homme de 16 ans fut blessé d'un coup de pierre au haut & au devant du pariétal gauche ; l'os fut contus & ne parut point fêlé ; il ne survint point d'accidens jusqu'au vingt-cinquième jour, ce qui fit qu'on n'eut en vue dans les pansemens que de procurer l'ex-

† Un Soldat, âgé de 30 ans, & sujet au vin, se blesse plusieurs fois de suite au sommet de la tête, il se plaint des douleurs qu'il sent dans cette partie, tombe dans l'imbécillité, & périt dans les convulsions ; on trouva dans sa tête, sous le côté gauche de la fontanelle, un abcès de la grosseur d'un Oeuf d'Oie, & un autre de la grosseur d'un Oeuf de Pigeon, qui fournirent un pus vert très puant (a). Ce pus ne pouvoit avoir séjourné sans avoir pressé le corps calleux, & l'avoir altéré.

(a) *Ephémér. d'Allemagne, D. II. An. VI. observ. 74. page 163.*

l'exfoliation de l'os; le malade commença alors à sentir que l'œil droit s'affoiblissoit, & qu'il étoit pesant & douloureux, sur-tout lorsqu'on le pressoit; au bout de trois jours il perdit la vue de cet œil seulement; il perdit en même tems l'usage presque entier de tous les sens, & il tomba dans un assoupissement & un affaissement absolu de tout le corps. On fit des incisions, on découvrit une très légère fêlure à la table extérieure; on fit trois trépans; la dure-mère fut débarassée de quelques esquilles de la table interne qui la pressoient; la durée des accidens, un peu de lividité & la grande mollesse de la dure-mère déterminèrent à l'ouvrir. Parmi environ 3 onces ½ de matière fort épaisse & de mauvaise qualité il sortit quelques flocons de la propre substance du cerveau. La quantité de matière que fournit l'abcès nous fit penser qu'il devoit avoir environ le volume d'un œuf de poule, & on jugea par la direction d'une sonde applatie & arrondie par le bout en forme de champignon, qu'on nomme *Meningophylax* aussi-bien que par la profondeur de l'endroit où cette sonde pénétroit, que, lorsqu'on l'abandonnoit légerement, elle étoit soutenue par le corps calleux, à côté de la faux. Dès que le pus qui pesoit* sur le corps calleux fut vuidé, l'assoupissement cessa, la vue & la liberté des sens revinrent; les accidens recommençoient à mesure que la cavité se remplissoit d'une nouvelle suppuration, & ils disparoissoient à mesure que les matières sortoient; l'injection produisoit le même effet que la présence des matières; dès que j'en rem-

* Pag. 213. in 4.

plissois la cavité, le malade perdoit la raison & le sentiment, & je lui redonnois l'un & l'autre en pompant l'injection par le moyen d'une seringue. Je crus appercevoir plusieurs fois qu'en abandonnant sur le corps calleux le Meningophylax à son propre poids, les accidens se renouvelloient, & qu'ils disparoissoient dans l'instant que je le retirois. Au bout de deux mois le jeune-homme fut parfaitement guéri, il eut la tête entierement libre, & ne ressentit plus la moindre incommodité, quoiqu'il eût perdu une portion très considérable de la substance du cerveau †.

Cette observation confirme les précédentes, comme nous l'avions annoncé, & elle établit le siège du sentiment dans le corps calleux.

Mais peut-on rassembler trop de preuves pour porter la lumière dans la discussion d'une matière si obscure? Voici encore une observation qui n'a pas été si heureuse pour le malade, mais qui ne prouve pas moins que le corps calleux est le siège des fonctions de l'Ame.

Un

† Un homme fut blessé au sommet de la tête par un instrument de fer qui étoit pointu, & qui y étoit entré perpendiculairement, ce qui donna lieu à un abcès situé à la partie supérieure du cerveau; la matière que cet abcès contenoit ne pouvant se vuider, il arriva un accident d'épilepsie avec une roideur de membres, & il survint ensuite un tremblement; on tint quelque tems le malade suspendu par les piés, la tête en bas, l'abcès se vuida, l'accident finit, la raison & l'usage des sens revinrent, & le malade guérit (a). Cette façon de vuider le pus n'est pas si commode que celle de la seringue que j'ai employée.

(a) *Sckenkii observ. 4 pag. 19.*

Un enfant de 8 ans reçut par une chute un coup au pariétal droit, à côté de la fontanelle. L'os fut considérablement fracturé ; on eut recours au trépan, & quoique les esquilles qui pressoient la dure-mère eussent été enlevées par cette opération, l'enfant eut toujours les mêmes accidens que le jeune-homme dont nous venons de parler ; la * dure-mère ne parut que légerement altérée ; cependant l'assoupissement continuel d'où on ne pouvoit tirer le malade qu'en le secouant rudement, & dans lequel il se replongeoit dans le moment, & la durée des accidens me déterminèrent à ouvrir la dure-mère, parce que je soupçonnois un épanchement dans le cerveau, tel que celui que j'avois trouvé dans le cas précédent ; mais n'ayant apperçu aucun épanchement sous la dure-mère, & la surface du cerveau n'ayant paru altérée en aucune façon, je ne poussai pas plus loin mon opération. L'enfant mourut au bout de trois mois, ayant totalement perdu pendant le dernier mois l'usage de tous les sens & de la raison.

Onzième Observation, nouvelle.

* Pag. 214. in 4.

Après la mort je trouvai dans la substance du cerveau, à un demi-pouce de profondeur, sous l'incision que j'avois faite à la dure-mère, un abcès qui des deux côtés avoit altéré une assez grande étendue de la surface externe du corps calleux ; le côté droit étoit plus altéré que le gauche. Je m'apperçus alors, mais trop tard, que si lorsque j'avois ouvert la dure-mère, j'avois plongé, comme j'en avois eu en effet le dessein, une lancette dans le lieu où j'avois soupçonné un abcès dans le cerveau, j'aurois peut-être sauvé la vie à cet enfant ; ce

qui fait voir que ces obſervations ne ſont pas ſimplement curieuſes, mais qu'elles peuvent être outre cela très utiles.

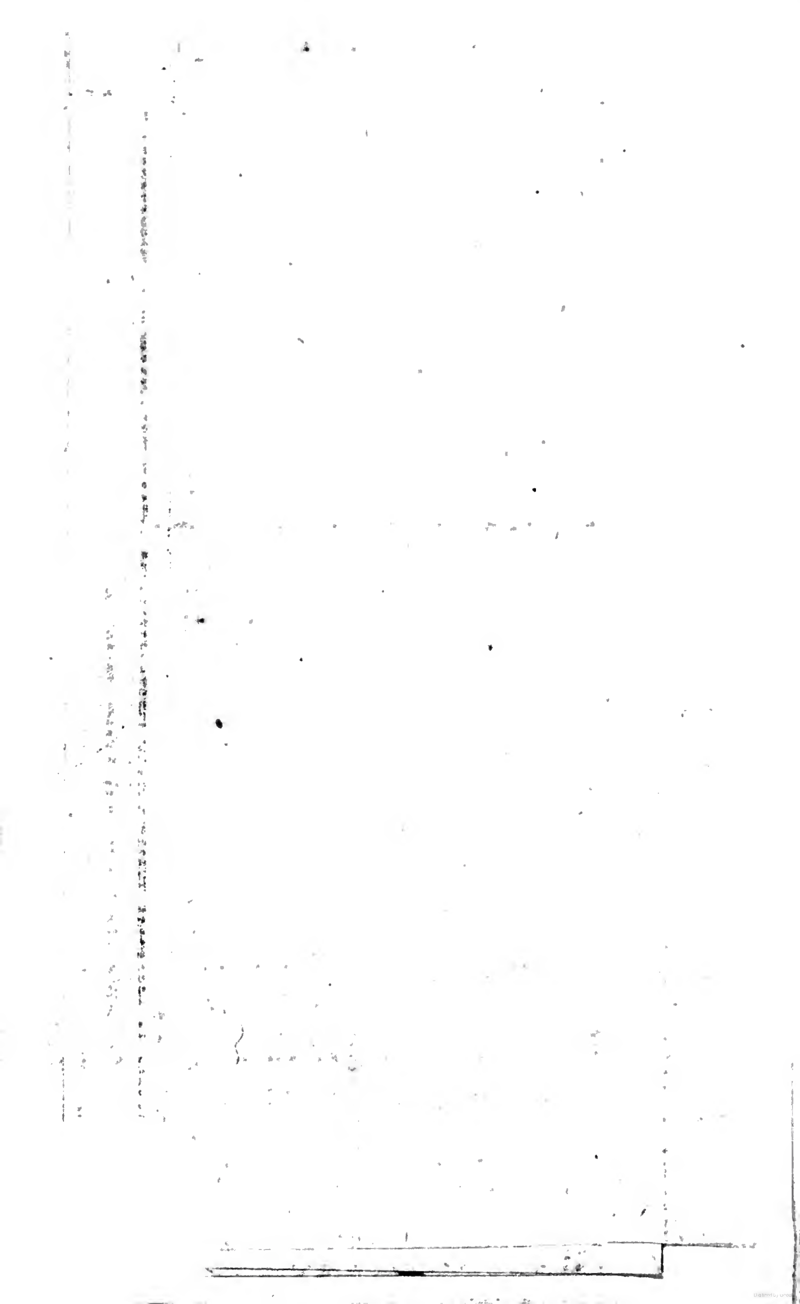
Il réſulte de ces obſervations que la perte du ſentiment & de la raiſon doit être attribuée au vice du corps calleux; mais nous avons ſeulement prouvé que les vices de la partie ſupérieure ou extérieure de la ſubſtance calleuſe étoient ſouvent la cauſe de ces dérangemens: nous allons voir qu'une altération beaucoup plus légère ou une ſimple preſſion dans la face interne & antérieure de cette ſubſtance entraîne conſtamment & plus rapidement les mêmes deſordres.

Douzième Obſervation, nouvelle.

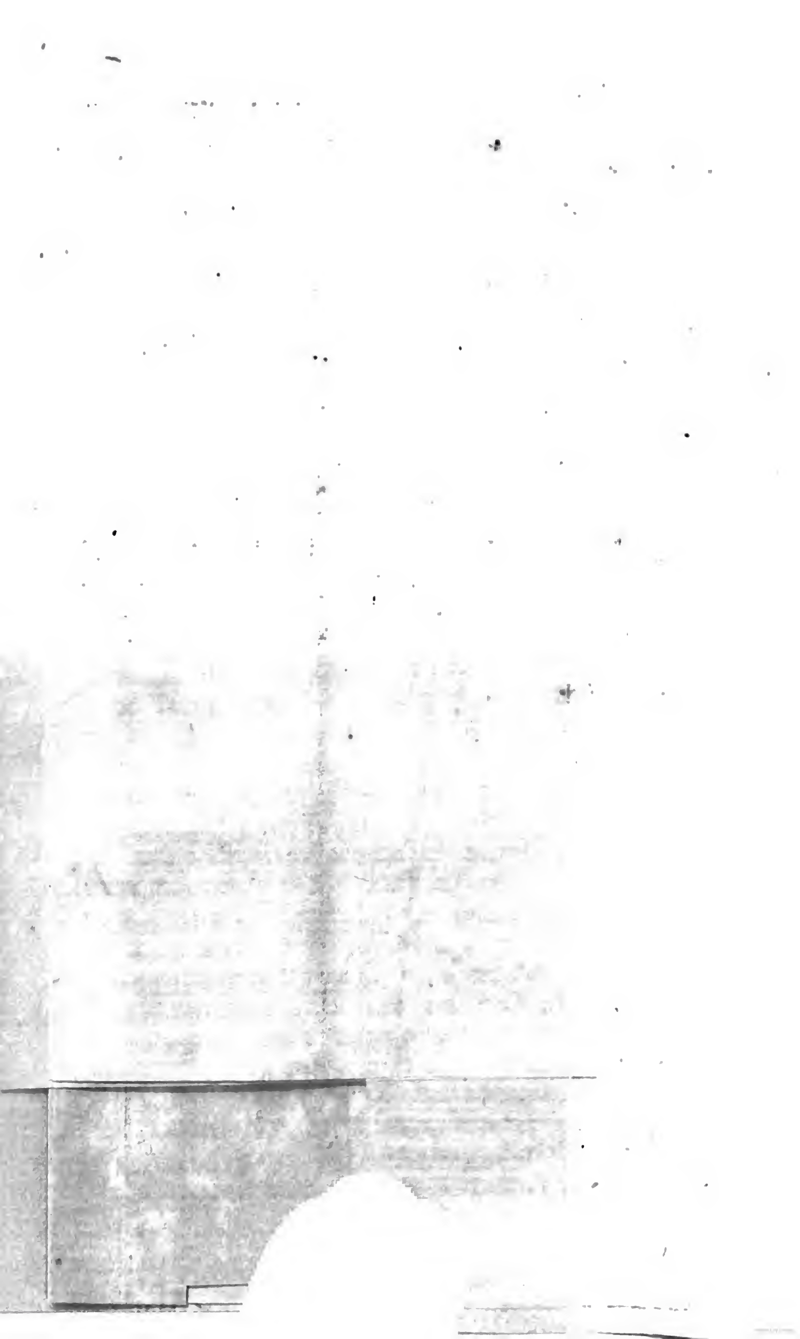
Un homme de 60 ans ſentit vers l'intérieur du côté gauche de la tête une douleur vive & ſubite, dont il ſe plaignit par un grand cri: il perdit connoiſſance, elle lui revint bientôt après: à meſure que la connoiſſance revenoit, il s'appercevoit d'une foibleſſe dans les membres du côté droit, à laquelle ſuccéda une vraie paralyſie, du même côté ſeulement; la * paralyſie devint parfaite; le malade perdit enſuite peu-à-peu l'uſage des ſens internes; il traîna deux ou trois jours, au bout deſquels il mourut. On lui fit dans ce court eſpace de tems pluſieurs ſaignées, on lui donna l'émétique & les autres remèdes indiqués pour cette eſpece de maladie. A l'ouverture du cerveau nous découvrimes un caillot de ſang gros comme un œuf de pigeon, ſitué dans le corps cannelé gauche; la baſe de ce caillot de de ſang étoit large; il s'élevoit de façon qu'une grande partie de la face interne, moyenne & antérieure du corps calleux en étoit compri-

* Pag. 15. in 4.

a E
A
r
P p
Φ
X



plaignit d'un
e au côte dr
: * que nous
précédente ; i



primée. Dans ce cas le corps calleux étoit pressé dans sa surface interne ou inférieure, au lieu que dans les cas précédens il l'étoit dans sa partie supérieure ou extérieure.

Un homme de 25 ans se plaignit d'une douleur intérieure & vive, répondant au côté droit du devant de la tête, sur lequel il porta d'abord la main; la douleur ne fut vive qu'un instant; elle devint supportable, & dura une demi-heure; au bout de ce tems-là le malade perdit successivement l'usage de tous les sens; le sentiment s'émoussa au point qu'après une heure son corps fut réduit au seul mouvement du cœur & de la respiration; celui du cœur étoit fort foible, & celui de la respiration fort gêné; on n'eut le tems de saigner qu'une seule fois; les esprits ne purent être ébranlés par les remèdes les plus actifs qu'on puisse employer dans ces occasions, & le malade mourut au bout de trois heures. *Treizième Observation, nouvelle.*

L'ouverture du cadavre nous découvrit un caillot de sang fort dur, de la grosseur & de la figure d'un œuf de poule, situé à la partie moyenne inférieure du lobe antérieur de l'hémisphère droit du cerveau, & qui répondoit à l'endroit où le malade avoit porté la main; la partie antérieure, inférieure & latérale droite du corps calleux étoit prodigieusement applatie par la pression extraordinaire de ce corps étranger; il n'y avoit pas le moindre vice apparent dans le reste du cerveau.

Un homme de 40 ans se plaignit d'une douleur de tête vive & subite au côté droit, à peu-près au même endroit * que nous avons indiqué dans l'observation précédente; il eut *Quatorzième Observation, nouvelle.*

* Pag. 216. in 4.

ſur le champ une paralyſie aux piés, aux jambes & aux cuiſſes du côté gauche, qui l'empêcha de ſe ſoutenir; la paralyſie s'étendit enſuite peu-à-peu juſqu'aux bras du même côté; il perdit la connoiſſance; on la lui redonnoit quelquefois en le ſecouant très fort; il vécut quatre jours; le dernier jour la paralyſie du côté gauche fut parfaite auſſi-bien que l'abolition des ſens; le corps cannelé droit parut beaucoup plus élevé que le gauche, ſans qu'il fût extérieurement entamé: en l'ouvrant, on y trouva un caillot de ſang plus dur & plus épais dans la partie antérieure que dans la poſtérieure. Il y a lieu de croire que la léſion du corps cannelé avoit donné lieu à la paralyſie, & que l'élévation du caillot de ſang, en preſſant la face interne du corps calleux, avoit été cauſe de la perte des ſens, dont l'uſage ſubſiſte malgré la déſtruction des corps cannelés, comme nous l'avons déja démontré.

Je finirai par deux obſervations que j'ai faites à peu-près dans le même tems ſur deux hommes agés d'environ 40 ans, leſquels après avoir ſouffert pendant quelques jours d'une douleur gravative ſur le devant de la tête, y ſentirent ſubitement un élancement vif vers la partie latérale gauche, & qui répondoit au milieu de la ſuture qui joint l'os coronal avec le pariétal. Ils perdirent l'un & l'autre peu-à-peu la connoiſſance, & tombèrent dans un aſſoupiſſement léthargique; on leur fit de grandes ſaignées, ils furent purgés avec l'émétique, on leur donna des remèdes ſpiritueux; malgré ces ſecours, l'un d'eux mourut le 3.me jour ſans être ſorti de ſa léthargie.

On

On trouva à celui-ci, entre le corps cannelé gauche & le corps calleux, un gros caillot de sang sec, dur & d'un rouge vif, qui pressoit la face interne latérale gauche du corps calleux; il n'y eut point de sérosité dans les ventricules du cerveau. *Quinzième Observation, nouvelle.*

La connoissance commença à revenir au second au bout de trente-six heures de son accident, mais peu-à-peu, ainsi qu'il l'avoit perdue; cependant malgré la continuation des remèdes, & contre l'espérance de guérison qu'avoit donnée le *retour de la connoissance, le malade mourut le 5me jour.

* Pag. 217. in 4.

On vit à ce dernier, entre le corps cannelé & le corps calleux, un caillot de sang plus petit que celui qu'on avoit trouvé à l'autre; les ventricules antérieurs du cerveau étoient pleins d'une liqueur semblable à celle que fournissent certaines saignées après lesquelles, les parties rouges du sang se rapprochant les unes des autres, & laissant échapper la sérosité, il se forme ainsi un caillot dont le volume est très petit par rapport à la quantité de sang qui est sortie du vaisseau. Il y a lieu de croire que le caillot placé à l'endroit que nous avons dit, avoit fourni cette sérosité, & avoit à proportion diminué de volume. N'est-il pas outre cela vraisemblable que, dans ces deux derniers cas, la pression que le corps calleux souffroit par la présence des deux caillots de sang fut cause de la perte de la raison? Dans le prémier cette faculté ne se rétablit point, parce que le caillot de sang s'étoit durci sans se fondre, & qu'ayant conservé son volume, il avoit continué de presser éga- *Seizième Observation, nouvelle.*

lement le corps calleux jusqu'à la mort; au-lieu que dans le second le caillot s'étant en partie fondu, & ayant diminué de volume au bout de trente-six heures, il cessa de gêner le corps calleux, & ce fut sans doute la liberté de cet organe qui rendit la raison au malade, & qui la lui fit conserver jusqu'à la mort.

De toutes ces observations il paroit qu'on peut conclurre que le corps calleux est le siège des fonctions de l'Ame.

Cette opinion est encore appuiée d'un grand nombre d'autres faits répandus dans les Ecrits de divers Observateurs (†). Enfin je n'ai

(†) „ Un homme avoit la substance du cerveau & „ du cervelet molle & fort imbibée d'eau, beaucoup „ d'eau épaisse & sanguinolente, ou du sang noir & „ caillé, répandus dans tous les ventricules; delà venoit qu'il étoit comme hébèté, & le plus souvent „ assoupi (a)". C'étoient apparemment les caillots des ventricules antérieurs du cerveau, qui, en pressant la face interne du corps calleux, rendoient l'homme comme hébèté, & le jettoient le plus souvent dans l'assoupissement.

On ouvrit un Baron Italien, qui étoit mort après avoir été hébèté pendant longtems, & sans avoir donné aucune marque de raison dans ses actions; on trouva une tumeur dure dans le cerveau au-dessus du corps calleux (b).

Un Gentilhomme eut pendant deux ans l'esprit aliéné; il devint ensuite hébèté; il ne demandoit point de nourriture, & il n'en prenoit point qu'il n'y fût forcé; il dormoit continuellement, & si on l'interrogeoit, il repondoit par des mots sans suite; il mourut au bout de 6 mois; on trouva, en séparant les deux hémisphères du cerveau, une tumeur ronde sur le corps calleux, de la grosseur

(a) *Académie Royale des Sciences*, *année* 1704. *page* 26.

(b) *Observ.* 29. *pag.* 163. *Sepulc. Anat Bonet. tom.* I. *Vid. Histor. integr. Tit. de mentis læsione.*

n'ai jamais vu ni lu dans aucun Auteur, que le * corps calleux étant lezé, les fonctions de l'Ame n'ayent été abolies & le sentiment éteint, ou au moins que ces fonctions n'ayent été plus ou moins altérées. Ce sont donc de nou-

* Pag. 218. in 4.

grosseur d'une pomme médiocre, qui ressembloit à une glande schirreuse, charnue & fungueuse (c), &c.

Un Prêtre devint subitement imbécille, & mourut bientôt après d'apopléxie; on trouva au-dessus du corps calleux quelques vessies rondes, blanchâtres, pleines d'une humeur pituiteuse (d).

Un Maréchal reçut un coup de pied de cheval au bas du coronal; il tomba dans un grand assoupissement, & perdit presque entierement la raison; il arrachoit l'appareil de sa plaie, il se levoit, il se blessoit, & enfin il mourut; on lui ouvrit la tête; on trouva un abcès dans les ventricules, qui causoit sans doute l'assoupissement & la perte de la raison, & c'étoit apparemment par la pression du pus contre l'intérieur du corps calleux (e).

Un enfant de 6 ans reçut un coup de pistolet à la tête; il vécut 18 jours pendant lesquels il perdit par la plaie une prodigieuse quantité de la substance du cerveau; il continua néanmoins à avoir comme auparavant l'usage du sentiment & de la raison; quelques heures avant sa mort il tomba en léthargie sans perdre entierement la connoissance, & sans cesser de répondre aux questions qu'on lui faisoit. On l'ouvrit; la portion de cerveau qu'on trouva, n'étoit que de la grosseur d'un petit œuf. L'auteur de l'observation (f) remarque qu'on peut conclurre delà „ que toute la substance du cerveau n'est pas „ aussi importante qu'on le croit, & que l'Ame, qui „ doit résider dans la partie la plus solide de ce viscère, „ ne reçoit point d'atteinte du dérangement de toutes les „ parties qui étoient sorties". *D. Billotius in Zodiaco Medic. Gall. pag.* 181. *anno* 1676. *D. Billotius* 3 *Janv.* 1676.

(c) *Sepulc. Anat. Bonet. tom.* 1. *obs.* 4. *p.* 256. *Platerus observationum lib.* 1. *pag* 13.

(d) *Sepulc. Ant. Bonet. tom.* 1. *obs.* 12. *p.* 259. *Dom. Panarolus, part.* 1. *observ.* 17.

(e) *Manget. Bibliot. Chirurg. Corn. Stalpart. Van der Wiel.*

(f) *M. Billot, Chirurgien-Juré de Bordeaux.*

nouveaux préjugés bien favorables, & peut-être même des preuves directes suffisantes pour établir le siège des fonctions de l'Ame dans le corps calleux.

*Pag. 219. in 4.

* FORMULE

SUR

LES ECHELLES ARITHMETIQUES.

Par Mr. DE BUFFON.

TOUT nombre dans une Echelle donnée, peut être exprimé par une suite

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3} +, \&c.$$

x représente la Racine de l'Echelle Arithmétique, n la plus haute puissance de cette Racine, ou, ce qui est la même chose, le nombre des places moins 1. a, b, c, d, sont les coefficiens, ou les signes de la quotité. Par exemple, 1738 dans l'Echelle décimale donnera $x = 10$, $n = 4 - 1 = 3$, $a = 1$, $b = 7$, $c = 3$, $d = 8$; ensorte que

$$ax^n +, bx^{n-1} +, cx^{n-2} +, dx^{n-3} \text{ sera}$$

$$1.10^3 + 7.10^2 + 3.10^1 + 8.10^0 =$$

$$1000 + 700 + 30 + 8 = 1738.$$

L'expression de ce même nombre dans une autre Echelle Arithmétique sera

$$n(x \pm y)^v + p(x \pm y)^{v-1} + q(x \pm y)^{v-2} + r(x \pm y)^{v-3} \&c.$$

y re-

y représente la différence de la Racine de l'Echelle proposée, & de la Racine de l'Echelle demandée; y est donc donnée, aussi-bien que x. On déterminera v, en faisant le nombre proposé $ax^n +, bx^{n-1} +, cx^{n-2} +, dx^{n-3}$ &c. egal $(x \pm y)^v$ ou $A = B^v$; car en passant aux logarithmes, on aura $v = \frac{l\,A}{l\,B}$. Pour déterminer les coefficiens m, p, q, r, *il n'y aura qu'à diviser le nombre proposé A par $(x \pm y)^v$, & faire m égal au quotient en nombres entiers; ensuite diviser le reste par $(x \pm y)^{v-1}$, & faire p égal au quotient en nombres entiers; & de même diviser le reste par $(x \pm y)^{v-2}$, & faire q égal au quotient en nombres entiers, & ainsi de suite jusqu'au dernier terme.

* Pag. 220. in 4.

Par exemple, on demande l'expression dans l'Echelle Arithmétique quinaire du nombre 1738 de l'Echelle dénaire $a = 10$, $y = -5$, $A = 1738$, $B = 5$, donc $v = \frac{Log.\ 1738}{Log.\ 5} = \frac{3.\ 2400498}{0.\ 6989700} = 4$ en nombres entiers. Je divise 1738 par 5^4, ou 625, le quotient en nombres entiers est $2 = m$, ensuite je divise le reste 488 par 5^3, ou 125, le quotient en nombres entiers est $3 = p$, & de même je divise le reste 113 par 5^2, ou 25, le quotient en nombres entiers est $4 = q$, & divisant encore le reste, 13 par 5^1, le quotient est $2 = r$, & enfin divisant le dernier reste 3 par $5^0 = 1$, le quotient est $3 = s$; ainsi le nombre 1738 de l'Echelle dénaire sera 23423 dans l'Echelle Arithmétique quinaire.

On demande l'expression du même nombre 1738 de l'Echelle dénaire dans l'Echelle Arithmétique duodénaire $a = 10$, $y = 2$, $A = 1738$, $B = 12$, donc $v = \frac{Log.\ 1738}{Log.\ \ 12} = \frac{3.\ 2400498}{1.\ 0791812} = 3$ en nombres entiers. Je divise 1738 par 12^3, ou 1728, le quotient en nombres entiers est $1 = m$; ensuite je divise le reste 10 par 12^2, le quotient en nombres entiers est $0 = p$, & de même je divise ce reste 10 par 12^1, le quotient en nombres entiers est encore $0 = q$, & enfin je divise encore ce reste 10 par 12^0, le quotient est $10 = r$; le nombre 1738 de l'Echelle dénaire sera donc 100*k* dans l'Echelle duodénaire, en supposant que le caractère *k* exprime 10.

*Pag 221. in 4. *Si l'on veut avoir l'expression de ce nombre 1738 dans l'Echelle Arithmétique binaire, on aura $y = 8$, $B = 2$, $v = \frac{Log.\ 1738}{Log.\ \ 2} = \frac{3.\ 2400498}{0.\ 3010300} = 10$ en nombres entiers. Je divise 1738 par 2^{10}, ou 1024, le quotient $1 = m$, puis je divise le reste 714 par 2^9, ou 512, le quotient $1 = p$; de même je divise le reste 202 par 2^8, ou 256, le quotient $0 = q$; je divise encore ce reste 202 par 27, ou 128, le quotient $1 = r$; de même le reste 74 divisé par 2^6, ou 64, donne $1 = s$, & le reste 10 divisé par 2^5, ou 32, donne $0 = t$, & ce même reste 10 divisé par 2^4, ou 16, donne encore $0 = u$; mais ce même reste 10 divisé par 2^3, ou 8, donne $v = 1$, & le reste 2 divisé par 2^2, ou 4, donne $w = 0$; mais ce même reste 2 di-

2 divisé par 2^1, donne $m=1$, & le reste 0 divisé par 2^0, ou 1, donne le quotient $z=0$. Donc le nombre 1738 de l'Echelle dénaire sera 11011001010 dans l'Echelle binaire ; il en sera de même de toutes les autres Echelles Arithmétiques.

* Pag. 222. in 4.

*OBSERVATIONS SUR LA REUNION DES FRACTURES DES OS.

Second Mémoire.

Par Mr. DU HAMEL.

DEPUIS la lecture du Mémoire où j'examinois comment se faisoit la réunion des os rompus dans les animaux vivans, ou, ce qui est la même chose, comment se formoit le cal qui opère cette réunion, j'ai eu occasion de faire quelques expériences qui ont rapport aux différentes propositions que j'ai établies dans ce Mémoire.

La plupart de ces observations ne serviront à la vérité qu'à faire voir que les accidens qui accompagnent les fractures, s'expliquent souvent très naturellement par les principes que j'ai établis dans mon prémier Mémoire. Il faut avouer que des preuves de ce genre auroient bien peu de force si elles étoient seu-

les,

les, mais elles en aquièrent quand on ne les emploie que pour en étayer d'autres qui, exactement parlant, pourroient s'en passer. Ce ne sont cependant pas des preuves surabondantes, car en Physique on en a rarement autant qu'on desireroit.

Je dis dans le Mémoire que je viens de citer, que le périoste se tuméfioit sur les fractures, & pour faire sentir que cette observation n'avoit rien d'opposé à ce qui arrive le plus communément, je fis remarquer que les parties membraneuses qui sont de la nature des aponévroses & des tendons, se tuméfioient ordinairement lorsqu'elles avoient souffert quelque irritation, & je rapportai l'exemple des bosses qui viennent à la tête ou à l'os des jambes lorsqu'on s'y est heurté.

J'ai depuis remarqué des personnes qui avoient des grosseurs ou des bosses au front ou aux jambes, & plusieurs m'ont * assuré que c'étoit les restes de quelques coups violents qu'elles avoient reçus dans leur jeunesse.

* Pag. 223. in 4.

J'ai manié ces bosses, qu'on auroit prises pour des loupes naissantes, & il m'a paru qu'elles ne résidoient pas seulement dans les parties molles, mais qu'il y avoit en ces endroits une éminence à l'os du front ou au *tibia*.

J'en ai parlé à plusieurs Anatomistes qui m'ont assuré qu'il n'étoit pas rare de trouver de ces éminences sur les os que je viens de nommer.

On sait donc que les coups de tête qui sont assez violens pour produire une contusion au périoste, mais qui ne le paroissoient pas

pas aſſez pour endommager l'os, ſont toujours ſuivis d'une tumeur ; que quelquefois cette tumeur ne ſe diſſipe pas entierement, & qu'il reſte ſur l'os contus une éminence oſſeuſe.

N'eſt-il pas naturel de penſer, après ce qui a été dit dans mon précédent Memoire, que le périoſte s'étant tuméfié à l'occaſion d'un coup, il y a quelques lames qui ſe ſont oſſifiées comme il s'en oſſifie ſur les fractures, & que ce ſont ces lames qui produiſent les éminences oſſeuſes dont je parle ?

Quand un enfant s'eſt violemment frappé à la tête, on a coutume d'envelopper un morceau de plomb dans un linge, & de l'appuier fortement ſur la contuſion par le moyen d'un bandage.

Si l'on prend cette précaution avant que la boſſe ſoit bien formée, on en arrête le progrès.

Cette précaution que les Nourrices ont accoutumé de prendre, me fournit l'occaſion de rapporter une obſervation ſingulière qui a été faite pendant que j'étois à Rochefort, par Mr. de la Haye Chirurgien Aide-Major de la Marine, & Démonſtrateur d'Anatomie dans ce Port.

Dans la vue de vérifier ce que j'avois dit ſur la réunion des fractures, Mr. de la Haye caſſa la jambe à pluſieurs Pigeonneaux, & en fit la réduction, mais il y en eut un dont il aſſujettit le membre rompu avec deux atelles qu'il avoit creuſées avant que de faire la rupture, de façon qu'elles * comprimoient exactement & dans toutes ſes parties le membre affligé ; huit jours après la rupture il tua ce Pi-

* Pag. 224. in 4.

Pigeonneau pour examiner en quel état étoit sa jambe, j'assistai à la dissection qu'il en fit, & nous fumes surpris de ne trouver aucunes tumeurs au périoste, ni aucune disposition à la réunion, tout étoit dans le même état que si le membre avoit été rompu dans l'instant.

Il est naturel de penser que c'est l'exacte compression qui avoit empêché le périoste de se tuméfier, & qui avoit en même tems retardé la formation du cal, & cette idée est d'autant plus vraisemblable que nous examinames sur le champ d'autres Pigeonneaux auxquels Mr. de la Haye avoit rompu les os dans le même tems, & auxquels on avoit fait la réduction sans la précaution que je viens de rapporter, & nous trouvames le périoste tuméfié sur le lieu de la fracture, & le cal qui commençoit à se former, précisément comme je l'ai rapporté dans mon prémier Mémoire.

Une forte compression qui peut être employée utilement pour remédier aux bosses qui viennent à la tête, lorsqu'on s'y est frappé, est donc capable pour la même raison d'empêcher la tuméfaction du périoste, & de retarder la formation du cal, c'est un fait qu'il est bon de ne pas ignorer.

J'avoue néanmoins que je n'avance ceci qu'après une seule expérience, que je n'ai pas encore été à portée de répéter.

J'avois déja remarqué dans mon premier Mémoire, qu'on couroit risque de faire tomber le membre rompu en gangrène quand on serroit trop l'appareil; & ce que je viens de dire peut faire craindre qu'une compres-

sion

sion trop forte n'empêche la formation du cal.

On convient qu'on n'applique les bandages sur les fractures, que pour assujettir le membre dans la situation où on l'a mis par la réduction.

Les fractures du crâne qui se réunissent sans le secours d'aucun bandage, en sont une preuve. Voici quelques observations connues de Mrs. Dupuis, Médecins de la Marine à Rochefort, & de tous les Chirurgiens de ce département, * qui prouvent que des fractures considérables se peuvent réunir sans le secours d'aucun bandage.

* Pag 225. in 4.

PREMIERE OBSERVATION.

Nicolas Mulot, Matelot de Caen, embarqué sur le Bateau *la Providence*, commandé par Jean Guillebert, fut apporté à l'Hopital. Il avoit une fracture complète au tibia & au péronée de la jambe droite; le lieu de la fracture étoit à la partie inférieure proche la partie moyenne, elle avoit été occasionnée par un grapin qui en échappant, lui avoit donné contre la jambe: il est aisé de juger qu'il y avoit contusion & gonflement.

Mr. de la Haye fit la réduction avec une machine de son invention, qui fait l'extension & la contr'extension, & qui restant attachée au membre malade, le tient dans une extension modérée jusqu'à ce que la réunion soit parfaite.

Lorsque la réduction fut faite, Mr. de la Haye mit pour tout appareil une compresse sim-

simplement assujettie, sans être serrée par une bande qui avoit tout au plus deux aunes de longueur. Il diminua alors l'extension, qu'il conserva seulement assez forte pour contrebalancer l'effort des muscles. Le malade ne souffrant pas trop, on ne leva l'appareil qu'au bout de douze jours; le Chirugien-major qui y étoit présent, trouva tout en si bon état, qu'il doutoit que les os eussent été fracturés.

Le 30.me jour Mr. de la Haye ôta la machine, & tout étoit dans l'état naturel, excepté à la face postérieure du tibia où il y avoit une grosseur, qu'on dissipa par une petite compresse, épaisse néanmoins, qu'on assujettit un peu fortement sur la tumeur.

Il commença à marcher au bout de quarante jours, néanmoins il ne sortit de l'Hopital que le 22 Mai, n'ayant pas trouvé d'occasion de le renvoyer chez lui.

SECONDE OBSERVATION.

Un Matelot fut apporté à l'Hopital de Rochefort avec une* fracture au bras, accompagnée d'une contusion considérable faite par un auban, qui en échapant du haut du mât lui tomba sur le bras.

* Pag. 226. in 4.

On mit après la réduction un appareil convenable à la partie malade, ayant eu attention que le bandage ne fût pas trop serré; mais le gonflement ayant augmenté, & s'étant étendu à tout l'avant-bras jusqu'au bout des doigts, on lâcha encore plus le bandage; le lendemain le gonflement étoit encore augmenté, & il paroissoit des flictaines livides; pour lors Mr. de

la

la Haye se détermina à ôter tout-à-fait le bandage pour mettre sur la partie un cataplasme résolutif arrosé d'eau-de-vie camphrée. Il est bon de remarquer que toutes les fois qu'on le pansoit, on étoit obligé de lever le bras, mais ensuite on le couchoit sur un oreiller bien étendu, le malade avoit toute l'attention qu'il falloit pour ne point changer la situation de son bras, aussi a-t-il guéri parfaitement.

TROISIEME OBSERVATION.

J'ai vu quelque chose de plus singulier, quoique le même fait soit arrivé plusieurs fois, c'est une Chienne qui se rompit la cuisse en tombant d'un premier étage par une fenêtre, elle a pendant plusieurs jours traîné sa jambe derrière elle; plusieurs fois même en descendant le degré, la jambe malade tomboit de marche en marche, comme si c'eût été un morceau de linge; au bout de quelques jours les muscles reprirent leur action, & au-lieu de laisser traîner sa jambe, elle la troussoit, & marchoit à trois pattes.

Malgré ces accidens & sans le secours d'aucun bandage sa cuisse s'est guérie, & je l'ai fait voir à Mr. Ferrein, se tenant sur ses jambes de derrière presque aussi bien qu'elle le faisoit auparavant, & le cal est si petit qu'on a peine à distinguer la jambe qui a été rompue.

Je n'allègue pas les faits que je viens de rapporter, dans la vue de prétendre qu'il ne faut point assujettir les membres rompus par aucun bandage, loin de cela, je crois que les bandages bien faits sont presque toujours les seuls

mo-

* Pag. 227. in 4. moyens * qu'on puiſſe employer pour aſſujettir les membres rompus dans la ſituation où on les a mis par la réduction, attention qui eſt beaucoup plus importante pour l'Homme & pour les autres animaux qui croiſſent lentement, que pour ceux qui, comme les Chiens, ont aquis toute leur crûe en moins d'un an; car ſûrement la régénération des os ſe fait plus promptement dans ceux-ci que dans les autres. Mais je penſe qu'on doit éviter autant qu'on le peut, de trop comprimer l'endroit de la fracture, juſqu'à ce que la tumeur du périoſte ſe ſoit bien formée; car quand cette tumeur commence à s'oſſifier, & qu'elle diminue de groſſeur, alors on peut comprimer un peu plus le lieu de la fracture, car il m'a paru que le cal en devenoit plus uni & moins gros.

De bons Praticiens recommandent à la vérité de ne pas trop ſerrer l'appareil, & n'emploient que des atelles de carton au lieu des atelles de bois qu'on employoit autrefois; leur intention eſt de ne point interrompre la circulation par une compreſſion trop forte, ce qui feroit tomber le membre en ſphacel; ainſi c'eſt toute la longueur du membre affligé qu'ils recommandent de ne point trop comprimer: ils ont bien raiſon, mais ſi une trop forte compreſſion empêche la formation du cal, il faut de plus faire ſon poſſible pour que le lieu de la fracture ſoit le moins comprimé qu'il eſt poſſible; la Machine de Mr. de la Haye eſt bien propre à remplir cette intention pour les fractures de la jambe & de la cuiſſe, & on en imaginera pour les autres parties quand on ſera bien perſuadé de ſon utilité.

En m'entretenant ſur cette matière avec Mr. Hunauld, il me fit remarquer qu'Hippocrate recommande de ne pas beaucoup ſerrer l'appareil immédiatement après la réduction, mais de le ſerrer davantage quelques jours après. Il eſt probable que ce grand Médecin ne ſavoit pas ce que la compreſſion pouvoit produire à l'égard du perioſte, mais cet excellent Obſervateur avoit ſûrement remarqué que cette précaution étoit avantageuſe.

La Motte recommande de ne point trop ſerrer le bandage * pour éviter les douleurs, & que le membre ne tombe en mortification; mais il dit (*a*) que ſi l'appareil eſt trop lâche, la matière du calus s'éleveroit trop au-deſſus de la fracture. Après ce que j'ai dit, on voit bien qu'on préviendra cet inconvénient, en ſerrant l'appareil lorſque le perioſte ſera tuméfié & avant qu'il ſoit endurci.

* Pag. 228. in 4.

Je reviens au Pigeonneau de Mr. de la Haye, il ne s'étoit donc point formé de tumeur ſur la fracture, mais il y en avoit une conſidérable à l'articulation qui étoit au deſſus de la fracture. Etoit-elle occaſionnée par la compreſſion du membre rompu, ou par un tiraillement que le ligament capſulaire avoit ſouffert lors de la rupture, ou dans le tems de la réduction, ou enfin quand on a appliqué l'appareil? C'eſt ce que je n'ôſerois décider, mais il m'eſt arrivé pluſieurs fois en diſſéquant mes Pigeonneaux d'expériences, de trouver de ſemblables tumeurs aux articles; & ce qui me fait croire que ces tumeurs venoient d'un tirail-

(*a*) *Traité complet de Chirurgie de la Motte, T. III. p.* 298.

raillement que j'avois fait ſans deſſein au ligament ou à la membrame capſulaire, c'eſt qu'on ſait que quand une luxation a été accompagnée d'une forte contuſion, quoiqu'on l'ait réduite promptement & avec facilité, il y ſurvient une anquiloſe, à moins qu'on n'en ait un ſoin tout particulier (*a*).

J'ai vu à la campagne pluſieurs de ces tumeurs que des Bailleurs avoient eſſayé inutilement de réſoudre avec du beurre frais & de l'eau-de-vie, qui ſe ſont entierement diſſipées par les décoctions émollientes, les douches domeſtiques & un exercice modéré; aſſurément ſi l'on négligeoit ces ſortes de luxations, il s'y formeroit des anquiloſes, car quand le périoſte eſt tuméfié, il tend toujours à l'oſſification: peut être pourroit-on dire la même choſe des autres membranes, on a vu oſſifiées les cellules médullaires & quelques productions de la dure-mère dans les anfractuoſités du cerveau, on a vu oſſifiées des portions de la faux, de la pleure, du péricarde, des vaiſſeaux ſanguins, des tendons, & je crois qu'il y a quelque lieu de ſoupçonner que ces oſſifications ont été précédées de quelque gonflement analogue à
*Pag 229. in 4. celui qui * arrive au périoſte dans les cas dont nous venons de parler.

J'ai dit dans le Mémoire déja cité, & tout le monde en convient, que quand on caſſoit la jambe à un jeune animal, la réunion ſe faiſoit bien plus promptement & bien plus intimément que quand c'étoit la jambe d'un vieil animal qui avoit été rompue: en parlant alors

(*a*) *Mr. Petit, Maladies des Os, T. I, p.* 345.

lers des jeunes animaux, j'avançai qu'à l'endroit de la fracture, quand la réduction avoit été bien faite, il se formoit souvent une masse d'os dans laquelle on ne pouvoit plus reconnoître les bouts de l'os rompu; que le périoste interne s'ossifioit quelquefois, & que l'os qui n'avoit pas aquis toute sa dureté, mais qui étoit dans un état moyen entre l'os & le cartilage, se greffoit, pour ainsi dire, avec l'os du cal ou avec les nouvelles couches osseuses qui viennent de l'ossification du périoste, & que le tout ne formoit qu'une masse; enfin je fis remarquer que l'os étant mince, le périoste interne & le périoste externe qui se tuméfioient dans l'endroit de la fracture, & qui se prolongeoient entre les bouts d'os rompus, pouvoient se joindre & se coller l'un à l'autre. On peut rechercher dans mon Mémoire ce que j'ai dit de plus à ce sujet, car je ne rapporterai que ces généralités qui suffisent pour m'expliquer sur l'expérience que j'ai à rapporter: la voici.

Je pris un Agneau âgé d'un mois ou de six semaines, je voulus lui casser la jambe, mais elle plioit, & quoique j'eusse eu la précaution de la faire porter à faux sur l'angle un peu obtus d'un morceau de bois, je fus obligé de la forcer en différens sens pour parvenir à la rompre; elle rompit enfin, & quand elle fut rompue, je la pliai encore de côté & d'autre pour tirailler le périoste, & cela dans la vue de le faire tuméfier davantage, sur le champ je fis la réduction que j'assujettis par un bandage.

Je fis tuer cet Agneau au bout de deux mois, & je trouvai ſur la fracture un cal très uni & peu éminent, ce qui ne me ſurprit point, parce que tout étoit conforme avec ce que j'avois déja obſervé ſur d'autres Agneaux, mais je ſciai l'os rompu en long pour retrouver les bouts du vieil os qui * avoit été rompu, & il ne me fut pas poſſible de le diſtinguer de ce qui avoit été formé depuis la fracture; le canal de la moelle étoit même rempli, ſeulement vis-à-vis le lieu de la fracture, par une maſſe d'os; ceci à la vérité s'accordoit avec ce que j'ai avancé dans mon prémier Mémoire.

* Pag. 230. in 4.

L'os de mon Agneau avoit plié; donc il étoit encore mou, & delà pouvoit venir l'union du cal avec l'os rompu.

Les tiraillemens que j'avois faits au périoſte, avoient occaſionné une tumeur conſidérable, ce qui avoit pu donner lieu à l'oſſification du périoſte interne, & produire l'oblitération du canal de la moelle.

Mais enfin l'os qui étoit endurci dans le tems de la fracture, me paroiſſoit devoir ſe diſtinguer de celui qui s'étoit formé depuis, & néanmoins je ne pouvois le reconnoître.

Dans l'embaras où j'étois, voici le raiſonnement que je fis: aſſurément l'os qui s'eſt formé depuis la fracture, ne doit pas être auſſi dur que celui qui l'étoit auparavant; d'un autre côté il ſemble qu'un os qui eſt moins endurci ſe doit diſſoudre plus aiſément par les leſſives que celui qui aura aquis preſque ſa parfaite dureté: voila donc un moyen de retrouver le vieil os que je cherchois; il ne s'agiſſoit que de faire bouillir l'os de mon

Agneau

Agneau dans une lessive un peu forte, & de le retirer de tems en tems pour ne dissoudre que le cal; j'exécutai cette expérience avec la moitié de l'os de mon Agneau, & je vins à bout de détacher peu à peu tout le cal qui s'en alloit par grains, & l'os se sépara précisément à l'endroit de la fracture, ce qui me fit distinguer assez bien les extrémités qui avoient été rompues, & que je cherchois.

L'autre moitié du même os étant restée à l'air pendant un an, on a aussi distingué, à la vérité assez obscurément, le vieil os d'avec celui qui s'étoit formé depuis la fracture, parce que celui-ci s'étoit un peu plus retiré en se desséchant que celui qui avoit été formé auparavant.

On ordonne quelquefois la douche pour dissiper des grosseurs qui restent sur des fractures, ce remède a souvent réussi; mais quand on l'a donnée sans ménagement, il est * quelquefois arrivé que le cal s'est tellement amolli, que l'os réuni s'est séparé de lui-même dans l'endroit de la fracture: voila l'eau de la douche qui produit à peu-près sur le cal le même effet que la lessive que j'ai employée.

* Pag. 231. in 4.

Il me reste à rendre compte d'une observation qui m'a été communiquée par Mr. de la Peyronnie, la voici.

Un homme qui travailloit à abattre des arbres dans les avenues de Versailles, eut le malheur d'être culbuté par un de ces arbres qui lui cassa le fémur précisément à l'endroit où le cou de cet os se joint au corps; un Chirurgien en fit la réduction le mieux qu'il put, Mr. de la Peyronnie alla visiter ce pauvre

homme, & trouva les choses aussi bien disposées qu'elles pouvoient l'être: cet homme vécut quelques mois dans son lit, & mourut d'une maladie qui n'avoit aucun rapport à sa blessure.

Le Chirurgien qui avoit fait la réduction, détacha la partie du fémur qui avoit été rompue, & la porta à Mr. de la Peyronnie qui me la remit quelque tems après. Voici ce que Mr. de la Peyronnie me fit remarquer sur cet os qui étoit presque sec.

1. On voyoit que les deux parties de cet os avoient été remises très-exactement l'une vis-à-vis de l'autre, mais que le Cirurgien n'avoit pas pu les faire toucher l'une à l'autre, il s'en falloit environ deux lignes.

2. On sait que le fémur est spongieux vers son extrémité supérieure, & que la substance cellulaire est recouverte par une lame osseuse assez mince; or on voyoit à la partie extérieure & au bord de la fracture un bourrelet osseux assez inégal qui formoit des espèces de plis, & qui paroissoit être une suite de l'ossification du périoste.

3. On appercevoit des endroits où l'os étoit lisse, uni, & où n'étoit point le bourrelet dont je viens de parler.

Je crois que ces endroits sont ceux où le périoste s'étoit détaché de l'os; d'où il suit que l'organe qui doit, suivant moi, former l'os, étant enlevé, il ne s'y étoit formé aucune concrétion osseuse, & l'os étoit resté tel qu'il étoit après la fracture.

* Pag. 232. in 4. * 4. De la partie cellulaire de l'os il s'élevoit des productions osseuses qui partoient des pla-

plaques qui forment la ſubſtance cellulaire, & les productions dont je parle, s'étendant à peu-près également des deux bouts de l'os rompu, ſe joignoient l'une & l'autre en quelques endroits, & y formoient une réunion, à la vérité très peu ſolide, & qui probablement n'auroit jamais pu affermir aſſez bien cet os pour que l'homme affligé eût pu être en état de ſe ſervir de ſa jambe.

Je crois que les productions oſſeuſes qui faiſoient cette eſpèce de réunion, venoient du périoſte qui revêt les lames oſſeuſes du tiſſu cellulaire.

Je ne rapporte pas cet exemple pour confirmer ce que j'ai avancé ſur les fractures, mais j'ai cru qu'il n'étoit pas inutile de faire remarquer que toutes les circonſtances de cette fracture ſingulière ſe peuvent expliquer naturellement par les principes que j'ai établis dans mon prémier Mémoire.

Pluſieurs habiles Anatomiſtes que j'ai cités dans mes Mémoires, m'ont fait part d'un grand nombre de faits pareils qui s'expliquent au mieux dans mes principes, & qui par conſéquent pourroient être employés pour confirmer ce que j'ai avancé ſur la formation du cal: je ne les rapporterai point, dans l'appréhenſion de devenir ennuieux ; mais comme mon unique objet eſt de chercher la vérité, je ne dois pas diſſimuler qu'il y a quelques faits de Chirurgie qui m'ont été propoſés par des gens fort habiles dans cet Art, & qui ſemblent indiquer que quand le périoſte manqueroit ſur une portion d'os, la Nature au-

roit encore d'autres reſſources pour la réparer: voici quels ſont ces faits.

1. Quand une portion d'os eſt cariée, les Chirurgiens, dans la vue de faciliter l'exfoliation, perforent l'os en pluſieurs endroits, c'eſt-à-dire, qu'ils font en différens endroits de la carie, des trous avec un trépan perforatif; on dit qu'on voit bourgeonner par ces trous des houpes charnues, que la carie ſe détache plus promptement, & que quand les feuillets cariés ſe ſont détachés, la plaie ſe ferme & ſe guérit.

*Pag. 233. in 4. * 2. On prétend que quand un pariétal a été bleſſé, ſi on le découvre du cuir chevelu, des muſcles, des aponévroſes, & qu'on rugine l'os, ce qui doit enlever le périoſte, on voit qu'il ſe forme au bord de la plaie des bourrelets qui gagnent peu à peu & recouvrent l'os, mais on apperçoit auſſi des points charnus qui ſortent du corps même de l'os.

Mon état ne me mettant point à portée de voir des malades, je n'ai pu ſuivre de pareilles plaies, & je m'en rapporterai volontiers aux Maîtres de l'art, pourvu qu'ils ſe tiennent en garde contre leurs préjugés, & qu'ils veuillent examiner la choſe avec toute l'attention & le diſcernement dont ils ſont capables; néanmoins je les prie d'obſerver:

1. Que ſi l'on perfore l'os entierement, la membrane médullaire doit produire ſous la carie la régénération de l'os.

2. Que ſi la carie eſt vers les extrémités où les lames oſſeuſes ſont très minces, il eſt preſque impoſſible que ces lames ne ſoient percées en entier.

3. Que

3. Que la même chose arrivera si l'on perfore un os qui ait un diploé.

4. Qu'il faut que ces observations soient faites sur des animaux âgés, parce que, comme nous l'avons dit, les os des jeunes sujets tiennent encore de la nature du périoste qui leur a donné naissance, ce que je prouverai encore dans d'autres Mémoires.

5. Comme les extrémités des os des adultes sont de la même nature que la partie moyenne des os des enfans, ce que je prouverai ailleurs, la même chose leur arrivera.

6. Il faut observer si sous la carie qui se détache, il se forme un nouvel os; car s'il ne se formoit que des chairs, cela ne feroit rien au sujet que je traite.

7. Supposé qu'il se forme de nouvelles lames osseuses sous la carie, il faut examiner si elles ne partent pas des bords de la plaie; car alors ce pourroit être le périoste qui se seroit allongé sous la carie à mesure que l'exfoliation se fait.

8. Il faut prêter attention aux mêmes circonstances pour ce qui regarde le second fait, car le pariétal a un diploé, la * lame supérieure est quelquefois très mince, même dans des sujets avancés en âge; outre cela il faut être bien certain qu'on a enlevé tout le périoste, & même les lames osseuses nouvellement formées & qui sont encore tendres: cet article est important, je vais essayer de le faire sentir en rapportant une expérience fort singulière que j'ai faite sur des arbres.

* Pag. 234. in 4.

On sait que si l'on enlève sur le tronc d'un

 arbre

arbre un morceau d'écorce, cette plaie ne se referme que par l'allongement de l'écorce qui se fait par les bords de la plaie: néanmoins dans le tems de la sève j'ai enlevé tout autour de plusieurs jeunes arbres un anneau d'écorce qui avoit environ trois pouces de largeur; j'ai sur le champ passé le tronc de ces jeunes arbres dans des tuyaux de verre que j'ai bien mastiqués au dessus & au dessous du cylindre ligneux qui étoit dépouillé d'écorce; j'ai encore couvert le tuyau de verre d'un morceau de toile qui empêchoit que le Soleil ne desséchât la plaie, & j'ai vu une nouvelle écorce bourgeonner principalement de la partie supérieure de la plaie; la nouvelle écorce se formoit aussi sur plusieurs endroits du cylindre ligneux qui étoit découvert. Cette observation ressemble beaucoup à celle du pariétal dont je viens de parler; & quoiqu'on voie sortir une nouvelle écorce des fibres ligneuses, on ne laisse pas d'être très fermement persuadé que c'est l'écorce des arbres qui sert principalement à la réparation de leurs plaies. J'ai fait sur cette même matière beaucoup d'observations, mais que je suis obligé de réserver pour un autre Mémoire, dans lequel j'essaierai de faire appercevoir dans quelles circonstances le corps ligneux peut produire une nouvelle écorce.

9. Je ne dois pas négliger de faire remarquer que j'ai toujours parlé dans mes Mémoires de ce qui arrivoit à des os qui étoient naturellement sains, & qui n'avoient à se guérir que de maladies d'accident; car si par l'effet de quelque maladie les os perdoient leur du-

dureté, s'ils devenoient mous, comme on l'obſerve quelquefois, je ne ſais pas alors ce qui leur arriveroit.

* Je crois appercevoir des moyens d'éclaircir les doutes que je viens de propoſer, & j'informerai l'Académie de ce que m'auront appris mes expériences; mais dès à préſent je puis promettre de donner dans peu un Mémoire qui jettera un grand jour ſur la queſtion dont il s'agit. * Pag. 235. in 4.

Depuis la lecture du Mémoire précédent, j'ai eu connoiſſance d'un Livre intitulé: *Anatome Mytuli, Authore Antonio de Heide, Amſtel.* 1684, qui rapporte les obſervations ſuivantes ſur la formation du cal qui réunit les os rompus.

(*a*) *Ad calli materiam & generationis modum illuſtrandum ſequentia experimenta à me in Ranis inſtituta ſunt, quæ ut faciliùs percipiantur, ſtructuram Ranini cruris in quo occupatus fui, his Figuris ob oculos ponere viſum eſt.*

Hæc Figura extremum poſterioris cruris binis partibus conſtans repræſentat (*Figura* I) AB *enim media pars eſt inter extremum pedem* BC, *& partem corporis trunco relictam. In parte* (*Fig. II*) AB, *ſub cute occurrunt muſculi* A, B, C, D, E. *Tres priores cuti ſunt contigui, duo verò reliqui oſſi* FG *cohærent. Hoc os inſtar fiſtulæ concavum eſt, medullâ refertum, circa medium foramine ſtylum* HI *continente pertuſum.*

In hac Figura III occurrit prædictum os tribus exterioribus muſculis denudatum, ſed duobus reliquis tectum, brevi poſtquam fractum eſt. Extrema

(*a*) *Obſerv.* 55.

trema fracta musculis abbreviatis extra communem lineam tracta sunt, odeò ut os solito brevius sit. Circa musculos ferè nihil evasati sanguinis conspicitur.

Figura IV repræsentat prædictum os in aliâ Ranâ 24 *horas post fracturam, cute non item musculis spoliatum.* A, B, C, D, E, F, G, *est lamina evasati & concreti sanguinis entensa multis laciniis ferè per totum articulum, musculos, fracturamque obtegens, & huic connexa: hujusmodi lamina à me observata est in omnibus cruribus Raninis fractis, dummodò aliquot horæ essent præterlapsæ; in omnibus tamen non est ejusdem formæ, quia evasatus sanguis usquedum fluidus est, variam figuram assumere potest. Hoc tamen ferè observatur semper quod extremis ossis fracti adhereat. Hinc circa calli generationem mutationi hujus cruentæ laminæ maximè attendendum putabam. Tertio die hæc* * *lamina erat parum mutata; quinto die sese minorem & firmiorem ostendebat, habens in quâdam Ranâ formam & magnitudinem Figur. V,* A, B, C. *Deinceps septimo, duodecimo & decimo sexto diebus, examinata sensim durior & pallidior evadebat, ut vigesimo septimo die cartilaginea esset. Elapsis quatuor mensibus, fracti ossis extrema tam duro callo in quem lamina cruenta mutata videtur, conglutinata erant, ut primo intuitu in majorem molem extensa viderentur; accuratiore tamen investigatione calli materiam ossis superficiei adnatam esse patebat, quod faciliùs ex Figura VI percipitur.*

* Pag. 236. in 4.

Hic habes viri os femoris A, B, C, *casu fractum eo modo ut fracturæ extremum alterum cutem pertunderet; ægro post aliquot menses mortuo,*

tuo, Chirurgi os carne spoliatum theatro anatomico concredidere, quod elapsis quibusdam annis hoc modo constitutum inveni.

Fracturæ extrema DE *non in eâdem lineâ, sed sibi invicem parallela ferè jacent, adeò ut os debito brevius sit. Spatium extrema inter necnon ea latè ambiens, occupatur callo* AFLE PHD, *qui duritie, albedine & poris ab osse haud differt, medullæ destinata cavitas in utroque extremo patula est. Præter innumera minuta foramina, majora* KLR *conspicua sunt. Porro multa tubercula & sinus in superficie occurrunt. Quamvis initio callus ossi adeò arctè connexus videretur, ut aliquis eum pro tumefacto osse salutaret, diligentiori tamen curâ ab osse abradi potuit sine ossis læsione.* VXYZ *est fragmentum ossis e vulnere ægro vivente extractum.*

Ex his experimentis forsan probatur callum generari e sanguine evasato, cujus fluidis particulis sensim exhalantibus reliquum ossis formam assumit, quod promoveri potest ab halitu ex ossis fracti extremis deciduo.

Ce que Verduc dit dans sa Pathologie Chirurgicale est si semblable à ce que je viens de rapporter de Heide, qu'il y a tout lieu de croire que Verduc n'a fait que traduire Heide.

Assurément je ne suis point d'accord avec les Auteurs que je viens de citer, sur l'orine de la membrane qui est * destinée à former le cal; mais l'existence de cette membrane est bien établie par leurs observations, de même que le progrès de son endurcissement, & ils s'efforcent l'un & l'autre de prou-

* Pag. 237. in 4

ver que les extrémités d'un os rompu font aſſujetties par une virole oſſeuſe. Ainſi les obſervations de Heide, de même que celles que rapporte Verduc, s'accordent avec les miennes ſur un article important.

La Figure VII repréſente la tête du fémur rompu, dont il eſt parlé dans le précédent Mémoire: on y peut remarquer

a, le corps de l'os.

bb, le lieu de la fracture.

ccc, des productions oſſeuſes qui viennent du périoſte.

dd, des endroits où l'os étoit liſſe, & où l'on n'appercevoit pas les productions oſſeuſes dont je viens de parler.

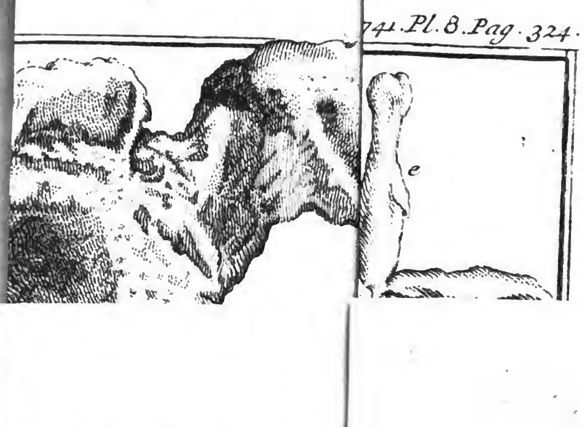
ee, productions du tiſſu ſpongieux.

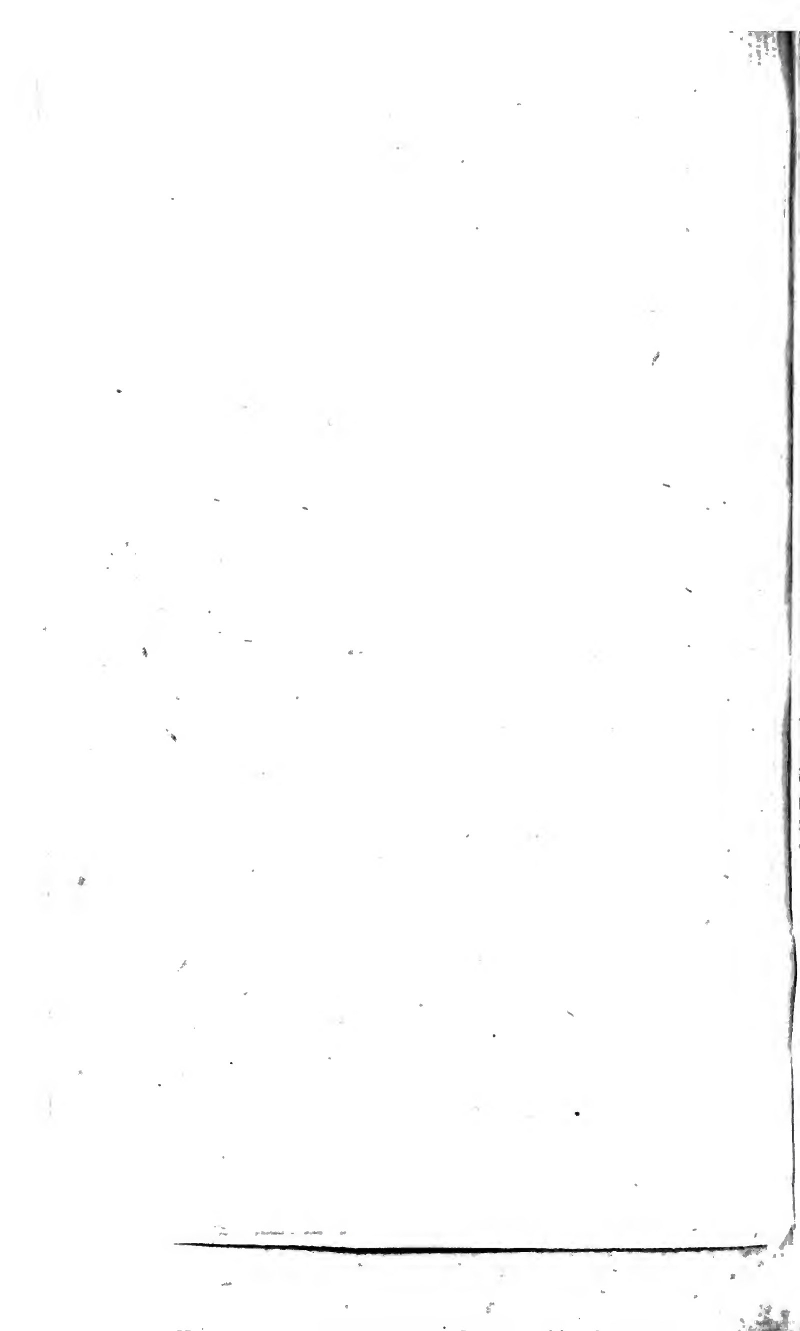
* Pag. 238. in 4.

* CALCUL DES DIFFERENCES DANS LA TRIGONOMETRIE SPHERIQUE.

Par Mr. l'Abbé DE LA CAILLE.

JE ne prétends pas dans ce Mémoire ſubſtituer les Formules du calcul différentiel aux calculs Aſtronomiques ordinaires, auxquels l'invention des Logarithmes a apporté une facilité & une ſimplicité peut-être auſſi grandes que celles que la nouvelle analyſe a apportées dans la Géométrie; car quoique le cal-


741.Pl.8.Pag.324.
e



calcul de l'Infini soit sans comparaison plus commode que celui de l'ancienne Algèbre, il ne laisse pas cependant d'être quelquefois trop subtil pour être à la portée du commun des Calculateurs, ou trop compliqué de signes, de puissances & de radicaux, &c. Mon dessein est seulement 1. de faire voir par des exemples, qu'il y a une manière très simple qui a déja été comme proposée depuis longtems, mais qui est trop peu connue, ou trop peu pratiquée, d'employer les méthodes de l'analyse des Infiniment petits pour calculer les petites Equations qu'on est presque à tout moment obligé de faire, tantôt pour les appliquer aux observations ordinaires, tantôt pour réduire les mouvemens célestes apparens aux mouvemens vrais, & réciproquement, tantôt pour distribuer les petites inégalités causées par quelque mouvement dans la position des Cercles de la Sphère, &c.

2. De montrer que faute de se servir de ces règles, la plupart des Astronomes sont obligés de chercher les petites Equations dont j'ai parlé, par des voies indirectes, & par conséquent trop embarassées.

3. De donner les formules générales & les plus simples de ce calcul, avec leur usage.

4. De marquer les précautions qu'il faut prendre * lorsqu'on s'en sert, & de faire voir jusqu'à quel point on peut supposer que des quantités sensibles sont infiniment petites.

* Pag. 239. in 4.

On peut dire que la plupart de ceux qui sont versés dans le calcul Astronomique, sont préscisément dans le même cas où étoient les anciens Géomètres avant l'invention de l'analyse

lyſe de l'Infini. Chaque problème coutoit beaucoup de peine, paroiſſoit même ſouvent inſoluble, & ſi à force d'habileté on en venoit à bout, la ſolution étoit ordinairement très limitée, & le changement d'une des conditions obligeoit quelquefois à recommencer tout le travail. S'agit-il, par exemple, de trouver la différence que cauſe le mouvement du Soleil en déclinaiſon entre le midi vrai & le midi conclu par l'obſervation des hauteurs correſpondantes du Soleil; quelques-uns calculent deux fois l'heure que chaque hauteur donne, en faiſant entrer dans le ſecond calcul la différence du mouvement en déclinaiſon, & prennent pour l'Equation cherchée, la moitié de la différence entre ces heures. Cette méthode eſt exacte & aſſez ſimple, mais elle eſt indirecte, en ce qu'elle ne fait pas connoître d'où dépend l'Equation. Mr. Picard, Mr. Roëmer & Mr. de la Hire avoient inventé chacun des échelles ou figures particulières pour trouver graphiquement cette correction. On trouve auſſi dans les deux dernières éditions des Tables Aſtronomiques de Mr. de la Hire, une méthode aſſez compliquée pour calculer cette Equation, dont l'Editeur a donné une Table fort ample, mais qui n'eſt pas exacte, ſur-tout vers les Equinoxes & le cercle de deux heures, où on trouve des erreurs qui, quoiqu'aſſez petites en elles-mêmes, ſont trop conſidérables, eu égard à la ſubtilité avec laquelle elle paroit calculée, puiſque les tierces y ſont marquées, & à l'importance qu'il y a de ſcavoir préciſément l'heure vraie par la méthode la plus générale

le & la plus directe qui soit pratiquable en Astronomie; c'est néanmoins sur cette Table que la plupart des Observateurs ont corrigé jusqu'à présent leurs observations, dans les occasions où l'extrême précision étoit nécessaire.

Il est bien constant cependant qu'il y a une certaine * méthode, la plus directe de toutes, pour trouver cette Equation, & il ne faut pas être grand Géomètre pour voir que ce petit mouvement du Soleil en déclinaison influant sur son mouvement en ascension droite suivant un rapport déterminable, la méthode la plus naturelle de toutes consiste à faire entrer immédiatement ce rapport dans le calcul.

* Pag. 240. in 4.

Ayant travaillé quelque tems à chercher une méthode générale pour trouver tout d'un coup ces sortes d'Equations par la voie la plus simple & la plus directe, je suis tombé sur un excellent Livre de Mr. Cotes, intitulé *Harmonia Mensurarum*, dans lequel on trouve un Traité qui a pour titre: *Æstimatio errorum in Mixtâ Mathesi*. Le but de l'Auteur est de déterminer les limites des erreurs inévitables dans la pratique de la Géométrie & de l'Astronomie, en les regardant comme des différences infiniment petites; comme, si un Instrument ne donne la hauteur d'un Astre qu'à une minute près, il marque le rapport qu'aura cette minute d'erreur avec l'incertitude de l'heure déduite de l'observation, par un calcul dont il suppose tous les autres élémens exacts.

Après avoir lu avec plaisir ce Traité, il me

me fut facile d'en appliquer les règles aux méthodes que je cherchois ; car en regardant les Parallaxes, les Réfractions, la Précession des Equinoxes, les Aberrations & tous les petits mouvemens, comme des erreurs d'observations, j'en ai déduit des méthodes de calcul si simples, que j'ai cru devoir en rapporter quelques-unes, afin qu'elles servent d'exemples pour trouver les autres dans le besoin.

Comme le Livre de Mr. Cotes est assez rare en ce païs-ci, & que d'ailleurs ses règles sont conçues en dix-huit Théorèmes d'une manière fort générale, je les ai réduites en vingt-quatre formules ou analogies, comme on les voit ici, après y avoir fait plusieurs additions considérables pour simplifier ou pour diversifier les rapports, afin que l'on puisse choisir parmi les quantités que l'on compare aux différentielles, celles qui sont déja connues, & que par ce moyen on épargne le calcul; car quoique ces rapports soient un peu composés, * Pag 241. in 4. * il arrive souvent qu'ils deviennent beaucoup plus simples dans certains cas, comme je le ferai voir dans les exemples que je rapporterai.

Ces formules ont cet avantage de donner presque toujours sans calcul le *maximum* & le *minimum* de chaque Equation, ce qui est d'une utilité merveilleuse pour déterminer les circonstances où il faut faire l'observation, afin que les erreurs inévitables n'y influent que le moins qu'il est possible.

Je ne rapporterai pas ici les démonstrations de ces règles qui sont exposées très clairement dans le Livre de Mr. Cotes, je vais faire

re voir ſeulement de quelle manière elles y ſont démontrées. Pour cela ſoit dans le Triangle ſphérique ABC, l'angle A conſtant, auſſi-bien que ſon côté adjacent AC. Que le côté AB devienne AD par le moyen de la différentielle BD. Par l'angle C, menez CD, & décrivez le petit arc BE, enſorte que CB=CE; il eſt clair que ED eſt la différentielle de BC, & qu'à cauſe du Triangle BED, rectangle en E, BD eſt à DE, comme le rayon au ſinus de l'angle DBE, complément de l'angle ABC, à cauſe de l'angle droit CBE, & c'eſt là la prémière formule. Fig. 1.

Il eſt évident auſſi que ſi on prolonge CB en F, enſorte que CF ſoit de 90 degrés; FG, meſure de la différentielle de l'angle BCA, eſt à BE, comme le rayon au ſinus de BC; mais BE eſt à DE, comme la tangente de l'angle BDE ou CBA eſt au rayon; donc FG× *S*. BC=BE×*Ray*. =*T*.B×DE; donc FG: DE : : *T*.B: *S*.BC, c'eſt-à-dire, la différentielle de C eſt à la différentielle de BC, comme la tangente de l'angle B au ſinus du côté BC, & c'eſt la cinquième formule; il en eſt ainſi des autres.

Suppoſant donc dans un Triangle ſphérique quelconque ABC, que deux de ſes parties à volonté ſont conſtantes, on trouvera dans la Table qui eſt à la fin de ce Mémoire, le rapport de la différentielle d'une de chaque variable avec les côtés ou les angles de ce Triangle.

* *Uſages de ces Formules.* *Pag. 242. in 4.

I. EXEMPLE. *Pour trouver la méthode de cal-*

calculer l'Equation des hauteurs correſpondantes, je conſidère que dans le Triangle ſphérique ZPS où Z eſt le Zénith, P le Pole du Monde S Z le complément de la hauteur du Soleil observée, SP la diſtance du Soleil au Pole, & ZPS l'angle qui ſert à connoître l'heure de l'obſervation, les côtés ZS & ZP ſont conſtans, & qu'il n'y a que la différentielle de SP qui faſſe varier l'angle au Pole. Je trouve donc par la 16 formule, que cette différentielle SP eſt à celle de l'angle SPZ comme le ſinus de ZP à la tangente de complément de l'angle ZSP; d'où je conclus que la méthode cherchée conſiſte à calculer d'abord l'angle au Soleil compris entre le vertical & le cercle de déclinaiſon, pour faire enſuite cette analogie:

Fig. 2.

Comme le ſinus de complément de la déclinaiſon du Soleil,

A la tangente de complément de l'angle du vertical & du cercle de déclinaiſon;

Ainſi le mouvement du Soleil en déclinaiſon dans la moitié de l'intervalle du tems entre chaque obſervation correſpondante,

A la différence de diſtance du Soleil au Méridien.

Cette différence réduite en tems eſt l'Equation cherchée, additive quand la hauteur du Pole étant boréale, le Soleil eſt dans l'Ecreviſſe, le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion & le Sagittaire, & ſouſtractive dans les

les autres Signes †, ce fera le contraire fi la hauteur du Pole eft auftrale.

*Ce qu'il y a de fingulier, c'eft que Mr. de la Hire propofe cette même méthode dans fes Tables, & que ni lui ni fon Editeur ne paroiffent en avoir fait aucun ufage. * Pag. 243. in 4.

C'eft fur ce principe que j'ai calculé très exactement des Tables de ces fortes d'Equations, que j'ai mifes fous deux formes différentes entre elles, & différentes de celles qu'on a coutume de leur donner ; car il eft bon de remarquer que lorfqu'on veut avoir cette correction dans la rigueur, il ne faut pas fuppofer, comme on le fait ordinairement, qu'elle

(†) Mr. Euler a donné dans les Mém. de l'Académie de St. Pétersbourg, *tome* 8. *page* 48. *& fuiv.* (qui n'a paru qu'en 1742) une formule où il fait $d\,P = \frac{arc\ 2\ ZPS \times 8\ d\,PS}{180}$ $\left(\frac{Co\text{-}t.\ ZP}{S.\ ZPS} - \frac{Co\text{-}t.\ PS}{T.\ ZPS}\right)$. Il prétend qu'elle eft beaucoup plus fimple que celle de Mr. de la Hire; on peut la calculer en cette manière qui eft un peu plus commode que celle qu'il a apportée pour exemple.

1. Réduifez en degrés le demi-intervalle de tems entre deux obfervations correfpondantes, ajoutez le logarithme de cet arc en degrés & minutes au logarithme des fecondes du mouvement en déclinaifon pendant le demi-intervalle, & de la fomme de ces logarithmes ôtez le logarithme conftant 2. 82930, le refte fera un logarithme A.

2. Du logarithme de la tangente de la hauteur du Pole, ôtez celui du finus du demi-intervalle, & cherchez en décimales la valeur du refte.

3. Du logarithme de la tangente de la déclinaifon du Soleil, ôtez celui de la tangente du demi-intervalle, & cherchez en décimales la valeur du refte.

4. Otez le fécond refte du prémier, & ajoutez le logarithme de la différence au logarithme A, le refte fera le logarithme des tierces de l'Equation cherchée, & réduite en tems.

qu'elle eſt la même lorſque le Soleil eſt dans le même parallèle, ce qui ſeroit vrai ſi l'Apogée étoit dans le Colûre des Solſtices, & quoique la plus grande différence monte à peine à ½ de ſeconde de tems, elle ne laiſſe pas d'empêcher que ces Tables ne ſoient parfaitement exactes, ce qui ne coute qu'un peu plus de peine au calculateur, & contente tout le monde. La vraie forme qu'on leur doit donner, eſt de mettre dans la colonne verticale à gauche les ſignes & les degrés de la longitude vraie du Soleil, & dans la colonne horiſontale ſupérieure les intervalles des tems comme à l'ordinaire.

Une autre forme qui n'eſt pas ſi ſcrupuleuſement exacte, mais dont l'erreur ne peut monter à ½ de ſeconde, eſt de mettre dans la colonne verticale, au lieu de la longitude du Soleil, tous les degrés de ſa hauteur apparente depuis 8 degrés juſqu'à 56; elle a cet avantage ſur la précédente, qu'il n'eſt pas néceſſaire d'avoir en main des Tables pour connoître le vrai lieu du Soleil. Je compte inſérer ces Tables dans l'introduction aux nouvelles Ephémérides pour dix années, que je fais imprimer actuellement.

* Pag. 244. in 4. *II. EXEMPLE. *Trouver la manière de réduire les diſtances apparentes des Etoiles à la Lune, à leurs diſtances véritables, & réciproquement.*

Il y a deux choſes qui empêchent d'obſerver immédiatement les arcs de diſtance vraie des Etoiles à la Lune, ſavoir, la Réfraction qui raprochant du Zénith tous les objets céleſtes, paroit les rapprocher les uns des autres,

tres, & par conſéquent diminuer leurs diſtances; & la Parallaxe de la Lune qui par un effet contraire rapprochant cet Aſtre de l'horiſon, le fait voir plus écarté des Etoiles qu'il n'eſt réellement lorſqu'elles ſont plus élevées que la Lune, & le fait paroitre plus proche des Etoiles lorſqu'elles ſont plus baſſes, ou à la même hauteur que la Lune.

Soient deux Etoiles E, S, placées ſur les verticaux ZH, ZR. Soient EL, SL leurs diſtances apparentes à la Lune L, placée ſur le vertical ZK. Soit pris ſur ce vertical l'arc L*l* égal à la Parallaxe de la Lune moins la Réfraction, qui conviennent à la hauteur apparente LK ſur l'horiſon HKR, les arcs E*l*, S*l* ſeront les vraies diſtances de la Lune aux lieux apparens des Etoiles; conſidérant donc d'abord que le Triangle ZEL a le côté EZ & l'angle EZL conſtans, parce que la Réfraction ni la Parallaxe n'altèrent point les azimuths, je cherche la différence que L*l* produit ſur l'arc E*l*, & je trouve par la prémière formule, que *d*ZL : *d*E*l* :: *Rayon : Co-ſinus* ZLE. D'où il ſuit que cette différence dépend de l'angle à la Lune compris entre le vertical ZK & l'arc de diſtance LE, & qu'il faut employer la méthode ſuivante. Fig. 3.

Il faut 1. obſerver la hauteur apparente de la Lune & des Etoiles dans le même inſtant où on obſerve leurs diſtances, ou la déduire des obſervations faites immédiatement avant & après, ou enfin du calcul.

2. Il faut tirer des Tables Aſtronomiques la Parallaxe de la Lune qui convient à ſa hau-

hauteur apparente LK; on la trouvera calculée de deux jours en deux jours dans mes Ephémérides.

* Pag. 245. in 4. *3. Il faut calculer l'angle ZLE à la Lune entre le Zénith & le lieu apparent des Etoiles, ce qui est facile, parce qu'on connoit par observation les trois côtés LE, distance observée de la Lune à l'Etoile, EZ, distance de l'Etoile au Zénith, LZ, distance apparente de la Lune au Zénith; ensuite on fera cette analogie:

Comme le rayon
Au co-sinus de l'angle ZLE;
Ainsi la Parallaxe moins la Réfraction
A la différence entre la distance apparente de l'Etoile à la Lune, & la distance vraie de la Lune au lieu apparent de l'Etoile.

Il est clair qu'il faut faire la même opération pour réduire la distance apparente SL à la distance vraie S*l*, & que cette différence ainsi trouvée, est soustractive dans le prémier cas, parce que l'Etoile E est plus haute que la Lune, & additive dans le second, parce que l'Etoile S est plus proche de l'horison.

Ces distances ainsi corrigées ne sont pas encore les vraies, parce qu'on n'a pu avoir égard à l'effet de la réfraction des Etoiles S, E; pour cela il faut prendre sur le vertical ZH, par exemple, l'arc E*e* égal à la réfraction qui convient à la hauteur EH, & ayant mené *el*, qui est la vraie distance cherchée, il faut calculer sa différence avec EL, par la même formule que la précédente; c'est pourquoi

quoi ayant trouvé l'angle LEZ entre l'arc EZ du vertical, & l'arc EL de la distance à la Lune, il faut faire cette analogie:

Comme le rayon
Au co-sinus de l'angle LEZ;
Ainsi la Réfraction de l'Etoile E
A la différence entre El *&* el.

C'est ainsi qu'il faut réduire toutes les observations de Tycho, d'Hévélius & de Flamsteed, qui ont été faites avec des Sextants, & qui sont publiées dans leurs Histoires Célestes.

*III EXEMPLE. *Trouver le mouvement des Etoiles, causé par la précession des Equinoxes.* * Pag. 246. in 4.

Le mouvement apparent & uniforme que la précession des Equinoxes fait appercevoir dans les Etoiles, ne se faisant qu'en longitude, fait varier inégalement leurs ascensions droites & leurs déclinaisons. On a soin de marquer dans les Catalogues ces variations, qui se trouvent ordinairement en calculant l'ascension droite & la déclinaison de chaque Etoile, tant pour la longitude & la latitude de l'époque, que pour un degré de plus en longitude. Voici par nos formules la voie directe de les calculer.

Dans le Triangle P *p* E où P est le pole de l'Equateur, *p* celui de l'Ecliptique, E le lieu d'une Etoile, dont la longitude prise depuis le colure des Solstices, est mesurée par le complément de l'angle E*p*P, cet angle étant variable de 50″ par an, tandis que *p*P & E*p* sont constans, on trouvera la différentielle de l'angle Fig. 4.

gle

gle pPE de l'ascension droite par la 13 formule,

$dp : dP :: S.PE \times R : S.pE \times Co\text{-}f.E :: S.p \times R : S.P \times Co\text{-}f.E :: S.PE \times T.E : S.P \times S.Pp.$

& la différentielle de la déclinaison par la 15 analogie,

$dp : dPE :: R \times R : S\,pE \times S.E :: R \times R : S.Pp \times S.P.$

D'où il suit que pour faire ces calculs, ou tout au moins celui de la prémière formule, il faut d'abord chercher l'angle pEP à l'Etoile entre les cercles de latitude & de déclinaison, & faire les analogies suivantes:

Comme le produit du rayon par le co-sinus de la déclinaison de l'Etoile,
Au produit du co-sinus de sa latitude par le co-sinus de l'angle à l'Etoile;

Ou bien,

Comme le produit du rayon par le sinus de la longitude prise depuis le colure des Solstices,
* *Au produit du sinus de l'ascension droite prise de même, par le co-sinus de l'angle à l'Etoile;*

* Pag. 147. in 4.

Ou enfin, si on ne connoît que l'ascension droite & la déclinaison de l'Etoile:

Comme le produit du co-sinus de la déclinaison par la tangente de l'angle à l'Etoile,
Au produit du sinus de l'ascension droite, prise depuis le colure des Solstices, par le sinus de l'obliquité de l'Ecliptique;

Ainsi

Ainsi la précession des Equinoxes,
Au mouvement de l'Etoile en ascension droite.

Il est clair que quand l'Etoile sera dans l'Ecliptique ou dans les colures, cette analogie deviendra beaucoup plus simple.

Comme le quarré du rayon
Au produit du co-sinus de la latitude de l'Etoile par le sinus de l'angle à l'Etoile;

Ou bien, ce qui est plus commode:

Comme le quarré du rayon
Au produit du sinus de l'obliquité de l'Ecliptique par le sinus de l'ascension droite prise depuis le colure des Solstices;
Ainsi la précession des Equinoxes,
Au mouvement de l'Etoile en déclinaison.

Par ce dernier mouvement l'Etoile étant dans le Capricorne, le Verseau, les Poissons, le Bélier, le Taureau & les Gémeaux, augmente sa déclinaison Boréale, & diminue sa déclinaison Australe; au contraire, dans les autres Signes elle diminue sa déclinaison Boréale, & augmente sa déclinaison Australe.

Je dois faire remarquer ici, 1. que si j'avois suivi seulement les règles de Mr. Cotes, il m'auroit fallu employer l'angle à l'Etoile dans cette seconde analogie, ce qui est un calcul de plus à faire. 2. Que si on suppose l'obliquité moyenne de l'Ecliptique de 23° 28′ 40″, & la précession * des Equinoxes de 50″ 0‴ par an, on aura un logarithme constant 3.077433, auquel il ne faudra qu'ajouter le logarithme

* Pag. 248. in 4.

du ſinus de l'aſcenſion droite de l'Etoile priſe depuis les Solſtices, & la ſomme (en ayant ôté le rayon) ſera le logarithme des ſecondes & tierces du mouvement annuel en déclinaiſon.

Cette règle nous apprend trois choſes: 1. que ce mouvement eſt toujours le même dans le même cercle de déclinaiſon, ou que toute Etoile qui a même aſcenſion droite, a le même mouvement en déclinaiſon; 2. que le plus grand effet de la préceſſion des Equinoxes ſur la déclinaiſon des Etoiles, eſt toujours ſur le colure des Equinoxes; 3. qu'il ne peut ſurpaſſer 19″ 55‴, par an †.

IV. EXEMPLE. *Calculer l'effet de la variation de l'obliquité de l'Ecliptique ſur les aſcenſions droites & les déclinaiſons, les longitudes & les latitudes.*

Preſque tous les Aſtronomes, depuis 1680 juſque vers 1730, ont ſuppoſé l'obliquité de l'Ecliptique conſtane de 23° 29′ 0″, & en conſéquence ils ont publié leurs obſervations, & les longitudes & latitudes des Aſtres, calculées d'après cette hypothèſe; mais depuis qu'on y a trouvé une variation inconteſtable, il eſt certain que tous ces calculs ont beſoin d'une correction, ſoit qu'on ſuppoſe que

† C'eſt ſur ce principe que j'ai conſtruit en une demi-page une Table du mouvement des Etoiles en déclinaiſon, cauſé par la préceſſion des Equinoxes, & cette Table eſt beaucoup plus exacte, plus commode, & dans un certain ſens beaucoup plus ample que celles que Mr. Sharp s'eſt donné la peine de calculer indirectement de 5 en 5 degrés de longitude & de latitude, & qui occupent quatre pages in-folio dans le 3. tome de l'Hiſtoire Céleſte de Mr. Flamſtéed: cet Aſtronome ne ſavoit pas que ce mouvement dépend uniquement de l'aſcenſion droite.

que cette obliquité ne faſſe que diminuer, ſoit qu'on lui donne une variation dépendante de la poſition du nœud de la Lune, ou autrement. Connoiſſant donc la différence entre la vraie obliquité au tems de l'obſervation & l'obliquité ſuppoſée dans le calcul, on trouvera la correction de cette manière. Dans le même Triangle PpE, le côté PE & l'angle EPp * étant conſtans, parce que l'obſervation des aſcenſions droites & des déclinaiſons eſt indépendante de l'obliquité de l'Ecliptique, on aura par la ſeconde formule: Fig. 4.

* Pag. 249. in 4.

Comme la co-tangente de la latitude de l'Aſtre,
Au ſinus de ſa longitude priſe depuis le colure des Solſtices;
Ainſi la différence d'obliquité de l'Ecliptique,
A la différence des longitudes.

L'obliquité vraie étant plus petite que la ſuppoſée, il faut ôter cette différence de la longitude calculée, l'Aſtre étant dans le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, la Balance, le Scorpion & le Sagittaire, & l'ajouter dans les autres Signes; il faut faire le contraire, ſi l'obliquité vraie eſt plus grande que la ſuppoſée.

Et par la prémière formule on aura:

Comme le rayon
Au co-ſinus de la longitude de l'Aſtre, priſe depuis le colure des Solſtices;
Ainſi la différence d'obliquité,
A la différence de latitude.

Cette différence eſt additive, lorſque l'obli-

liquité ſuppoſée eſt plus grande que la vraie, & que l'Aſtre eſt dans le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecreviſſe, le Lion & la Vierge, avec une latitude Boréale, ou dans les autres Signes, avec une latitude Auſtrale; & elle eſt ſouſtractive dans la même hypothèſe, lorſque l'Aſtre eſt dans le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecreviſſe, le Lion & la Vierge, avec une latitude Auſtrale, ou dans les autres Signes, avec une latitude Boréale. Ce ſera tout le contraire ſi l'obliquité ſuppoſée eſt plus petite que la véritable.

Ces deux analogies ſont extrêmement commodes, en ce qu'elles n'exigent d'autres données que la longitude même & la latitude de l'Aſtre; ce qui fait qu'on pourra aiſément corriger toutes les longitudes & les latitudes qui * ont été publiées, & dont on a ſupprimé les obſervations des aſcenſions droites & des déclinaiſons.

*Pag. 250. in 4.

Il eſt clair que par les mêmes formules on peut calculer l'effet de cette variation ſur l'aſcenſion droite & ſur la déclinaiſon d'un Aſtre, calculées d'après ſa longitude & ſa latitude qui auroit été connue indépendamment, & qu'il ne faut que ſubſtituer les termes de longitude & de latitude, à ceux d'aſcenſion droite & de déclinaiſon.

Ces analogies peuvent encore ſervir pour calculer les différences qu'il y a entre les aſcenſions droites & les déclinaiſons, les longitudes & les latitudes, dont on a inſéré des Tables fort amples dans la dernière édition de l'Hiſtoire Céleſte de Mr. Flamſtéed, & qui ont été conſtruites en ſuppoſant l'obliquité

té de l'Ecliptique de 23° 29′, & celles qu'on doit trouver en la ſuppoſant plus petite ou plus grande d'une quantité donnée.

Un autre uſage très conſidérable, & qui a quelque rapport au Calcul Intégral, eſt de trouver les élémens mêmes des Equations ou des angles & des arcs ſphériques, par le moyen des différences données ou obſervées, je vais éclaircir ceci par quelques exemples.

Puiſque l'Equation des hauteurs correſpondantes dépend de l'angle au Soleil entre le vertical & le cercle de déclinaiſon, ſi j'obſerve combien de tems le Soleil emploie à monter ou à deſcendre d'une certaine quantité, comme de 40 ou 50′, ou ſeulement d'une quantité égale à ſon diamètre, alors dans Fig. 2. le Triangle ZPS, les côtés ZP & PS étant conſtans, & les différentielles de ZS & de P étant connues, on trouvera, en renverſant la 15 analogie, la valeur de l'angle ZSP avec une préciſion plus que ſuffiſante; on dira:

Comme le tems (réduit en degrés, que le Soleil a employé à monter ou à deſcendre de 40 ou 50′, ou de ſon diamètre) *multiplié par le ſinus de complément de ſa déclinaiſon,*

Eſt au quarré du rayon;

* *Ainſi ces 40 ou 50′, ou bien le diamètre du Soleil,* * Pag. 231. in 4.

Au ſinus de l'angle du vertical & du cercle de déclinaiſon.

Il faudra faire enſuite comme ci-deſſus:

Comme le ſinus de complément de la déclinaiſon du Soleil
A la tangente de complément de cet angle;
Ainſi le mouvement en déclinaiſon
A la différence de diſtance au Méridien.

Cette méthode eſt univerſelle & fort commode, en ce qu'elle ne ſuppoſe preſque rien de donné, c'eſt-à-dire, ni la hauteur du Pole, ni la diſtance du Soleil au Méridien à l'heure de l'obſervation, ni même la hauteur du Soleil, élémens néceſſaires pour calculer cette Equation dans toutes les autres méthodes.

J'ai vérifié ſa préciſion par un très grand nombre d'obſervations faites en différens endroits du Royaume, & calculées en deux manières, & j'ai trouvé à peine une demi-ſeconde de différence, ce qui vient de ce que la diſtance du Soleil au Pole n'étant jamais plus petite que de 66 degrés $\frac{1}{2}$, l'arc PS eſt toujours approchant de 90 degrés, condition néceſſaire pour la préciſion de la prémière de ces deux analogies, ainſi qu'il eſt marqué dans les formules.

Lorſqu'on compare une Comète ou un autre Aſtre à quelque petite Etoile voiſine inconnue, & dont on n'a ni le tems ni la commodité de déterminer la poſition, il ne ſuffit pas de prendre des alignemens à des Etoiles voiſines, à moins qu'elles n'en ſoient fort proches; car il arrive ſouvent (quand on eſt obligé de remettre à une autre ſaiſon la détermination du lieu de l'Etoile) qu'à cauſe qu'elles changent

gent de position par rapport au vertical auquel on les rapporte naturellement, on est dans la suite incertain si on ne confond pas une Etoile avec une autre. Pour prévenir cet inconvénient, si on a un Quart-de-cercle en main, & une Horloge bien réglée au tems vrai, il faut prendre deux hauteurs de cette Etoile, qui ne different entre elles que de 40 à 50', * & marquer les instans auxquels ces hauteurs auront été prises; on fera ensuite le calcul suivant par la même formule:

* Pag. 252. in 4.

Comme le produit de l'intervalle du tems (écoulé entre les deux hauteurs, & réduit en degrés) *par le co-sinus de la hauteur du Pole du lieu,*

Est au quarré du rayon;

Ainsi la différence des hauteurs observées,

Est au sinus de l'azimuth de l'Etoile pour l'instant moyen entre ceux des observations des hauteurs.

On aura donc l'azimuth de l'Etoile & sa hauteur à un instant donné, ce qui servira à trouver à très peu près son ascension droite & sa déclinaison, comme savent les Astronomes.

Enfin, pour ne me pas étendre davantage sur des choses trop aisées, il est clair que par ces formules on peut trouver non seulement les *maximum* & les *minimum* des Equations ou des erreurs, comme je l'ai fait voir dans les exemples que j'ai rapportés, mais même les cas où ces Equations sont aux plus grandes ou aux plus petites dans un rapport donné.

Je suppose, par exemple, qu'on veuille savoir

voir dans quel degré d'ascension droite le mouvement des Etoiles en déclinaison, causé par la précession des Equinoxes, est à cette précession en longitude dans le rapport de 1 à q; il est clair d'abord que puisque le plus grand mouvement annuel en déclinaison est de 19″ 55‴, la valeur de q ne doit pas surpasser $2\frac{1}{2}$, afin que le problême soit possible. Substituant donc q & 1 à dp & à dPE dans la 15 formule, on aura $R \times R : S.\,Pp \times S.\,P :: q : 1$. Donc $S.\,P = \frac{R \times R}{q \times S.\,Pp}$; ainsi si on veut savoir à quel degré d'ascension droite le mouvement annuel en déclinaison est de 12″, il faut ôter le logarithme de 12″ de celui de 50″, restent 0.61979, qui expriment le rapport donné, ajouter ce reste au logarithme 9.60031 du sinus de l'obliquité moyenne de l'Ecliptique, * & ôter la somme 10.22010 de 20.00000, double du logarithme du rayon, le reste 9.77990 est le logarithme du sinus de 37° 3′, distance prise sur l'Equateur depuis le Cercle de déclinaison de l'Etoile jusqu'au plus proche colure des Solstices; ce qui fait voir que toute Etoile qui a 52° 57′, 127° 3′, 232° 57′, 307° 3′ d'ascension droite, a 12″ de mouvement annuel en déclinaison.

* Pag. 253. in 4

Je suppose que pour déterminer immédiatement les Réfractions en observant les hauteurs apparentes d'une Etoile dont la déclinaison soit connue, je veuille savoir dans quel cas l'erreur de 2″ de tems, par exemple, n'en cause que 7″ $\frac{1}{2}$ de degré sur la hauteur calculée d'après l'observation; par un même raisonnement je trouverai qu'il faut que cette Etoi-

Etoile ait 22° 19′ d'azimuth, quelle que ſoit ſa hauteur ou ſa déclinaiſon.

Ou bien ſi je veux ſavoir de quelle Etoile il faudroit ſe ſervir, afin que l'erreur de 2″ de tems n'en cauſât qu'une de 10″ de degré dans la Réfraction pour une hauteur donnée, comme de 18 degrés, je trouve par un calcul à peu-près ſemblable, que cette Etoile doit avoir 48° 43′ de déclinaiſon, telle qu'eſt à peu-près celle de la Claire de Perſée.

A l'égard de la préciſion des calculs faits ſur ces analogies, il eſt clair qu'elle ſera d'autant plus grande que les différences approcheront plus de l'infiniment petit. C'eſt pourquoi il ſeroit peut-être bon d'ajouter à chacune une formule qui donnât les limites des erreurs réſultantes de chaque ſuppoſition, qui déterminât, par exemple, quelle doit être la grandeur de la différientielle A B, pour avoir la différentielle BC à une ſeconde près; mais ces formules ſeroient trop compliquées pour en faire facilement l'application, c'eſt pourquoi à leur place je marquerai tous les cas extrêmes, c'eſt-à-dire, ceux où les différentielles feront dans une proportion exacte, & où par conſéquent un prolongement d'un côté ou un aggrandiſſement quelconque d'un angle donnera, par l'analogie de la formule, la différence préciſe qu'il aura cauſée ſur les autres côtés ou angles du Triangle, & les * cas où une différentielle quelconque donnera avec le moins d'exactitude la variation qu'elle aura cauſée. Voici comment j'ai déterminé tout cela.

* Pag. 251. in 4.

Soit, pour la prémière analogie, le Triangle Fig. 5.

gle ABC, dans lequel le prolongement BD du côté AB, cause dans le côté BC une variation qu'on cherche.

1. Il est évident que si BC est un arc de 90°, l'arc perpendiculaire B*e* coupera CD, desorte que C*e* sera aussi de 90°, & que *e*D sera exactement la variation demandée, quelque grand que soit BD; & qu'enfin dans le Triangle rectangle B*e*D, on aura cette analogie exacte, le rayon est au sinus du prolongement BD, comme le sinus de DB*e*, complément de l'angle ABC, est au sinus de la variation D*e*.

D'où on conclud que dans la 1. formule, quelque finie ou quelque grande que soit la variation de AB, elle donnera exactement celle de BC, lorsque cet arc sera de 90°, quel que soit l'angle ABC.

2. Mais si l'arc BC étant moindre que de 90°, l'angle ABC est droit, cette 1. formule fait voir que BC est constant, quoique cela ne soit vrai que lorsque BD est réellement infiniment petit; car si BD est une quantité sensible, il est clair qu'ayant mené l'arc CD, & pris dessus C*e* = CB, cette quantité differera sensiblement de CD, & que la différence D*e* sera à la différence BD, comme le sinus de l'angle DB*e* au sinus de l'angle B*e*D, c'est-à-dire, comme le co-sinus de l'angle sur la base d'un Triangle isoscèle BC*e*, (dont les côtés égaux sont CB, C*e*, & dont l'angle au sommet est égal à la variation de l'angle ACB, causé par le prolongement BD, & trouvée par la 5 formule) est à son sinus; ou, ce qui revient au même, la différentiel-

le

le de A B est à la différentielle de B C, comme la tangente de l'angle sur la base de ce Triangle isoscèle, est au rayon. Or l'angle sur la base d'un Triangle isoscèle sphérique, dont l'angle au sommet est constant, est d'autant plus petit que les côtés égaux de ce Triangle sont petits ; donc dans la 1. formule l'angle A B C étant droit, la différence de B C *sera d'autant plus grande, que B C sera un plus petit arc.

* Fig. 255. in 4.

3. Si le côté B C & l'angle A B C sont moindres que de 90°, alors la variation trouvée par la 1. formule sera D E, qui est la partie d'un arc D P, menée du pole P de l'extrémité B de l'arc B C, & déterminée par l'arc perpendiculaire B E, dont le pole est aussi en P, au-lieu que la véritable variation est D *e*, partie de l'arc C D, déterminée par l'arc du grand Cercle B *e* qui forme le Triangle isoscèle C B *e*. La variation trouvée est donc plus petite que la véritable, dans le rapport de D E à D *e*. Or il est très difficile de déterminer ce rapport en termes simples, parce que dans le changement du Triangle B E D au Triangle B *e* D, il n'y a de constant que B D. Fig. 5.

Cependant si à cause que D P est fort proche de D C, on suppose que la différence entre D E & D *e* soit *e d*, & que le Triangle D *de* soit rectangle en *d*, alors la seconde différence *e d* croîtra comme le sinus de l'angle *e* B *d* par rapport à B *e* pris pour rayon, c'est-à-dire, elle croîtra en même raison que le co-sinus de l'angle sur la base B *e* du Triangle isoscèle C B *e*, comme je viens de le faire

Q 6 voir,

voir. Or le complément d'un angle ſur la baſe d'un Triangle iſoſcèle eſt d'autant plus grand, que les côtés de ce Triangle ſont plus petits, l'angle au ſommet étant conſtant; donc dans la 1. formule le côté B C & l'angle ABC étant plus petits que de 90°, l'erreur de la variation de B C eſt d'autant plus grande que le côté B C eſt un plus petit arc, & que l'angle ABC approche plus d'être droit.

Voici donc ce qu'il faut faire pour conſtruire une Table. Il faut chercher la plus grande Equation par les formules différentielles, calculer enſuite cette Equation par la Trigonométrie, & comparer les deux réſultats pour en avoir la différence, qu'on pourra négliger ſi elle eſt inſenſible, & qui montrera qu'il faut ſuivre les voies indirectes ordinaires ſi elle eſt conſidérable.

Par exemple, voulant calculer la Table des Equations des hauteurs correſpondantes, je trouve que le plus promt * mouvement du Soleil en déclinaiſon eſt lorſqu'il eſt dans l'Equinoxe du Printems, & qu'alors le plus grand angle du vertical & du cercle de déclinaiſon eſt dans le cercle de ſix heures. Suivant les Tables du Soleil, ſon mouvement en déclinaiſon depuis midi juſqu'à ſix heures du ſoir, eſt de 5′ 55″ 29‴, & l'angle du vertical & du cercle de déclinaiſon eſt à Paris de 41° 9′; j'en conclus par la 16.me formule, que l'Equation eſt de 27″ 7‴. Pour le vérifier, je réſous un Triangle ſphérique dont les trois côtés ſont la diſtance du Pole au Zénith 41° 9′ 0″, la diſtance du Soleil au Zénith 90° 0′ 0″, & la diſtance du Soleil au Pole 90° 5′ 55″

* Pag. 256. in 4.

55″ 29‴, & je trouve l'angle au Pole de 89° 53′ 13″ 10‴; d'où je tire l'Equation de 27″ 7‴⅓, précisément comme par l'autre manière.

FORMULES.

L'Angle A & son côté adjacent AC étant constans.

I. *d*AB : *d*BC : : *R* : *Co-s.* B : : *T.* B : *S.* B.

Remarques. L'arc BC étant de 90 degrés, l'analogie est toujours exacte, quelque grandes que soient les différentielles de AB & de BC, pourvu qu'alors on fasse *S. d* AB : *S. d* BC : : *R* : *Co-s.* B.

Plus l'arc BC sera petit & l'angle ABC approchant du droit, moins l'analogie sera exacte.

Mais quand B sera droit, on aura exactement *R* : *Co-s.* BC : : *Co-s. d* AB : : *Co-s.* CD.

Si le Triangle est rectangle en A, on pourra ainsi représenter la formule *d* AB : *d* BC : : *R* : *Co-s.* B : : *Co-t.* AB : *Co-t.* BC : : *T.* BC : *T.* AB.

II. *d*AB : *d*B : : *T.* BC : *S.* B : : *T.* BC × *S.* BC : *S.* AC × *S.* A.

Rem. Plus l'angle B sera petit & l'arc BC approchant du droit, moins l'analogie sera exacte.

III. *d*AB : *d*C : : *S.* BC : *S.* B : : *S.* ²BC : *S.* A × *S.* AC : : *S.* A × *S.* AC : *S.* ²B.

Rem. Cette formule ne sera exacte que dans les mêmes circonstances de la prémière.

Quand l'angle B sera droit, on aura exactement *R* : *S.* BC : : *Co-t. d* AB : *Co-t. d* C quelque grandes que soient les différentielles.

* Pag. 257. in 4. *IV. $dBC : dB :: T.BC : T.B :: Co\text{-}t.B : Co\text{-}t.BC$.

Rem. Cette formule sera toujours assez exacte, excepté dans le cas où B approchera d'être droit ; & lorsqu'il le sera, pour avoir un rapport exact, il faudra faire $S.(BC + dBC) : S.BC :: R : S.(B + dB)$.

V. $dBC : dC :: S.BC : T.B :: S.A \times S.AC : T.B \times S.B$.

Rem. Cette formule ne sera exacte que dans les conditions de la prémière, parce que son rapport en est composé.

Quand BC sera de 90 degrés, on aura exactement $T.dBC : S.dC :: R : Co\text{-}t.B$, quelque grandes que soient les différentielles BC ou C, & quelque soit l'angle B.

VI. $dB : dC :: Co\text{-}f.BC : R :: S.BC : T.BC$.

Rem. L'angle B étant de 90 degrés, l'analogie est exacte, quelque grande que soit dC, pourvu qu'on fasse $S.dB : S.dC :: Co\text{-}f.BC : R$.

Plus l'angle B sera petit & l'arc BC approchant du droit, moins le rapport sera exact.

L'angle A étant droit, la formule peut être exprimée de la sorte, $dB : dC :: Co\text{-}f.BC : R :: Co\text{-}t.C : Tang.B :: Co\text{-}t.B : T.C$.

L'Angle A & son côté opposé BC étant constans.

VII. $dAB : dAC :: Co\text{-}f.C : Co\text{-}f.B :: Co\text{-}f.AB \times S.AB - Co\text{-}f.AC \times Co\text{-}f.BC \times S.AB : Co\text{-}f.AC \times S.AC - Co\text{-}f.AB \times Co\text{-}f.BC \times S.AC$.

Rem. Cette formule sera d'autant plus exacte que

que BC sera plus grand ; que les angles B, C, seront d'autant plus éloignés d'être droits que BC sera plus petit, à moins que AB n'approche fort d'être égal à AC.

VIII. *d* AB : *d* B :: *R* × *S*. AB : *T*. C × *Co-ſ*. AC :: *T*. AC × *Co-ſ*. C : *R* × *S*. B :: *T*. AC × *Co-ſ*. BC — *S*. AC × *Co-ſ*. AB : *S*. B × *S*. AC × *S*. AB :: *T*. AC × *S*. AB : *T*. C × *S*. AC.

Rem. Cette formule eſt d'autant moins exacte que la différentielle eſt plus grande, à cauſe de la complication des termes.

IX. *d* AB : *d* C :: *T*. AB : *T*. C :: *Co-t*. C : *Co-t*. AB.

Rem. Plus AB & C approcheront de 90 degrés, plus il faudra que BC en approche, afin que la formule ſoit exacte.

*Quand B ſera de 90 degrés, on aura exactement *Co-t*. *d* AB : *Co-t*. *d* C :: *R* : *S*. CB. * Pag. 258. in 4°.

Si le Triangle eſt rectangle en A, la formule deviendra *d* AB : *d* C :: *S*. AC : *R*.

X. *d* AC : *d* B :: *T*. AC : *T*. B :: *Co-t*. B : *Co-t*. AC.

Rem. Plus AC & B approcheront de 90 degrés, moins la formule ſera exacte, à moins que AB n'approche auſſi de 90 degrés.

Quand C ſera de 90 degrés on aura exactement *Co-t*. *d* AC : *Co-t*. *d* B :: *R* : *S*. AB.

Le Triangle étant rectangle en A, la formule devient *d* AC : *d* B :: *S*. AB : *R*.

XI. *d* AC : *d* C :: *R* × *S*. AC : *T*. B × *Co-ſ*. AB :: *T*. AB × *Co-ſ*. B : *R* × *S*. C.

Rem. La compoſition de ces termes ne rend les diffé-

différentielles exactes qu'autant qu'elles sont petites.

XII. $dB : dC :: Co\text{-}s.\ AC : Co\text{-}s.\ AB :: Co\text{-}s.\ B \times T.\ AB \times S.\ BC + Co\text{-}s.\ BC : R.$

Rem. Cette formule sera d'autant plus exacte que B sera plus grand ; que les côtés BC & AB seront d'autant plus éloignés de 90 degrés que B sera plus petit, à moins que B n'approche fort d'être égal à C.

Les deux côtés AB, AC, étant constans.

XIII. $dA : dB :: S.\ BC \times R : S.\ AC \times Co\text{-}s.\ C :: R \times S.\ A : S.\ B \times Co\text{-}s.\ C :: S.\ BC \times T.\ C : S.\ AC \times S.\ C :: T.\ C \times S.\ A : S.\ B \times S.\ C :: S.\ BC \times T.\ C : S.\ B \times S.\ AB :: S.\ BC \times Sec.\ C : S.\ AC \times R :: S.\ 2BC : Co\text{-}s.\ AB - Co\text{-}s.\ AC \times Co\text{-}s.\ BC.$

Rem. Dans cette analogie le rapport sera d'autant plus exact que AC & BC approcheront de 90 degrés.

XIV. $dA : dC :: S.\ BC \times R : S.\ AB \times Co\text{-}s.\ B :: R \times S.\ A : S.\ C \times Co\text{-}s.\ B :: S.\ BC \times T.\ B : S.\ AB \times S.\ B :: T.\ B \times S.\ BC : S.\ AC \times S.\ C :: T.\ B$ * $\times S.\ A : S.\ C \times S.\ B :: S.\ 2BC : Co\text{-}s.\ AC - Co\text{-}s.\ AB \times Co\text{-}s.\ BC.$

*Pag. 259. in 4.

Rem. Cette analogie sera d'autant plus exacte que AB & BC approcheront plus de 90 degrés.

XV. $dA : dBC :: R \times R : S.\ AC \times S.\ C :: R \times R : S.\ AB \times S.\ B :: Co\text{-}sec.\ C : S.\ AC.$

Plus AC & BC approcheront de 90 degrés plus cette analogie sera exacte.

XVI.

XVI. $dB : dBC :: Co\text{-}t.C : S.BC :: R \times Co\text{-}s.C : S.A \times S.AB :: R \times R : T.C \times S.BC :: Co\text{-}t.C \times S.B : S.A \times S.AC :: Arc.ABC \left(\frac{Co\text{-}t.AB}{S.ABC} - \frac{Co\text{-}t.BC}{T.ABC}\right) : Arc.45^\circ 0'$.

Plus AC & BC approcheront de 90 degrés plus cette analogie sera exacte.

XVII. $dBC : dC :: T.B : T.C :: Co\text{-}t.C : Co\text{-}t.B$.

Cette analogie sera toujours assez exacte.

XVIII. $dBC : dC :: S.BC : Co\text{-}t.B :: S.A \times S.AC : Co\text{-}s.B \times R :: S.BC \times T.B : R \times R :: S.A \times S.AB : Co\text{-}t.B \times S.C :: Arc\,ACB \left(\frac{Co\text{-}t.AC}{S.ACB} - \frac{Co\text{-}t.BC}{T.ACB}\right) : Arc\,45^\circ 0'$.

Plus AB & BC approcheront de 90 degrés plus le rapport sera exact.

Deux Angles A, B, étant constans.

XIX. $dAB : dAC :: R \times S.C : S.B \times Co\text{-}s.BC :: R \times S.AB : S.AC \times Co\text{-}s.BC$.

Rem. Plus B & C approcheront de 90 degrés plus le rapport sera exact.

XX. $dAB : dBC :: R \times S.C : S.A \times Co\text{-}s.AC :: R \times S.AB : S.BC \times Co\text{-}s.AC$.

Plus A & C approcheront de 90 degrés plus le rapport sera exact.

Quand A sera droit, on aura $dAB : dBC :: S.C : Co\text{-}s.AC$.

XXI.

* Pag. 260 in 4. *XXI. dAB : dC :: $R \times R$: S.B $\times$ S.BC :: $R \times R$: S.A $\times$ S.AC :: *Co-sec*.BC : S.B :: *Co-sec*.AC : S.A.

Rem. Plus A & C approcheront de 90 degrés, plus l'analogie sera exacte.

A étant droit, on aura dAB : dC :: R : S.AC.

XXII. dAC : dBC :: T.AC : T.BC :: *Co-t*.BC : *Co-t*.AC.

Rem. Cette analogie sera toujours exacte, tant que dAC, dBC pourront être supposées des lignes droites.

Quand le Triangle sera rectangle en A, on aura dAC : dBC :: *Co-s*.C : R.

XXIII. dAC : dC :: *Co-t*.BC : S.C :: $R \times$ *Co-s*.BC : S.AB $\times$ S.A.

Plus B & C approcheront de 90 degrés plus le rapport sera exact.

XXIV. dBC : dC :: *Co-t*.AC : S.C :: $R \times$ *Co-s*.AC : S.AB $\times$ S.B.

Plus A & C approcheront de 90 degrés plus le rapport sera exact.

SUR

Fig. 2.

Z

P

S

Fig. 4.

p

P

E

Fig. 3.

d

S

s

R

Fig. 5.

P

C

A

B

e

E

d

D

*SUR DES PIERRES DE FIEL SINGULIERES.

* Pag. 261. in 4.

Par Mr. MORAND.

IL eſt très ordinaire de trouver dans la Véſicule du Fiel des concrétions bilieuſes en forme de Pierres, dont les variétés, quant au nombre, à la figure, à la couleur & au volume, ont été obſervées par les Anatomiſtes ; mais il en eſt une eſpèce qui n'a, ce me ſemble, été décrite par perſonne, & qui m'a paru mériter de l'être.

Pour établir en quoi cette eſpèce particulière diffère des autres, il faut ſe rappeller qu'en général les pierres de Fiel ſont faites d'une bile épaiſſie, durcie peu à peu, & appliquée par couches concentriques autour d'un noyau très petit qui eſt fait de la même matière, avec cette différence que ce n'eſt qu'un aſſemblage de pluſieurs grains diverſement figurés.

Ce noyau environné de bile s'incruſte inſenſiblement dans la Véſicule du Fiel, comme la plupart des Pierres urinaires dans la Veſſie, & cette compoſition eſt démontrée par la coupe de ces deux ſortes de pierres, chaque portion coupée donnant la facilité de compter les couches plus ou moins épaiſſes dont ces pierres ſont formées, de la circonférence au

au centre occupé par le noyau (*Voy. Planche* 3. *Fig.* 6.).

Les pierres urinaires ne ſont pas toutes de même, pluſieurs n'étant faites que de ſables ammoncelés irrégulierement, mais il paroit que les pierres de Fiel connues jusqu'à préſent, gardent en général cette uniformité dans leur compoſition ; celles que je vais décrire, & qui ſont l'objet de ce Mémoire, ſont différentes de l'eſpèce connue, & différentes même entre elles. Mr. Geoffroy en a fait voir une à l'Académie, & j'en ai préſenté une autre.

* Pag. 262. in 4. * Mr. Geoffroy apporta dans une de nos Aſſemblées la moitié d'une pierre de Fiel coupée en deux, & qui, à en juger par la forme du morceau, étoit ronde & un peu oblongue ; ce morceau (*Fig.* 8.) qui a onze lignes de diamètre, donne la coupe intérieure de la pierre, & l'on voit qu'elle eſt faite de deux ſubſtances différentes ; l'extérieure ou l'écorce, épaiſſe de deux lignes & demie, eſt compoſée de petits grains jaunâtres dont il y a deux couches diſtinctes, le centre ou noyau qui eſt fort petit, eſt fait de la même matière, mais entre le noyau & l'écorce eſt une autre ſubſtance d'une couleur de blanc-ſale, luiſante & arrangée par côtes poſées debout, de façon que la ſurface large ou le dos de ces côtes regarde l'écorce, & que la partie mince ou le tranchant regarde le noyau.

A l'aſpect de cette pierre je me reſſouvins qu'en faiſant l'ouverture d'un Cadavre, j'en avois trouvé une qui m'avoit ſurpris par ſon brillant, & dont toute la ſurface extérieure

avoit

avoit la même couleur que celle de Mr. Geoffroy en dedans. Je l'avois conservée entière avec soin, je fus curieux de voir si sa composition intérieure ne seroit pas la même que celle qui avoit été observée dans la substance luisante de la pierre que je viens de décrire, & je la coupai en deux.

Ma conjecture étoit juste, ma pierre (*Fig.* 7.) se trouva faite entierement de cette substance arrangée par côtes depuis la circonférence jusqu'au centre, où elle est un peu obscurcie par quelques rayons de couleur brune; sans quoi, cette pierre qui est transparente à l'écorce, le seroit presque dans toute son épaisseur: elle est ronde, un peu applatie sur deux faces, & a 9 lignes $\frac{1}{2}$ de diametre dans son grand axe.

L'observation que je donne, établit donc trois espèces de pierres de Fiel différentes par leur composition; savoir, celles qui sont faites par couches à l'ordinaire (*Fig.* 6.), celles que j'appelle faites par côtes (*Fig.* 7.), & celles qui tiennent des deux prémières, & où l'on distingue séparément des couches & des côtes (*Fig.* 8.).

*Nous reconnoissons que ces trois espèces sont du même genre, c'est-à-dire, que ces trois sortes de pierres sont toutes faites de bile, & que comme telles elles sont susceptibles des expériences connues qui en établissent le caractère principal.

* Pag. 263. in 4.

Mais si l'on veut expliquer la cause de la différence observée dans leur structure, on sera obligé de supposer que les parties qui entrent dans la composition de la bile, se décom-

composent quelquefois ; alors on en conclura assez naturellement que du différent assemblage des parties décomposées il doit résulter des concrétions différentes.

Les pierres de Fiel qui sont faites par côtes sont vraisemblablement les plus rares, & elles sont reconnoissables au brillant de leur surface, à leur transparence & à une sorte de ressemblance avec un morceau de blanc de Baleine un peu terne.

Il paroit au moins qu'on doit examiner de plus près celles qui se trouveront avoir ces marques, pour en découvrir la structure intérieure; il faut aussi observer que le luisant de ces pierres diminue peu à peu, & peut-être se perd-il tout-à-fait avec le tems.

Ces pierres ayant un caractère extérieur qui les distingue, il semble qu'elles n'ont pas dû échaper aux Anatomistes, n'y ayant rien de si commun que de trouver des pierres de Fiel.

Felix Platérus en a apperçu, mais il a dit simplement qu'il avoit trouvé dans le Corps humain & dans les Animaux des pierres de Fiel brillantes, de couleur d'argent, & d'autres de couleur d'or: *In vesicula Fellis non solùm in humano corpore, sed & in animalibus deprehendi calculos, nunc argenteo, nunc aureo colore splendentes* (†).

Si l'on saisit l'idée naturelle qui se présente, en disant que la bile peut se vitrifier, on seroit disposé à croire que ceux qui l'ont dit, ont été frappés par le luisant, ou même le transparent qu'ils ont pu appercevoir dans quelques pierres de Fiel ; mais cela ne suffit pas

(†) Observat. p. 894.

Fig. 3.

Fig. 2.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 7.

Fig. 8.



pas pour établir l'espèce singulière * que j'ai décrite, & il me semble que l'analogie de la vitrification avec la formation de ces pierres n'est pas soutenable. *Pag. 264. in 4.

Si je n'entreprens point de l'expliquer, j'espère au moins que mon observation engagera les Anatomistes à couper toutes les pierres de Fiel qu'ils rencontreront, la plupart se contentant ordinairement de les garder entières comme des curiosités d'Histoire Naturelle.

Il y a même un grand nombre de variétés dans les pierres de l'espèce commune, ou à noyau, qui n'ont pas éte remarquées, & que je rassemble actuellement.

* *EXTRAIT DES OBSERVATIONS* * Pag. 265. in 4.

ET OPERATIONS

Qui ont été faites dans le Bas Languedoc, pendant les mois de Mai & Juin de l'année 1740.

Par Mr. PITOT.

DANS le Bas Languedoc, entre Beaucaire, Aigues-mortes & Maugnio, il y a environ 30 mille arpens de marais qu'une Compagnie se propose de dessécher, & de faire des Canaux de Navigation depuis Beaucaire jusqu'à Aigues-mortes, & d'Aigues-mortes aux Salins de Pécais & à l'Etang de Maugnio. 24 Mars 1741.

Le desséchement de ces marais paroit depuis

puis longtems un objet ſi conſidérable, que depuis près de 300 ans il s'eſt préſenté en différens tems & différentes époques, des Particuliers qui ont voulu l'entreprendre, mais ils ont été arrêtés par des obſtacles & des inconvéniens qu'il ſeroit trop long de rapporter ici.

La Compagnie qui ſe propoſe aujourdhui de deſſécher ces marais, trouve auſſi de grands obſtacles, tant par rapport à la ſûreté des ſalins de Pécais, où il y a actuellement un fonds de 52 millions de Sel pour les Fermes du Roi, que par rapport aux oppoſitions de l'Ordre de Malthe & d'un grand nombre de Seigneurs, de Villes & Communautés voiſines de ces marais: cette affaire étant très importante & très conſidérable dans le Languedoc, il fut arrêté par une délibération des Etats de cette Province, du 12 Janvier 1740, qu'il ſeroit fait une vérification, tant ſur la poſſibilité dudit deſſéchement & des Canaux de Navigation propoſés, que ſur les riſques pour les ſalins de Pécais, les oppoſitions & les craintes des Communuautés, &c.

En conſéquence de cette délibération, Mr.
* Pag. 266. in 4. l'Archevêque de * Narbonne, comme Préſident-né des Etats de Languedoc, ayant bien voulu jetter les yeux ſur moi, & me demander pour aſſiſter à cette vérification, je partis de Paris le 18 Avril 1740, pour me rendre à Montpellier, & delà à Aigues-mortes.

Je ne rapporte ici que les principales remarques & obſervations que j'ai faites pendant le cours de la vérification.

Toute la côte de la Mer du Bas Languedoc, prin-

principalement du côté d'Aigues-mortes, eſt un païs plat & bas, dont une grande partie eſt encore en étang, une autre partie en marais, & le reſte en terres labourables ou terres cultes, très baſſes, & par cette raiſon fort ſujettes aux inondations. A la prémière inſpection de ce païs, il m'a paru que ces terres labourables & ces marais n'ont été formés que par les dépôts des ſables, des limons & crémens des rivières du Rhône, du Viſtre, du Vidourle, &c. Les dépôts preſque continuels de ces rivières ont comblé & reculé les bords de la Mer. Tout le monde ſait que le Roi St. Louis s'embarqua à Aigues-mortes pour la Terre-Sainte, l'an 1269; ce qui a fait penſer que depuis ce tems la Mer s'étoit retirée & avoit baiſſé. Mais il eſt aiſé de reconnoître & de voir évidemment que les ſables & les limons entraînés par les rivières ont formé une nouvelle plage, diſtante de celle du tems de St. Louis, de 3 à 4 mille toiſes; à cette nouvelle plage les vagues & l'agitation des hautes Mers ont amoncelé les ſables & ont formé des dunes: on voit encore près d'Aigues-mortes les dunes de l'ancienne plage.

Preſque tout l'eſpace que la Mer a laiſſé entre l'ancienne & la nouvelle plage, eſt reſté d'abord en étang, tels ſont les étangs d'Aigues-mortes, de Maugnio, &c. les dépôts de ſable & de limon des rivières, dans le tems de leurs grandes eaux, diminuent continuellement ces étangs, tant en étendue qu'en profondeur: les étangs d'Aigues-mortes n'ont guère qu'environ 3 pieds de profon-

deur, & l'étang de Maugnio 3 ou 4 pieds.

Les parties comblées de ces étangs sont changées d'abord *en marais, & ces marais deviennent dans la suite des terres labourables ou des prairies. On ne trouve pas dans toutes ces terres la moindre petite pierre, ce qui est encore une preuve que ces terres ne sont que les limons & crémens des rivières.

* Pag. 267. in 4.

Il est très important d'empêcher que ces limons & crémens n'achèvent de combler & d'atterrir les étangs d'Aigues-mortes, parce que les salins de Pécais situés au milieu de ces étangs, tirent, pour ainsi dire, toute leur nourriture pour les saunaisons ou formation des Sels, des eaux de ces étangs. On les distingue en plusieurs étangs particuliers, tels sont l'étang du Repausset, celui du Repos, de la Ville, du Roi, du Commun, des Planes, des Caïtives, de la Marette, &c. Il y a encore le Rhône mort de la Ville, & le Rhône mort de Saint-Roman, qui sont comme de grands & larges Canaux; il me paroit que ces Rhônes morts sont deux anciennes embouchures & brassières du Rhône, qu'on a nommées *Rhônes morts*, parce que le Rhône a autrefois cessé de couler par ces endroits-là, les atterrissemens ayant entierement comblé leurs issues & communications avec la Mer. En effet, la plupart des fleuves & des rivières charient presque continuellement des sables & des terres, prolongent & comblent leurs embouchures dans la Mer; leurs eaux trouvant ensuite plus de pente d'un autre côté, changent de lit & forment une nouvelle embouchure. Tous ces étangs d'Aigues-mortes ne communiquent plus

plus avec la Mer que par une ouverture de 25 toises de large, faite à la plage qu'on nomme le *Grau du Roi*, excepté les tems des plus hautes Mers, que les vents de Mer qui viennent du côté du Sud, qu'on nomme *vents marins*, soufflent avec violence; car dans ces tems orageux la Mer passe entre les dunes & en plusieurs endroits de la plage, & vient submerger, pour ainsi dire, les étangs qui sont hors des digues de l'enceinte & enclos de Pécais.

Comme la Mer Méditerranée n'a presque point de flux & reflux, on prétend que la plus grande hauteur où elle est élevée aux côtes du Bas Languedoc par les vents marins, *n'est que de 3 pieds à 3 pieds ½, ce que nous n'avons pas été à portée d'observer nous-mêmes.

* Pag. 268. in 4.

L'enclos des salins de Pécais a environ 10 mille toises de circonférence, savoir, 9 mille toises de digues & environ mille toises de dunes qui servent de remparts & de digues; les digues ont depuis 5 jusqu'à 7 pieds de hauteur,& depuis 10 jusqu'à 15 pieds de couronnement, leur talus est à peu-près égal à la hauteur.

Cet enclos renferme trois étangs, des Planes, du Roi & du Commun, avec tous les salins, excepté celui de Saint-Jean qui appartient à l'Ordre de Malthe.

Les eaux de ces étangs intérieurs servent aux saunaisons, & comme elles ne suffisent pas, l'on en tire des étangs extérieurs par des martelières, qui sont des ouvertures que l'on ouvre & ferme par des portes à coulisses.

Pour les saunaisons on fait passer une partie

des eaux des étangs ſur des partenemens ou terrein uni & applani, où elles s'évaporent en partie, s'y préparent à l'ardeur du Soleil, & lorſqu'elles y ſont devenues rougeâtres, ce qu'on appelle être en *rame*, on les élève par de petits puits à roue ſur les tables des ſalins, l'évaporation s'achève ſur ces tables, le Sel s'y congèle & s'y cryſtalliſe; on ramaſſe ce Sel pour le porter ſur les entrepôts, & le mettre, comme on dit, en *camèle*, qui ſont de grandes maſſes ou piles en forme de priſme triangulaire; on laiſſe le Sel ainſi en pile ou maſſe pendant ſix ou ſept ans avant que d'y toucher pour le tranſporter dans les Greniers du Roi. On prétend que le Sel nouveau eſt trop piquant & trop âcre, & qu'il faut le laiſſer pendant tout ce tems en maſſe, où il perd cette trop grande âcreté.

Les Entrepôts de Sel, qu'on nomme auſſi *Entrepôts de vente*, doivent être élevés d'une certaine hauteur au-deſſus des eaux des plus grandes inondations. On nous a aſſuré que ces hauteurs étoient déterminées par des Réglemens & Ordonnances du Roi, elles ſont cependant bien différentes les unes des autres. Nous en avons trouvé qui étoient élevés de 5 pieds ou environ au deſſus du niveau des eaux des *étangs, & d'autres d'environ 2 pieds & demi ſeulement.

* Pag. 269. in 4.

Dès que je vis en général la ſituation des étangs d'Aigues-mortes & de Pécais, leur communication des uns aux autres & avec la Mer, je jugeai que leurs niveaux devoient être à peu près les mêmes que le niveau ordinaire de la Mer, ce que je vérifiai par des coups

coups de niveau que je donnai de la surface de la Mer à celle des étangs, & de la surface des étangs des uns aux autres. En effet, les eaux de tous ces étangs se tiennent, pour ainsi dire, en équilibre entre elles & avec celles de la Mer.

Cet équilibre ou ce niveau est souvent interrompu par les vents de terre ou de mer, par les eaux plus ou moins abondantes que la grande robine d'Aigues-mortes amène dans ces étangs, & par leurs communications étroites aux pêcheries & aux martelières.

Les eaux de la grande robine d'Aigues-mortes viennent ordinairement en partie de la rivière du Vidourle, par le canal de la Radelle, des eaux de la rivière du Vistre, & de celles du canal du Bourgidou; c'est aussi par la grande robine que les eaux d'une partie des marais s'écoulent dans les étangs & à la Mer.

Comme il n'y a presque point de pente, les eaux de la grande robine coulent d'ordinaire fort lentement du côté de la Mer, elles sont quelquefois dormantes, & alors leur niveau est le même que le niveau de la Mer; mais lorsque la Mer est élevée par les vents marins, la grande robine coule en sens contraire, les eaux de la Mer viennent à Aigues-mortes, d'où elles vont se répandre & inonder une grande partie des marais jusqu'à environ 15 mille toises de la Mer. Il y a un repaire contre une assise du pont d'Artois à Aigues-mortes, par le moyen duquel on voit à tout moment la hauteur des eaux au-dessus du niveau ordinaire de la Mer.

Les différens marais qu'on se propose de dessécher, sont nommés marais supérieurs, marais inférieurs, marais de la Souterane, du Courtet, de Saint-Laurent, du Cailar, de Laloua, de Lunel, &c. Les marais supérieurs commencent * à environ 5 mille toises au dessous de Beaucaire, & à 22 mille toises de la Mer; leur longueur est à peu-près de 6 mille 5 cens toises, leur largeur est fort inégale depuis 5 cens jusqu'à 3 mille toises.

* Pag. 270. in 4.

Les marais inférieurs ont environ 6 mille toises de longueur, & 2 mille de largeur moyenne, la Souterane a près de 9 mille toises de long, & 7 à 8 cens de large.

C'est dans ces marais inférieurs qu'il y a de ces terres tremblantes qu'on nomme *Trantalières & Levrons*, dans lesquelles on enfonce sans peine des perches de 15 à 20 pieds de long, & où l'on dit qu'il s'enfonce quelquefois des Bœufs qui disparoissent entierement.

Ces marais ne produisent actuellement que des herbes palustres, des roseaux, des joncs, du bois tamarin & autres Plantes marécageuses; on y voit cependant quantité de Chevaux & de Bœufs qui s'y élèvent & nourrissent pendant toute l'année, Hiver & Eté. Ces animaux errent par troupes çà & là dans les marais; les Bœufs sur-tout n'entrent jamais dans des étables, ils ont presque continuellement les pieds dans l'eau, & résistent à la piqure des grosses Mouches & autres Insectes, dont la quantité est prodigieuse en Eté. Ces Bœufs sont d'une espèce particulière, noirs & sauvages; & quoiqu'il soit dangereux de les approcher, les fermiers & païsans ont cependant

dant l'adreſſe de les ramener & aſſujettir à la charrue.

Nous avons nivelé la hauteur de la ſurface des eaux de ces marais au deſſus du niveau ordinaire de la Mer, & la pente des rivières, avec un bon niveau de Mr. Huyghens. Quoique ce niveau ſoit à double lunette, pour donner en même tems les coups de niveau de l'avant & de l'arrière, nous avons préféré de ne nous ſervir que d'une ſeule lunette, en renverſant le niveau à chaque ſtation. On ne peut ſe ſervir de deux lunettes qu'avec des attentions extrêmement pénibles & délicates, au-lieu qu'avec une ſeule lunette on ne riſque rien en prenant certaines précautions. La principale de ces précautions eſt de donner les coups de niveau de l'avant & de l'arrière à *diſtances parfaitement égales, car par ce moyen on ſauve les erreurs cauſées par les réfractions, & on n'a pas beſoin de corriger & réduire le niveau apparent au vrai niveau. Il y a plus, en mettant les points de mire, de l'arrière & de l'avant à des diſtances parfaitement égales, on ſauve même l'erreur de l'inſtrument, ſuppoſé que l'axe prolongé de la lunette ne ſoit pas parfaitement dans la direction du niveau apparent; car la lunette reſtant dans ſa même ſuſpenſion, ſi ſon axe hauſſe ou baiſſe d'un côté, il hauſſera ou baiſſera de la même quantité de l'autre côté, à diſtance parfaitement égale. Nous avons donné, autant qu'il nous a été poſſible, chaque coup de niveau de 150 ou 200 toiſes de chaque côté, ainſi chaque ſtation du niveau étoit de 3 ou de 400 toiſes.

* Pag. 271. in 4.

Comme il n'y a pas de niveau plus parfait

que celui de l'eau tranquille & dormante, je souhaitois de trouver les marais pleins d'eau, afin d'abréger considérablement les opérations du nivellement, en marquant des points ou repaires autour des bords de l'eau des marais. Heureusement une grande pluie presque continuelle depuis le 25 jusqu'au 28 Mai, causa une inondation; le 29 au matin je me rendis à la Tour Carbonnière à une demi-lieue d'Aigues-mortes, pour voir l'effet des eaux, leurs cours ou chute dans les marais: je vis que les eaux débordées de la rivière du Vidourle, venant des brèches du côté de Tamaniguière & de la Gaze du Roi, couloient sur les marais de Saint-Laurent; que la vitesse avec laquelle ces eaux passoient sous les 48 arches de la chaussée de Saint-Laurent, étoit de 3 à 4 pieds par seconde; après quoi ces mêmes eaux rencontrant celles de la rivière du Vistre, faisoient, pour ainsi dire, rebrousser chemin aux eaux du Vistre, en les refoulant avec elles dans les marais de la Souterane, & se répandre sur une étendue de marais de plus de 4 lieues de longueur, tant que la vue pouvoit porter, ce que j'observai encore l'après-midi du haut de la Tour de Constance à Aigues-mortes avec une bonne lunette.

Le lendemain 30 Mai les eaux avoient cessé de couler, elles étoient tranquilles & dormantes: dans cet état je jugeai * qu'elles étoient parfaitement de niveau, mais pour nous en convaincre, nous nivelames l'intervalle entre les eaux au point d'Artois à Aigues-mortes, & celles des marais à la Tour Carbonnière; cet intervalle est de 1620 toises. Nous ne trou-

* Pag. 272. in 4.

trouvames qu'une ligne de différence que les eaux du Bourgidou au pont d'Artois étoient au-dessus de celles des marais à la Tour Carbonnière; en effet, les eaux ne coulant d'aucun côté, étoient ce jour-là dans une espèce d'équilibre, & une ligne de différence n'est point sensible sur une si grande distance: or au moyen de notre repaire du pont d'Artois, qui marque la hauteur du niveau ordinaire de la Mer, nous reconnumes qu'au moment de notre nivellement les eaux étoient à ce Pont à 26 pouces au-dessus du niveau de la Mer; donc le niveau des eaux des marais à la Tour Carbonnière étoit le même jour à 26 pouces au-dessus du niveau ordinaire de la Mer.

La hauteur du niveau des eaux des marais au dessus de celui de la Mer étant ainsi connue, je partis le 31 Mai avec Mr. Dasté Ingénieur, & Mr. Daidé Conseiller à la Cour des Aides de Montpellier & Syndic des Propriétaires des Salins de Pécais, pour aller marquer des repaires autour des marais à Villard, Saint-Sebastien, Franquevaux, Espairan, &c.

Voici un autre moyen dont je me servis pour abréger les nivellemens. Depuis l'écluse de Silveréal jusqu'à Aigues-mortes il y a plus de 10 mille toises de canaux, ou plutôt deux canaux qui communiquent ensemble, savoir, le canal de Silveréal & celui du Bourgidou. Je demandai de tenir l'écluse fermée un certain tems, pour rendre les eaux de ces canaux dormantes, & par conséquent de niveau; ce qui donnoit tout d'un coup le ni-

vellement de plus de 10 mille toiſes d'intervalle; mais je n'ai fait aucun uſage de ce nivellement, parce que les portes d'écluſes laiſſoient échapper un peu d'eau; je n'en parle ici que comme d'un moyen dont on peut ſe ſervir utilement dans quelques autres occaſions.

De tous nos nivellemens, dont je n'expoſe ici qu'un petit abrégé, & des points de ſonde des hauteurs ou profondeurs * des eaux d'une grande partie des marais, nous avons trouvé le fond de ces marais différemment élevé au deſſus du niveau ordinaire de la Mer; à quelques-uns cette hauteur au-deſſus du niveau de la Mer eſt de 6 ou 7 pieds, à d'autres de 2 ou 3 ou pieds, & à d'autres de quelques pouces ſeulement.

* Pag. 273. in 4.

L'un des principaux objets de notre vérification a été celui de la rivière du Vidourle, tant par rapport à la ſureté des ſalins de Pécais, que par rapport à la poſſibilité du deſſechement des marais & aux riſques d'inonder les terres des Communautés voiſines de cette rivière, par l'exécution des ouvrages qu'on propoſe d'y faire. Cette rivière deſcend des montagnes des Cévennes du côté de Saint-Hippolyte, ſes eaux ſe répandent dans les marais & les étangs. Dans le tems des grandes pluies elle amene un ſi grand volume d'eau, & avec tant de rapidité, qu'en ſept ou huit heures de tems ces eaux s'élèvent quelquefois au pont de Lunel & au deſſous juſqu'à Saint-Laurent, à plus de 20 pieds de hauteur au deſſus du niveau de ſes baſſes eaux ordinaires; & quoiqu'elle ſoit retenue dans ſon lit par des digues de 20 à 25 pieds de hauteur, elle

elle inonde ſouvent les terroirs des Communautés de Lunel, Marcillargues & de Saint-Laurent. La raiſon de ces fréquentes inondations vient principalement de ce que le lit de cette rivière eſt trop étroit & trop étranglé, ſa pente eſt fort inégale; dans certains endroits les eaux paroiſſent dormantes, & dans d'autres au contraire il y a des chutes où les eaux deſcendent avec une très grande viteſſe: or comme les volumes d'eau ſont par-tout en raiſon réciproque des viteſſes, il s'enſuit que les eaux s'élèvent beaucoup dans les endroits qui ont le moins de pente.

On a propoſé de jetter cette rivière dans l'étang de Maugnio, & d'élargir extrêmement ſon embouchure, par pluſieurs raiſons importantes; 1. pour qu'elle ne porte pas une trop grande quantité d'eau d'ouce dans les étangs qui ſont autour des ſalins de Pécais, ce qui ſeroit très nuiſible aux ſaunaiſons ou formation des ſels; 2. pour que ces mêmes étangs ne ſoient pas comblés & atterris par la grande quantité de limons * & crémens dont les eaux de cette rivière ſe chargent en deſcendant des montagnes; 3. enfin pour éviter, en donnant une grande largeur à ſon lit vers ſon embouchure, que ces eaux ſoutenues dans ces parties baſſes ne cauſent de plus fréquentes inondations aux terroirs des Communautés ſupérieures.

* Pag. 274. in 4.

La rivière du Viſtre n'eſt ni fort conſidérable ni fort à craindre; la fontaine de Nîmes eſt la principale ſource de cette rivière, preſque toutes ſes grandes eaux ſe répandant actuellement dans les marais.

Le Rhône a été regardé avec raiſon comme l'ennemi le plus redoutable des ſalins de Pécais, on en a reſſenti une épreuve funeſte en 1705, qu'une grande inondation de ce fleuve ſubmergea preſque tous les ſels qui étoient ſur les entrepôts de vente; mais depuis 1712 que le Rhône s'eſt fait une nouvelle embouchure par le canal des Launes, ſes grandes eaux ont ſi fort diminué, que l'on a preſque oublié que ces inondations ſoient à craindre pour les ſalins; ſes digues ſont un peu trop négligées.

Pour connoître toute la pente du Rhône depuis Beaucaire juſqu'à Aigues-mortes & à la Mer, à cauſe du canal propoſé de navigation, nous avons nivelé l'intervalle entre Aigues-mortes & Beaucaire, en marquant & conſtatant des marques ou repaires de diſtance en diſtance, dont les hauteurs rélatives des uns aux autres nous ont fait connoître les hauteurs entre les repaires extrêmes. Au moyen de la différence de hauteur entre les repaires extrêmes, on peut connoître à tout moment la hauteur des eaux du Rhône à Beaucaire au-deſſus du niveau ordinaire de la Mer.

Les principaux repaires que nous avons conſtatés, ſont ceux du pont d'Artois à Aigues-mortes, de la Tour Carbonnière, de la Tour Dauglas, de Villard, de Saint-Sebaſtien, de Franquevaux, du pont d'Eſpairan, du pont de Saint-Gilles, du pont d'Arles près de Bellegarde, de la Tour de Maillane & du quai de Beaucaire.

La diſtance de Beaucaire à Aigues-mortes eſt de 23 mille toiſes; nous avons trouvé que la hauteur du couronnement * du quai de Beau-

* Pag. 275. in 4.

Beaucaire au-dessus du point qui marque le niveau ordinaire de la Mer au pont d'Artois à Aigues-mortes, est de 24 pieds 8 pouces 6 lignes.

Plus les eaux d'un fleuve sont hautes, ou plus ce fleuve est enflé, & plus la pente de ses eaux jusqu'au niveau de la Mer est grande; ainsi lorsque l'on dit que la pente d'un fleuve, depuis un tel endroit jusqu'à la surface ou niveau de la Mer, est de tant, il faut savoir si l'on prend cette pente dans le tems des grandes, ou des moyennes, ou des basses eaux de ce fleuve.

La différence entre la hauteur des grandes & des basses eaux du Rhône à Beaucaire, est d'environ 16 pieds; cette différence étoit plus considérable avant l'ouverture du canal des Launes.

Ayant trouvé par notre nivellement que le couronnement du quai de Beaucaire étoit élevé au dessus du niveau de la Mer de 24 pieds 8 pouces 6 lignes; lorsque les eaux du Rhône sont à cette hauteur à Beaucaire, leur pente jusqu'à la Mer est aussi de 24 pieds 8 pouces 6 lignes; mais les basses eaux sont à environ 9 pieds au-dessous du couronnement du même quai, & les grandes eaux à 6 ou 7 pieds au-dessus; donc la pente du Rhône de Beaucaire à la Mer dans le tems des basses eaux, n'est que d'environ 15 pieds 8 pouces, & au contraire dans le tems des plus grandes eaux cette pente est d'environ 31 pieds.

Le Rhône n'a presque plus de pente vers ses embouchures. On sait que c'est le fleuve le plus rapide que nous ayons en France; mais

il perd cette rapidité au-dessous d'Arles, où ses eaux se divisant en deux & en trois branches, s'étendent & coulent à la Mer sur une pente presque insensible: or comme elles ne sont plus resserrées dans un lit trop étroit, elles ne s'élèvent pas beaucoup dans les tems des plus grandes eaux. Nous avons trouvé à l'écluse de Silvéréal, que la différence entre les plus basses & les plus grandes eaux du petit Rhône n'étoit que de 6 pieds & demi, pendant que cette différence est à Beaucaire de 16 à 17 pieds.

*Pag. 276. in 4. * Le lit du Rhône est trop resserré & étranglé entre Beaucaire & Tarascon, ce qui fait que ses eaux s'y élevent beaucoup. Nous avons reconnu par notre nivellement, que la plus grande partie de 15 ou 16 pieds de pente que nous avons trouvée depuis le niveau de ces basses eaux à Beaucaire jusqu'à la Mer, se trouve depuis Beaucaire jusqu'à 2 ou 3 lieues au-dessous; passé Arles le Rhône coule, comme nous avons dit, dans un païs plat & bas, qui vraisemblablement n'a été formé que par les dépôts & crémens de ce fleuve.

En général, la pente du Rhône est fort inégale & son lit fort raboteux; il fait beaucoup de ravage le long de ses bords, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, dont il ronge & emporte les terres, ce qui fait dans la suite des tems changer son lit en quelques endroits: je lui ai vu emporter des espaces considérables de terre où il y avoit de beaux jardins. On se garantit en partie de ces ravages, en faisant des jettées de pierres qu'on nomme *palières* ou *épis*; ces palières ou épis en garantissant d'un côté, nuisent

ſent ſouvent d'un autre, en détournant le cours ou le fil de l'eau.

Pour juger des travaux néceſſaires pour contenir & empêcher les ravages d'un fleuve rapide, tel que le Rhône, il faut joindre à beaucoup d'expérience beaucoup de connoiſſance de la théorie du mouvement des eaux; combien de fois n'a-t-on pas fait des travaux inutiles & même très nuiſibles? Combien de fois n'eſt-il pas arrivé des deſordres & des dommages conſidérables que l'on auroit aiſément évités par quelques petits ouvrages, en s'y prenant de bonne heure? Les ravages de l'eau ſont preſque auſſi promts que ceux du feu.

Lorſque le lit d'un fleuve eſt uni & égal, on voit couler ſes eaux en nape tranquile ſans bouillonnemens; mais lorſque le fond ou lit, & les bords ſont raboteux, pleins de rocs, de pierres ou de cailloux, on voit par-tout des tourbillons d'eau, des bouillonnemens & des courants irréguliers en tous ſens; une partie des eaux étant détournée de leurs directions par les pierres & autres inégalités, il en reſulte des * mouvemens compoſés qui ſe ſuccèdent les uns aux autres, & forment ces tourbillons & ces bouillemens.

* Pag. 277. in 4.

Si l'on ne voit des tourbillons & des bouillonnemens que dans certains endroits ſeulement, on n'a qu'à faire ſonder un peu au-deſſus de ces endroits, & l'on trouvera quelques groſſes pierres, quelques troncs d'arbres ou autres inégalités.

Le Rhône, dans le tems de ſes grandes eaux, coule avec tant de rapidité que ſes eaux entraînent des cailloux que l'on voit & que l'on

l'on entend descendre & rouler sous les eaux; mais au-dessous d'Arles, où, comme nous avons dit, le Rhône n'a presque plus de pente, ces cailloux disparoissent, on n'en voit pas un seul. On me dit dans le païs que personne n'avoit pu deviner ce que tous ces cailloux deviennent, ce qu'on auroit découvert aisément, pour peu qu'on eût voulu y faire attention. Tous ces cailloux s'arrêtent du côté d'Arles & de Fourques, où les eaux, faute de pente, n'ont plus la force de les entraîner, les prémiers arrêtant & servant de barrière aux suivans; desorte qu'il se forme bientôt en différens endroits des tas ou amas de ces cailloux, qui sont couverts par les sables & les limons que les eaux déposent. Ces amas de cailloux ainsi couverts de sable & limon, forment comme des atterrissemens & de petites Iles; en effet, en faisant sonder & fouiller à ces sortes d'atterrissemens, on ne trouve que des cailloux dans le fond.

On fait encore une petite question, d'où vient qu'en certains endroits on ne trouve que du sable, & presque par-tout ailleurs du limon & de la terre? A quoi il est facile de répondre, que les grandes eaux étant d'abord chargées de sable & de limon, le sable, comme le plus pesant, se précipitoit & déposoit le prémier; or les eaux en diminuant, laissent à sec & à découvert certains endroits où il n'y a encore que du sable de déposé.

La question de savoir s'il est plus avantageux de retenir les eaux d'un fleuve ou d'une rivière par des digues, ou au contrai-

re

re de laiſſer ſes bords libres & ſes grandes eaux ſe répandre ſur les terres, n'eſt pas ſi aiſée à décider; car ſi d'un * côté les digues garantiſſent les terres d'être inondées, d'un autre côté elles ſont cauſe fort ſouvent que les eaux s'élèvent plus haut, & ſi les eaux forcent malheureuſement les digues & y font des breches, leurs ravages ſont bien plus conſidérables: les eaux paſſant avec rapidité & violence par ces breches, creuſent, emportent les prémières terres qu'elles rencontrent, & y font quelquefois des tranchées profondes qui les dégradent. En ne diguant point une rivière, on profite encore des limons & crémens que ces grandes eaux dépoſent ſur les terres inondées, ce qui les engraiſſe & les fertiliſe extrêmement. En général, on ne peut décider cette queſtion ſans avoir égard aux circonſtances & à la ſituation du païs; les digues peuvent être très avantageuſes dans certains endroits, pendant que dans d'autres il vaut beaucoup mieux n'en point avoir.

*Pag. 278. in 4°.

Le Rhône & les rivières du Viſtre & du Vidourle n'ont point de digues dans leurs parties baſſes ni vers leurs embouchures; les inondations de ces rivières dans les marais, & celles des eaux de la Mer qui viennent par le Grau du Roi, ſont très ſalutaires aux environs d'Aigues-mortes, pour empêcher que l'air ne ſoit infecté par les eaux croupiſſantes & corrompues des marais, des foſſés & des bords des étangs.

Nous avons dit que toutes les fois que les vents marins ou de Mer règnent, les eaux de la Mer entrent par le Grau du Roi, & viennent

nent inonder les marais des environs d'Aigues-mortes, ce qui arrive en toute ſaiſon de l'année, au-lieu que les inondations des rivières n'arrivent preſque jamais en Eté, tems auquel les eaux corrompues infectent l'air; mais depuis 12 à 15 ans que le Roi a ordonné de recreuſer & d'ouvrir ce Grau, la corruption des eaux en Eté & en Automne eſt infiniment moindre, & l'air par conſéquent beaucoup moins mal-ſain. On voyoit autrefois, c'eſt-à-dire, avant l'ouverture du Grau, les habitans d'Aigues-mortes & des environs avec un teint pâle & livide, les fièvres en faiſoient périr un grand nombre.

Ce mauvais air cauſé par les eaux croupiſſantes & corrompues, * règne encore aujourd'hui du côté de Maugnio, de Pérol & juſqu'à Frontignan; tout le long des étangs & des marais pluſieurs villages ſont preſque déſerts, ce qui vient en partie de ce que le canal des étangs interromt la communication des eaux: les maux augmentent & ſe multiplient à meſure que le nombre des habitans diminue, parce que moins il y a d'hommes, & moins on travaille pour ouvrir & recreuſer les foſſés, pour donner de l'écoulement aux eaux croupiſſantes.

* Pag. 279. in 4.

Je finis par une petite obſervation. Etant dans les marais de Laloua, à 4 ou 500 toiſes de l'étang de Maugnio & environ une lieue de la Mer, je vis ſur la terre & ſur les Plantes comme une eſpèce de gelée blanche, il faiſoit cependant très chaud dans le mois de Juin après midi; je trouvai que c'étoit du Sel marin très vif & très piquant, ce qui me fit pen-

ser que vraisemblablement ce Sel étoit monté à une petite hauteur avec les vapeurs qui s'élèvent des eaux de la Mer ou de l'étang, & que la pesanteur de ces particules ou parcelles de Sel les faisoit bientôt précipiter en forme de gelée blanche. Cette observation est connue, quelques Observateurs en ont parlé, ainsi je ne la rapporte que pour confirmer ce qui en a été dit.

*PROBLEMES DE DYNAMIQUE,

* Pag. 280. in 4.

Où l'on détermine les Trajectoires & les vitesses d'une infinité de Corps mis en mouvement autour d'un centre immobile.

Par Mr. DE MONTIGNY (a).

PROBLEME I.

DEUX masses données A, M, sont attachées à une baguette inflexible & très déliée A, S, M; cette baguette enfile & remplit la capacité d'un petit anneau S, fixé sur un plan horisontal, l'anneau peut tourner sur son axe, & la baguette peut se mouvoir librement autour du centre immobile S, elle peut aussi couler à tra- Fig. 1.

(a) 11 Mars 1741.

travers l'anneau, ses extrémités s'approchant & s'éloignant du point *S*; cette baguette étant en repos sur le plan, on la met en mouvement autour du centre *S*, & l'on propose de déterminer les vitesses & les trajectoires des masses *A*, *M*.

1. On suppose que le plan est parfaitement poli, que la baguette est assez déliée, & l'anneau assez mince pour que leur inertie devienne infiniment petite par rapport à celle des masses *A*, *M*; on donne les distances de ces masses, leurs vitesses initiales & la prémière position de la baguette lorsqu'elle est encore en repos.

2. La turbination de la baguette produit dans les masses *A*, *M*, une force centrifuge avec laquelle elles tendent à s'éloigner du point *S*; si ce centre est placé entre les deux masses, leurs forces centrifuges seront opposées; si elles sont égales, le point *S* de la baguette restera nécessairement en repos, & les masses *A*, *M*, décriront des cercles autour de ce point.

3. Mais si la force centrifuge est plus grande du côté * du point *A*, par exemple, ou si les deux masses sont de ce même côté, alors le point *A* de la baguette, accéléré par la différence ou par la somme des forces centrifuges, s'éloignera du point *S*. De ce mouvement & de la turbination de la baguette il résulte un mouvement composé, avec lequel les points *A*, *M*, tracent les courbes αAE, μMR, dont on propose la détermination.

* Pag. 281. in 4.

4. Il est visible qu'ayant déterminé la trajectoire & la vitesse d'un point quelconque de

de la baguette, on aura les vitesses & les trajectoires de tous les autres points.

J'emploie dans la solution de ce Problême le principe de la conservation des Forces vives, principe généralement reçu des Géomètres, & dont ils ont fait tant d'heureuses applications.

5. SOLUTION. Soit $\alpha\mu$ la prémière position de la baguette, α le lieu d'où le corps A commence à se mouvoir avec la vitesse donnée (f) dans la direction αf perpendiculaire à la baguette; du point α, du rayon $S\alpha$, que l'on décrive le cercle αPX.

Soient Aa, Mm les côtés contemporains des courbes que tracent actuellement les corps A, M; AM, am deux positions de la baguette, infiniment proches. Ayant décrit du centre S, les petits arcs Ar, ms; j'appelle $S\alpha$ (a), $\alpha\mu$ ou AM (m), αP (x), SA (y), on aura $SM = m - y$.

Soit (V) la vitesse actuelle du corps A dans le côté Aa, (U) la vitesse du corps M dans le côté Mm.

6. Aucune force étrangère n'agit sur la baguette lorsquelle est une fois en mouvement, ainsi la somme des Forces vives, c'est-à-dire, des produits de chaque masse par le quarré de sa vitesse actuelle, est une quantité constante pendant tout le mouvement, ce qui donne

$$AV^2 + MU^2 = Const.$$

7. Je décompose la vitesse du corps A sur les directions Ar, ra, & j'appelle (u) sa vitesse angulaire dans le petit arc Ar; (v) sa vitesse dans le rayon vecteur, c'est-à-dire,

* Pag. 282. in 4. Fig. 1. * dans la petite ligne ra; cette vitesse v est commune aux deux masses, & leurs vitesses angulaires sont comme leurs distances au centre du mouvement, ainsi la vitesse angulaire du corps M, est $\frac{m-y}{y}u$.

8. Comme les vitesses V, u, v, décrivent en même tems les trois côtés du Triangle rectangle Ara, elles sont entre elles comme ces côtés, & l'on a $V^2 = u^2 + v^2$;

on a de même $U^2 = \left(\frac{m-y}{y}\right)^2 u^2 + v^2$.

9. Substituons ces valeurs dans l'Equation que nous à donnée la conservation des Forces vives, nous aurons

$$[Ay^2 + M(m-y)^2]\frac{u^2}{y^2} + (A+M)v^2 = Const.$$

10. Donc en prenant les différences

$$\left.\begin{array}{l}[Ay^2 + M(m-y)^2]\,d\left(\frac{u^2}{y^2}\right) + 2\frac{u^2}{y^2}[Ay \\ \quad -M(m-y)]\,dy + 2(A+M)v\,dv\end{array}\right\} = 0.$$

11. La force qui accélère les masses A, M, dans la direction du rayon vecteur ou de la baguette, est l'excès de la force centrifuge du corps A sur celle du corps M, c'est-à-dire,

$$\frac{Au^2}{y} - \frac{M(m-y)}{y^2}u^2.$$

12. Cette force multipliée par le petit tems $\left(\frac{dy}{v}\right)$, & divisée par la somme des masses, fait l'incrément de la vitesse, ce qui donne

$$\frac{u^2}{y^2}[Ay - M(m-y)]\,dy = (A+M)v\,dv.$$

13. Et

13. Et nous aurons, en substituant cette valeur de $(A+M)\,v\,dv$ dans l'Equation différentielle qui précède,

$[Ay^2+M(m-y)^2]\,d\left(\frac{u^2}{y^2}\right)+4\frac{u^2}{y^2}[Ay-M(m-y)]\,dy=0.$

14. Si dans le prémier terme de cette Equation l'on appelle X le prémier facteur, & le second dZ, elle se réduit à cette forme, $XdZ+2ZdX=0$,

* ou $$\frac{2dX}{X}=-\frac{dZ}{Z}.$$ * Pag. 283. in 4.

15. D'où l'on tire en intrégrant, Fig. 1.

$$2lX=lK-lZ,$$

& passant aux nombres,

$$X^2=\frac{K}{Z},\ \text{ou}\ Z=\frac{K}{X^2};$$

c'est-à-dire, $\frac{u^2}{y^2}=\frac{K}{X^2}$.

Donc $$u=\frac{Ky}{X}=\frac{Ky}{Ay^2+M(m-y)^2}.$$

16. Pour déterminer la constante K, on a cette condition à remplir, $u=f$ lorsque $y=a$, ce qui donne

$$K=\frac{f}{a}[Aa^2+M(m-a)^2].$$

17. On a donc la vitesse angulaire.

$$u=\frac{fy}{a}\times\frac{Aa^2+M(m-a)^2}{Ay^2+M(m-y)^2}.$$

18. A présent il est aisé de déterminer la vitesse dans le rayon vecteur, au moyen de l'Equation que nous avons eue (*art.* 9.) entre u & v. Si l'on substitue dans cette Equation l'ex-

l'expreſſion de la viteſſe angulaire, on aura

$$(A+M)v^2 = C - \frac{f^2}{a^2} \times \frac{[Aa^2 - M(m-a)^2]^2}{Ay^2 + M(m-y)^2}.$$

19. On a ſuppoſé que le corps A au commencement du mouvement partoit du point α dans la direction αf, perpendiculaire à la baguette; qu'ainſi la viteſſe v étoit nulle lorſque y étoit $= a$, cette condition détermine la conſtante,

$$C = \frac{f^2}{a^2} \times [Aa^2 + M(m-a)^2],$$

qui, ſubſtituée dans l'Equation précédente, donnera la viteſſe dans le rayon vecteur,

$$v = \frac{f}{a} \sqrt{\left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A+M}\right)}$$

$$\sqrt{\left[1 - \left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right)\right]}.$$

* Pag. 284. in 4. Fig. 1.

* 20. Soit au point F le centre des Forces vives (*a*) lorſque la baguette eſt ſur $\alpha\,\mu$; au point φ le centre des Forces vives lorſqu'elle eſt ſur AM. Soit $SF = F$, $S\Phi = \varphi$, on aura, ſuivant le Théorème (*b*) donné par Mr. Daniel Bernoulli au II. Volume des Mém. de l'Acad. de Péterſbourg, page 208 (*c*).

$F =$

(*a*) Dans un ſyſtême de corps qui tournent enſemble autour d'un point fixe, on appelle *le centre des Forces vives*, un point où la ſomme des maſſes étant appliquée, & la viteſſe du ſyſtême reſtant la même, les Forces vives ſeront conſervées.

(*b*) La diſtance du centre des Forces vives au centre du mouvement, eſt moyenne proportionnelle entre les diſtances du centre du mouvement aux centres de gravité & d'oſcillation.

(*c*) *De mutua relatione centri virium, centri gravitatis & centri oſcillationis, Demonſtrationes Geometricæ.*

$$F = \sqrt{\left(\frac{A a^2 + M (m-a)^2}{A+M}\right)}$$

$$\varphi = \sqrt{\left(\frac{A y^2 + M (m-y)^2}{A+M}\right)}.$$

21. Ainsi la vitesse angulaire, $u = \frac{fy}{a} \times \frac{F^2}{\varphi^2}$, & la vitesse dans le rayon vecteur, $v = \frac{f}{a} F \sqrt{(1 - \frac{F^2}{\varphi^2})}$.

22. Substituant ces valeurs dans les Equations que nous avons eues (*art.* 8.) entre les vitesses, on aura les vitesses des corps *A*, *M*, dans les courbes αAE, μMR,

$$V = \frac{f}{a} \times \frac{F}{\varphi} \sqrt{\left(\frac{F^2}{\varphi^2} y^2 + \varphi^2 - F^2\right)}$$

$$U = \frac{f}{a} \times \frac{F}{\varphi} \sqrt{\left[\frac{F^2}{\varphi^2} (m-y)^2 + \varphi^2 - F^2\right]}.$$

23. Le petit tems $dt = \frac{dy}{v}$, on aura donc le tems que le corps *A* emploie à parcourir l'arc αA,

$$t = \int \frac{a \varphi \, dy}{fF \sqrt{(\varphi^2 - F^2)}} + Const.$$

24. Les petites lignes Ar, ra, sont comme les vitesses qui les décrivent en même tems, $Ar = \frac{y\,dx}{a}$; ainsi $\frac{{}^*y\,dx}{a} : dy :: u : v$. * Pag. 285. in 4. Fig. 1.

Donc $dx = \frac{a u \, dy}{vy}$, ou $dx = \frac{aF\,dy}{\varphi \sqrt{(\varphi^2 - F^2)}}$.

Cette Equation exprime la nature de la courbe αAE, elle est réduite aux quadratures, la

variable ϕ n'étant composée que de y & de constantes.

REMARQUES.

Soit que l'on fasse $y = 0$, ou $y = \infty$ dans l'expression de la vitesse angulaire (*art.* 15.)

$$u = \frac{Ay^2 + M(m-y)^2}{Ky}.$$

Elle devient nulle dans l'un & l'autre cas; ainsi pendant que le corps A s'éloigne du centre, sa vitesse angulaire augmente jusqu'à un certain point au-delà duquel elle commence à diminuer.

Pour trouver le lieu de son *maximum*, on aura par les méthodes ordinaires,

$$du = d\left(\frac{Ky}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right) = 0.$$

Ce qui donne, en différenciant & divisant par Kdy.

$$Ay^2 + M(m-y)^2 = 2Ay^2 - 2My(m-y).$$

D'où l'on tire $y = m\sqrt{\left(\frac{M}{A+M}\right)}$.

La vitesse angulaire étant nulle lorsque y devient infini, la seule vitesse qui reste à la baguette, est dans la direction du rayon vecteur; que l'on fasse $y = \infty$ dans l'expression de cette vitesse (*art.* 19.)

$$v = \frac{f}{a}\sqrt{\left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A+M}\right)}$$
$$\times \sqrt{\left[1 - \left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right)\right]},$$

elle

elle devient $v = \frac{f}{a} \sqrt{\left(\frac{A a^2 + M(m-a)^2}{A+M}\right)}$, égale à la viteſſe angulaire du centre des Forces vives au commencement du mouvement.

* Et ſi l'on fait $dv = 0$, on aura *Pag. 286. in 4. Fig. 1.

$$d\left(\frac{-1}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right) = 0,$$

ou $$2[Ay - M(m-y)]\, dy = 0.$$

D'où l'on tire $y = \frac{Mm}{A+M}$, qui donne le point où la viteſſe dans le rayon vecteur, eſt un *maximum*; alors le centre de gravité des deux maſſes paſſe au centre du mouvement.

PROBLEME II.

Solution générale du Problême précédent.

Pluſieurs maſſes A, B, C, M, N, &c. quel que ſoit leur nombre, étant attachées à la baguette, & miſes en mouvement autour du point S, on demande leurs viteſſes & leurs trajectoires. Fig. 2.

1. Tout étant préparé comme pour la ſolution du Problême précédent, j'appelle AB (b), AC (c), AM (m), AN, (n), &c.

On aura $SB = y - b$, $SC = y - c$, &c. $SM = m - y$, $SN = n - y$, &c.

Soit (P) la viteſſe actuelle du corps A dans le côté Aa, (Q) la viteſſe de B, (R) la viteſſe de C, (S) la viteſſe de M, (T) la viteſſe de N, &c.

2. La conſervation des Forces vives donne

 cette

cette Equation $AP^2 + BQ^2 + CR^2 + MS^2 + NT^2 + \&c. = Const.$

3. Soit (u) la viteſſe augulaire du corps A, (v) ſa viteſſe dans le rayon vecteur, commune à toutes les maſſes A, B, C, M, N, &c. Les viteſſes angulaires ſont comme les diſtances au centre, celle du corps B eſt $\frac{y-b}{y}u$, celle de C, $\frac{y-c}{y}u$, & la viteſſe angulaire de M, $\frac{m-y}{y}u$, celle de N, $\frac{n-y}{y}u$, &c.

* Pag. 287 in 4. Fig. 2.

*4. On aura donc $P^2 = u^2 + v^2$,

$$Q^2 = \left(\frac{y-b}{y}\right)^2 u^2 + v^2,$$

$$R^2 = \left(\frac{y-c}{y}\right)^2 u^2 + v^2,$$

$$S^2 = \left(\frac{m-y}{y}\right)^2 u^2 + v^2,$$

$$T^2 = \left(\frac{n-y}{y}\right)^2 u^2 + v^2, \&c.$$

5. Subſtituant toutes ces valeurs dans l'Equation précédente, on aura

$$\left.\begin{array}{l}[Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M \\ \quad (m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.]\frac{u^2}{y^2} \\ + (A + B + C + M + N + \&c.)\,v^2\end{array}\right\} = C.$$

6. Donc en prenant les différences

$[Ay^2 +$

$$\left.\begin{array}{l}[Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M \\ \quad (m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.]\, d(\frac{u^2}{y^2}) \\ + 2\frac{u^2}{y^2}[Ay + B(y-b) + C(y-c) \\ \quad - M(m-y) - N(n-y) - \&c.]\, dy \\ + 2(A+B+C+M+N+\&c.)\, v\, dv\end{array}\right\} = 0.$$

7. La baguette eſt accélérée dans la direction ra par la différence des Forces centrifuges, que l'on ſuppoſe être plus grandes du côté du point A, que du coté du point M. Cela poſé, la force accélératrice eſt

$$\frac{Au^2}{y^2} + B\frac{y-b}{y^2}u^2 + C\frac{y-c}{y^2}u^2 - M\frac{m-y}{y^2}u^2$$
$$- N\frac{n-y}{y^2}u^2 - \&c.$$

On aura donc

$$\frac{u^2}{y^2}[Ay + B(y-b) + C(y-c) - M(m-y)$$
$$- N(n-y) - \&c.]\, dy$$
$$= (A + B + \&c.)\, v\, dv.$$

8. Subſtituons cette valeur de $(A + B + C + \&c.)\, v\, dv$ dans l'Equation différentielle qui précède, elle devient

$$\left.\begin{array}{l}[Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M \\ \quad (m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.]\, d(\frac{u^2}{y^2}) \\ + 4\frac{u^2}{y^2}[Ay + B(y-b) + C(y-c) \\ \quad - M(m-y) - N(n-y) - \&c.]\, dy\end{array}\right\} = 0.$$

* 9. Cette Equation s'intègre par Logarithmes, & l'on en tire *Pag. 283. in 4 Fig. 2.

 $u =$

$$u = \frac{Ky}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.}$$

10. On détermine la conſtante K, en exprimant cette condition, que la viteſſe $u=f$ lorſque $y=a$, elle donne

$$K = \frac{f}{a}\,[Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + \&c.]$$

11. Ainſi la viteſſe angulaire

$$u = \frac{fy}{a} \times \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + N(n-a)^2 + \&c.}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.}$$

12. Cette valeur étant ſubſtituée dans l'Equation entre les viteſſes u & v à l'article 5 de ce Problême, on aura

$$Conſt. - \frac{f^2}{a^2}\left[\frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + \&c.}{Ay^2 + B(y-b)^2 - C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + \&c.}\right]^2 = (A+B+C+\&c.)\,v^2.$$

13. Pour déterminer ici la conſtante, il faut ſavoir ce qu'étoit la viteſſe v au commencement du mouvement, elle dépend de l'impulſion que l'on donne à la baguette. Si la baguette eſt frappée par le côté, c'eſt-à-dire, en un point quelconque entre ſes extrémités, quelle que ſoit la direction du coup, les maſſes A, B, M, &c. ſortiront du repos dans des directions perpendiculaires à la baguette, & la viteſſe v ſera nulle. Mais en frappant une des extrémités de la baguette, on peut, outre le mouvement de turbination, lui donner une viteſſe initiale dans ſa propre direction. Soit (g) cette viteſſe, & nous aurons $v=g$ lorſque $y=a$; cette condition remplie, on trouve

Conſt.

$$Const. = (A + B + C + \&c.)\, g^2 + \frac{f^2}{a^2} \times [A a^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.]$$

14. Et par conséquent la viteſſe dans le rayon vecteur,

$$v = \sqrt{[g^2 + \frac{f^2}{a^2} \times \frac{A a^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.}{A + B + C + M + \&c.} \left(1 - \frac{A a^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.}{A y^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + \&c.}\right)]}.$$

*15. Soient aux points F & φ les centres des Forces vives $SF = F$; $S\phi = \phi$, on aura * Pag. 289. in 4. Fig. 2.

$$F = \sqrt{\left(\frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + \&c.}{A + B + C + M + \&c.}\right)},$$

$$\varphi = \sqrt{\left(\frac{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + \&c.}{A + B + C + M + \&c.}\right)}.$$

16. Et les expreſſions des viteſſes ſe réduiront à celles-ci, La viteſſe angulaire . . . .

$$u = \frac{fy}{a} \times \frac{F^2}{\phi^2},$$

La viteſſe dans le rayon vecteur $v = \sqrt{[g^2 + \frac{f^2}{a^2} F^2 (1 - \frac{F^2}{\phi^2})]}$.

17. Que l'on rempliſſe avec ces valeurs les Equations de l'article 4, & l'on aura les viteſſes actuelles des maſſes A, B, C, M, &c.

$$P = \sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\phi^2} (\frac{F^2}{\phi^2} y^2 + \varphi^2 - F^2) + g^2]}.$$

$$Q = \sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\phi^2} (\frac{F^2}{\phi^2} (y-b)^2 + \varphi^2 - F^2) + g^2]}.$$

$$R = \sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\phi^2} (\frac{F^2}{\phi^2} (y-c)^2 + \varphi^2 - F^2) + g^2]}.$$

$S =$ &c.

18. L'élément du tems $dt = \frac{dy}{v}$, & par conséquent

$$t = \int \frac{dy}{\sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\varphi^2}(\varphi^2 - F^2) + g^2]}} + Const.$$

19. Les vitesses u & v décrivent en même tems les petites lignes Ar, ra, elles sont donc entre elles comme ces lignes, & l'on a $dx = \frac{audy}{vy}$,

$$\text{ou } dx = \frac{F^2 f dy}{\varphi^2 \sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\varphi^2}(\varphi^2 - F^2) + g^2]}}.$$

On connoit par cette dernière Equation la nature de * la courbe αAE, & le Problême est résolu dans sa plus grande généralité.

* Pag. 290. in 4. Fig. 2.

REMARQUES.

Dans ce Problême, comme dans le précédent, la vitesse angulaire du corps A devient infiniment petite lorsque ce corps est au centre du mouvement, & lorsqu'il en est infiniment éloigné. Pour déterminer entre ces deux points extrêmes le lieu du *maximum*, on aura

$$d \frac{Ky}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + \&c.} = 0,$$

c'est-à-dire, en prenant les différences, & divisant par Kdy,

$Ay^2 +$

$Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.$
$= 2[Ay^2 + By(y-b) + Cy(y-c) + My(m-y) + Ny(n-y) + \&c.]$

ou

$$\begin{array}{ll} By^2 - 2Bby + Bb^2 = Ay^2 & + 2By^2 - 2Bby. \\ + Cy^2 - 2Ccy + Cc^2 & + 2Cy^2 - 2Ccy. \\ + My^2 - 2Mmy + Mm^2 & + 2My^2 - 2Mmy. \\ + Ny^2 - 2Nny + Nn^2 & + 2Ny^2 - 2Nny. \\ + \&c. & + \&c. \end{array}$$

D'où l'on tire

$$y = \sqrt{\left(\frac{Bb^2 + Cc^2 + Mm^2 + Nn^2 + \&c.}{A + B + C + M + N + \&c.}\right)}.$$

Lorsque $y = \infty$, la viteſſe dans le rayon vecteur, la ſeule qui reſte à toutes les maſſes, devient égale à la viteſſe initiale du centre des Forces vives.

$$v = \sqrt{\left(g^2 + \frac{f^2}{a^2} \times \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.}{A + B + C + M + \&c.}\right)}.$$

Par l'Equation ſuivante on déterminera le lieu de la baguette lorſqu'elle s'éloigne du centre avec une plus grande * viteſſe, c'eſt-à-dire, le point où la viteſſe dans le rayon vecteur atteint ſon *maximum*,

* Pag. 291 in 4. Fig. 2.

$$d\left(\frac{-1}{Ay^2 + b(y-b)^2 + C(y-c^2 + M(m-y)^2 + \&c.}\right) = 0.$$

D'où l'on tire en diviſant par $2\,dy$,
$Ay + B(y-b) + C(y-c) - M(m-y) - N(n-y) - \&c. = 0.$

$$\text{Donc } y = \frac{Bb + Cc + Mm + Nn + \&c.}{A + B + C + M + N + \&c.}$$

Et l'on voit que la viteſſe des maſſes, pour s'é-

s'éloigner du centre de leur mouvement, ne peut jamais être plus grande qu'au moment où elles circulent autour de leur commun centre d'inertie.

* Pag. 292. in 4.

EXPERIENCES SUR LA FORCE DU BOIS.

Second Mémoire.

Par Mr. DE BUFFON.

JE passe maintenant au détail de mes expériences dont le Mémoire précédent qui a été lu à la rentrée publique de l'Académie, ne donne qu'une idée assez imparfaite; & pour mettre de l'ordre dans les différentes parties que j'ai à traiter, je vais commencer par les expériences que j'ai été obligé de faire préliminairement & avant celles de la Force du Bois.

J'ai d'abord recherché quels étoient la densité & le poids du bois de Chêne dans les différens âges, quelle proportion il y a entre la pesanteur du bois qui occupe le centre, & la pesanteur du bois de la circonférence, & encore entre la pesanteur du bois parfait & celle de l'aubier, &c. Mr. du Hamel m'a dit qu'il avoit fait des expériences à ce sujet; l'attention scrupuleuse avec laquelle les miennes ont été faites, me donne lieu de croire qu'elles

les se trouveront d'accord avec les siennes.

Le 31 Mars 1734, j'ai fait tirer un bloc du pied d'un Chêne abattu le même jour, & ayant posé la pointe d'un compas au centre des cercles annuels, j'ai décrit une circonférence de cercle autour de ce centre, & ensuite ayant posé la pointe du compas, au milieu de l'épaisseur de l'aubier, j'ai décrit un pareil cercle dans l'aubier; j'ai fait ensuite tirer de ce bloc deux petits cylindres, l'un de cœur de Chêne, & l'autre d'aubier, & les ayant poses dans les bassins d'une bonne balance hydrostatique, & qui penchoit sensiblement à un quart de grain, je les ai ajustés en diminuant peu à peu le plus pesant des deux, & lorsqu'ils m'ont paru parfaitement * en équilibre, je les ai pesés, ils pesoient également chacun 371 grains; les ayant ensuite pesés séparément dans l'eau, où je ne fis que les plonger un moment, je trouvai que le morceau de cœur perdit dans l'eau 317 grains; & le morceau d'aubier 344 des mêmes grains. Le peu de tems qu'ils demeurèrent dans l'eau, rendit insensible la différence de leur augmentation de volume par l'imbibition de l'eau, qui est très différente dans le cœur du Chêne & dans l'aubier.

* Pag. 293 in 4.

Le même jour j'ai fait faire deux autres cylindres, l'un de cœur & l'autre d'aubier de Chêne, tirés d'un autre bloc pris dans un arbre à peu-près de même âge que le prémier & à la même hauteur de terre, ces deux cylindres pesoient chacun 1978 grains: le morceau de cœur de Chêne perdit dans l'eau 1635 grains, & le morceau d'aubier 1784.

En comparant cette expérience avec la prémière, on trouve que le cœur de Chêne ne perd dans cette seconde expérience, que 307 ou environ sur 371, au-lieu de $317\frac{1}{2}$; & de même, que l'aubier ne perd sur 371 grains, que 330 au-lieu de 344, ce qui est à peu-près la même proportion entre le cœur & l'aubier: la différence réelle ne vient que de la densité différente tant du cœur que de l'aubier du second arbre, dont le bois en général étoit plus solide & plus dur que le bois du prémier.

Trois jours après j'ai pris dans un des morceaux d'un autre Chêne abattu le même jour que les précédens, trois cylindres, l'un au centre de l'arbre, l'autre à la circonférence du cœur, & le troisième à l'aubier, qui pesoient tous trois 975 grains dans l'air, & les ayant pesés dans l'eau, le bois du centre perdit 873 grains, celui de la circonférence du cœur perdit 906, & l'aubier 938 grains. En comparant cette troisième expérience avec les deux précédentes, on trouve que 371 grains du cœur du prémier Chêne perdant 317 grains $\frac{1}{2}$, 371 grains du cœur du second Chêne auroient dû perdre 307 grains à peu-près, & 371 grains du cœur du troisième Chêne auroient dû perdre 332 grains à peu-près; & de même, que 371 grains d'aubier du prémier Chêne * perdant 344 grains, 371 grains de l'aubier du second Chêne auroient dû perdre 330 grains, & 371 grains de l'aubier du troisième Chêne auroient dû perdre 356 grains, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup de la prémière proportion, la différence réelle de la perte tant du cœur que de l'aubier de ce troisième Chêne venant de ce que

* Pag. 394. in 4.

que son bois étoit plus léger & un peu plus sec que celui des deux autres. Prenant donc la mesure moyenne entre ces trois différens bois de Chêne, on trouve que 371 grains de cœur perdent dans l'eau 319 grains $\frac{1}{3}$ de leur poids, & que 371 grains d'aubier perdent 343 grains de leur poids; donc le volume du cœur de Chêne est au volume de l'aubier comme $319\frac{1}{3}$: 343, & les masses comme 343: $319\frac{1}{3}$, ce qui fait environ un quinzième pour la différence entre les poids du cœur & de l'aubier.

J'avois choisi pour faire cette troisième expérience un morceau de bois dont les couches ligneuses m'avoient paru assez égales dans leur épaisseur, & j'enlevai mes trois cylindres de telle façon que le centre de mon cylindre du milieu qui étoit pris à la circonférence du cœur, étoit également éloigné du centre de l'arbre où j'avois enlevé mon prémier cylindre de cœur, & du centre du cylindre d'aubier; par-là j'ai reconnu que la pesanteur du bois décroît à peu-près en progression arithmétique; car la perte du cylindre du centre étant 873, & celle du cylindre d'aubier étant 938, on trouvera en prenant la moitié de la somme de ces deux nombres, que le bois de la circonférence du cœur doit perdre $905\frac{1}{2}$, & par l'expérience je trouve qu'il a perdu 906; ainsi le bois depuis le centre jusqu'à la dernière circonférence de l'aubier, diminue de densité en progression arithmétique.

Je me suis assuré par des épreuves semblables à celles que je viens de donner, de la diminution de pesanteur du bois dans sa lon-

gueur; le bois du pied d'un arbre pèse plus que le bois du tronc au milieu de sa hauteur, & celui de ce milieu pèse plus que le bois du sommet, & cela à peu-près * en progression Arithmétique tant que l'arbre prend de l'accroissement; mais il vient un tems où le bois du centre & celui de la circonférence du cœur pèsent à peu-près également, & c'est le tems auquel le bois est dans sa perfection.

* Pag. 295. in 4.

Les expériences ci-dessus ont été faites sur des arbres de soixante ans, qui croissoient encore tant en hauteur qu'en grosseur; & les ayant répétées sur des arbres de quarante-six ans, & encore sur des arbres de trente-trois ans, j'ai toujours trouvé que le bois du centre à la circonférence, & du pied de l'arbre au sommet diminuoit de pesanteur à peu-près en progression Arithmétique.

Mais comme je viens de l'indiquer, dès que les arbres cessent de croître, cette proportion commence à varier. J'ai pris dans le tronc d'un arbre d'environ cent ans trois cylindres, comme dans les épreuves précédentes, qui tous trois pesoient 2004 grains dans l'air; celui du centre perdit dans l'eau 1713 grains, celui de la circonférence du cœur perdit 1718 grains, & celui de l'aubier 1779 grains.

Par une seconde épreuve j'ai trouvé que de trois autres cylindres pris dans le tronc d'un autre arbre d'environ cent dix ans, & qui pesoient dans l'air 1122 grains, celui du centre perdit 1010 grains dans l'eau, celui de la circonférence du cœur 997 grains, & celui de

l'au-

l'aubier 1023 grains. Cette expérience prouve que le cœur n'étoit plus la partie la plus solide de l'arbre, & elle prouve en même tems que l'aubier est plus pesant & plus solide que celui des jeunes arbres.

J'avoue que dans les différens climats, dans les différens terreins, & même dans le même terrein, cela varie prodigieusement, & qu'on peut trouver des arbres situés assez heureusement, pour prendre encore de l'accroissement en hauteur à l'âge de cent cinquante ans; ceux-ci font une exception à la règle, mais en général il est constant que le bois augmente de pesanteur jusqu'à un certain âge dans la proportion que nous avons établie; qu'après cet âge le bois * des différentes parties de l'arbre devient à peu-près d'égale pesanteur, & c'est alors qu'il est dans sa perfection; & enfin que sur son déclin le centre de l'arbre venant à s'obstruer, le bois du cœur se sèche faute de nourriture suffisante, il devient plus léger que le bois de la circonférence, & cela à proportion de la profondeur, & de la différence du terrein & du nombre des circonstances qui peuvent prolonger ou raccourcir le tems de l'accroissement des arbres.

* Pag. 296. in 4.

Ayant reconnu par les expériences précédentes la différence de la densité du bois dans les différens âges & dans les différens états où il se trouve avant que d'arriver à sa perfection, j'ai cherché quelle étoit la différence de sa force aussi dans les mêmes différens âges; & pour cela j'ai fait tirer du centre de plusieurs arbres, tous de même âge, c'est-à-dire, d'en-

d'environ ſoixante ans, pluſieurs barreaux de 3 pieds de longueur ſur un pouce d'équarriſſage, entre leſquels j'en ai choiſi quatre qui étoient les plus parfaits, ils peſoient

1.er	2.d	3.e	4.e barreau.
onces	onces	onces	onces
$26\frac{31}{32}$,	$26\frac{18}{32}$,	$26\frac{16}{32}$,	$26\frac{15}{32}$.

Ils ont rompu ſous la charge de

301 liv.,	289 liv.,	272 liv.,	272 liv..

Enſuite j'ai pris pluſieurs morceaux du bois de la circonférence du cœur, de même longueur & de même équarriſſage, c'eſt-à-dire, de 3 pieds ſur un pouce, entre leſquels j'en ai choiſi quatre des plus parfaits, ils peſoient.

1.er	2.d	3.e	4.e
onces	onces	onces	onces
$25\frac{26}{32}$,	$25\frac{20}{32}$,	$25\frac{14}{32}$,	$25\frac{11}{32}$.

Ils ont rompu ſous la charge de

262 liv.,	258 liv.,	255 liv.,	253 liv..

Et de même ayant pris quatre morceaux d'aubier, ils peſoient

* Pag. 297. in 4.

* 1.er	2.d	3.e	4.e barreau.
onces	onces	onces	onces
$25\frac{5}{32}$,	$24\frac{31}{32}$,	$24\frac{26}{32}$,	$24\frac{24}{32}$,

Ils ont rompu ſous la charge de

248 liv.,	242 liv.,	241 liv.	250 liv..

Ces

Ces épreuves me firent ſoupçonner que la force du bois pourroit bien être proportionnelle à ſa peſanteur, ce qui s'eſt trouvé vrai, comme on le verra par la ſuite de ce Mémoire. J'ai répété les mêmes expériences ſur des barreaux de deux pieds, ſur d'autres de 18 pouces de longueur & d'un pouce d'équarriſſage. Voici le réſultat de ces expériences.

Barreaux de deux pieds.

	1.er	2.d	3.e	4.
	Poids.			
	onces	onces	onces	onces
Centre....	$17\frac{2}{32}$,	$16\frac{21}{32}$,	$16\frac{24}{32}$,	$16\frac{21}{32}$.
Circonfér.	$15\frac{28}{32}$,	$15\frac{21}{32}$,	$15\frac{17}{32}$,	$15\frac{16}{32}$.
Aubier...	$14\frac{27}{32}$,	$14\frac{26}{32}$,	$14\frac{24}{32}$,	$14\frac{22}{32}$.
	Charges.			
Centre....	439 liv.,	428 liv.,	415 liv.,	405 liv..
Circonfér.	356,	350,	346,	346.
Aubier...	340,	334,	325,	316.

Il faut remarquer que comme l'arbre étoit aſſez gros, le bois de la circonférence étoit beaucoup plus éloigné du bois du centre que de celui de l'aubier.

* Pag. 298 in 4.

* *Barreaux de dix-huit pouces.*

	1.er	2d.	3.e	4.e
	Poids.			
	onces	onces	onces	onces
Centre....	$13\frac{10}{32}$,	$13\frac{6}{32}$,	$13\frac{4}{32}$,	13.
Circonfér.	$12\frac{16}{32}$,	$12\frac{13}{32}$,	$12\frac{8}{32}$,	$12\frac{4}{32}$.
Aubier...	$11\frac{27}{32}$,	$11\frac{23}{32}$,	$11\frac{18}{32}$,	$11\frac{16}{32}$.

Char-

Charges.

Centre....	488liv.,	486liv.,	478liv.,	477liv..
Circonfér.	460,	451,	443,	441.
Aubier...	439,	438,	428,	428.

Barreaux d'un pied.

Poids.

	1.er	2.d	3.e	4.e
	onces	onces	onces	onces
Centre....	$8\frac{19}{32}$,	$8\frac{19}{32}$,	$8\frac{16}{32}$,	$8\frac{15}{32}$.
Circonfér.	$8\frac{1}{32}$,	$7\frac{22}{32}$,	$7\frac{20}{32}$,	$7\frac{20}{32}$.
Aubier...	$7\frac{10}{32}$,	$7\frac{2}{32}$,	7,	$6\frac{28}{32}$.

Charges.

Centre....	764liv.,	761liv.,	750liv.,	751liv..
Circonfér.	721,	700,	693,	698.
Aubier...	668,	652,	651,	643.

En comparant toutes ces expériences, on voit que la force du bois ne ſuit pas bien exactement la même proportion que* ſa peſanteur; mais on voit toujours que cette peſanteur diminue, comme dans les prémières expériences, du centre à la circonférence. On ne doit pas s'étonner de ce que ces expériences ne ſont pas ſuffiſantes pour juger exactement de la force du bois; car les barreaux tirés du centre de l'arbre ſont autrement compoſés que les barreaux de la circonférence ou de l'aubier, & je ne fus pas longtems ſans m'appercevoir que cette différence dans la poſition, tant des couches ligneuſes, que des cloiſons

* Pag. 299. in 4.

ſons qui les uniſſent, devoit influer beaucoup ſur la réſiſtance du bois.

J'examinai donc avec plus d'attention la forme & la ſituation des couches ligneuſes dans les différens barreaux tirés des différentes parties du tronc de l'arbre; je vis que les barreaux tirés du centre contenoient dans le milieu un cylindre de bois rond, & qu'ils n'étoient tranchés qu'aux arêtes; je vis que ceux de la circonférence du cœur formoient des plans preſque parallèles entre eux avec une courbure aſſez ſenſible, & que ceux de l'aubier étoient preſque abſolument parallèles avec une courbure inſenſible. J'obſervai de plus que le nombre des couches ligneuſes varioit très conſidérablement dans les différens barreaux, deſorte qu'il y en avoit qui ne contenoient que 7 couches ligneuſes, & d'autres en contenoient 14 dans la même épaiſſeur d'un pouce. Je m'apperçus auſſi que la poſition de ces couches ligneuſes, & le ſens où elles ſe trouvoient lorſqu'on faiſoit rompre le barreau, devoient encore faire varier leur réſiſtance, & je cherchai les moyens de connoitre au juſte la proportion de cette variation.

J'ai fait tirer d'un même pied d'arbre, à la circonférence du cœur, deux barreaux de trois pieds de longueur ſur un pouce & demi d'équarriſſage, chacun de ces deux barreaux contenoit 14 couches ligneuſes preſque parallèles entre elles. Le prémier peſoit 3 liv. 2 onc. $\frac{1}{2}$, & le ſecond 3 liv. 2 onc. $\frac{1}{2}$. J'ai fait rompre ces deux barreaux, en les poſant de façon que dans le prémier les couches ligneuſes ſe trou-

trouvoient poſées horiſontalement, & dans le ſecond elles étoient *ſituées verticalement. Je prévoyois que cette dernière poſition devoit être avantageuſe; & en effet le prémier rompit ſous la charge de 832 liv. & le ſecond ne rompit que ſous celle de 972 livres.

* Pag. 300. in 4.

J'ai de même fait tirer pluſieurs petits barreaux d'un pouce d'équarriſſage ſur un pied de longueur; l'un de ces barreaux qui peſoit 7 onc. $\frac{30}{32}$, & contenoit 12 couches ligneuſes poſées horiſontalement, a rompu ſous 784 livres; l'autre qui peſoit 8 onces, & contenoit auſſi 12 couches ligneuſes poſées verticalement, n'a rompu que ſous 860 livres.

De deux autres pareils barreaux dont le prémier peſoit 7 onces $\frac{1}{2}$, & contenoit 8 couches ligneuſes, & le ſecond 7 onces $\frac{13}{32}$, & contenoit auſſi 8 couches ligneuſes, le prémier dont les couches ligneuſes étoient poſées horiſontalement, a rompu ſous 778 livres, & l'autre dont les couches étoient poſées verticalement, a rompu ſous 828 livres.

J'ai de même fait tirer des barreaux de deux pieds de longueur ſur un pouce & demi d'équarriſſage. L'un de ces barreaux qui peſoit 2 livres 7 onces $\frac{1}{16}$, & contenoit 12 couches ligneuſes poſées horiſontalement, a rompu ſous 1217 livres, & l'autre qui peſoit 2 livres 7 onces $\frac{1}{8}$, & qui contenoit auſſi 12 couches ligneuſes, a rompu ſous 1294 livres.

Toutes ces expériences concourent à prouver qu'un barreau ou une ſolive réſiſte bien davantage lorſque les couches ligneuſes qui le

le composent, sont situées perpendiculairement; elles prouvent aussi que plus il y a de couches ligneuses dans les barreaux qu'on compare, & plus la différence de la force de ces barreaux dans les deux positions opposées est considérable. Mais comme je n'étois pas encore pleinement satisfait à cet égard, j'ai fait ces expériences sur des planches mises les unes contre les autres, & je les rapporterai dans la suite, ne voulant point interrompre ici l'ordre des tems de mon travail, parce qu'il me paroit plus naturel de donner les choses comme on les a faites.

*Les expériences précédentes ont servi à me guider pour celles qui doivent suivre; elles m'ont appris qu'il y a une différence considérable entre la pesanteur & la force du bois dans un même arbre, selon que ce bois est pris au centre ou à la circonférence de l'arbre; elles m'ont fait voir que la situation des couches ligneuses faisoit varier la résistance de la même pièce de bois. Elles m'ont encore appris que le nombre des couches ligneuses influe sur la force du bois, & dès-lors j'ai reconnu que les expériences qui ont été faites jusqu'à présent sur cette matière, sont insuffisantes pour déterminer la force du bois; car toutes ces expériences ont été faites sur de petites pièces d'un pouce ou un pouce & demi d'équarrissage, & on a fondé sur ces expériences le calcul des Tables qu'on nous a données pour la résistance des poutres, solives & pièces de toute grosseur & longueur, sans avoir fait aucune des remarques que nous avons énoncées ci-dessus.

*Pag. 301. in 4.

Après

Après ces prémières connoiſſances de la force du bois, qui ne ſont encore que des notions aſſez peu complètes, j'ai cherché à en aquérir de plus préciſes ; j'ai voulu m'aſſûrer d'abord ſi de deux morceaux de bois de même longueur & de même figure, mais dont le prémier étoit double du ſecond pour la groſſeur, le prémier avoit une réſiſtance double, & pour cela j'ai choiſi pluſieurs morceaux de bois pris dans les mêmes arbres & à la même diſtance du centre, ayant le même nombre d'années, ſitués de la même façon, avec toutes les circonſtances néceſſaires pour établir une juſte comparaiſon.

J'ai pris à la même diſtance du centre d'un arbre quatre morceaux de bois parfait, chacun de 2 pouces d'équarriſſage ſur 18 pouces de longueur, ces quatre morceaux ont rompu ſous 3226, 3062, 2983 & 2890 livres, c'eſt-à-dire, ſous la charge moyenne de 3040 livres. J'ai de même pris quatre morceaux de 17 lignes, foibles d'équarriſſage, ſur la même longueur, ce qui fait à très peu-près la moitié de groſſeur des quatre prémiers morceaux, & j'ai trouvé qu'ils* ont rompu ſous 1304, 1274, 1231, 1198 livres, c'eſt-à-dire, au pied moyen, ſous 1252 liv. & de même j'ai pris quatre morceaux d'un pouce d'équarriſſage ſur la même longueur de 18 pouces, ce qui fait le quart de groſſeur des prémiers, & j'ai trouvé qu'ils ont rompu ſous 526, 517, 500, 496 livres, c'eſt-à-dire, au pied moyen, ſous 510 livres. Cette expérience fait voir que la force d'une pièce n'eſt pas proportionelle à ſa groſſeur, car ces

* Pag. 302. in 4.

ces grosseurs étant 1, 2, 4, les charges devroient être 510, 1020, 2040, au-lieu qu'elles sont en effet 510, 1252, 3040, ce qui est fort différent, comme l'avoient déja remarqué tous les Auteurs qui ont écrit sur la résistance des Solides.

J'ai pris de même plusieurs barreaux d'un pied, de 18 pouces, de 2 pieds & de 3 pieds de longueur, pour reconnoître si les barreaux d'un pied porteroient une fois autant que ceux de 2 pieds, & pour m'assûrer si la résistance des pièces diminue justement dans la même raison que leur longueur augmente. Les barreaux d'un pied supportèrent au pied moyen 765 livres, ceux de 18 pouces 500 livres, ceux de 2 pieds 369 livres, & ceux de 3 pieds 230 livres. Cette expérience me laissa dans le doute, parce que les charges n'étoient pas fort différentes de ce qu'elles devoient être; car au-lieu de 765, 500, 369 & 230, la règle du levier demandoit 765, 510, 382 $\frac{1}{2}$ & 255 livres, ce qui ne s'éloigne pas assez pour pouvoir conclurre que la résistance des pièces de bois ne diminue pas en même raison que leur longueur augmente; mais d'un autre côté cela s'éloigne assez pour qu'on suspende son jugement, & en effet on verra par la suite que l'on a ici raison de douter.

J'ai ensuite cherché quelle étoit la force du bois en supposant la pièce inégale dans ses dimensions, par exemple, en la supposant d'un pouce d'épaisseur sur un pouce $\frac{1}{2}$ de largeur, & en la plaçant sur l'une & ensuite sur l'autre de ces dimensions, & pour cela j'ai fait faire qua-

quatre barreaux d'aubier de 18 pouces de longueur ſur 1 pouce ½ d'une face, & ſur 1 pouce de l'autre face ; ces quatre barreaux poſés
*Pag 303. in 4.
* ſur la face d'un pouce ont ſupporté au pied moyen 723 liv. & quatre autres barreaux tout ſemblables poſés ſur la face d'un pouce ½ ont ſupporté au pied moyen 935 livres ½. Quatre barreaux de bois parfait poſés ſur la face d'un pouce ont ſupporté au pied moyen 775, & ſur la face d'un pouce ½ 998 livres. Il faut toujours ſe ſouvenir que dans ces expériences j'avois ſoin de choiſir des morceaux de bois à peu-près de même peſanteur, qui contenoient le même nombre de couches ligneuſes poſées du même ſens.

Avec toutes ces précautions & toute l'attention que je donnois à mon travail, j'avois ſouvent peine à me ſatisfaire; je m'appercevois quelquefois d'irrégularités & de variations qui dérangeoient les conſéquences que je voulois tirer de mes expériences ; & j'en ai plus de mille rapportées ſur un regiſtre, que j'ai faites à pluſieurs deſſeins, dont cependant je n'ai pu rien tirer, & qui m'ont laiſſé dans une incertitude manifeſte à bien des égards. Comme toutes ces expériences ſe faiſoient avec des morceaux de bois d'un pouce, d'un pouce ½ ou de 2 pouces d'équarriſſage, il falloit un attention très ſcrupuleuſe dans le choix du bois, une égalité preſque parfaite dans la peſanteur, le même nombre dans les couches ligneuſes, & outre cela il y avoit un inconvénient preſque inévitable, c'étoit l'obliquité de la direction des fibres, qui ſouvent rendoit les morceaux de bois tranchés les uns d'une couche,

couche, les autres d'une demi-couche, ce qui diminuoit considérablement la force du bois ; je ne parle pas des nœuds, des défauts du bois, de la direction trop oblique des couches ligneuses, on sent bien que tous ces morceaux étoient rejettés sans se donner la peine de les mettre à l'épreuve; enfin de ce grand nombre d'expériences que j'ai faites sur de petits morceaux, je n'en ai pu tirer rien d'assuré que les résultats que j'ai donnés ci-dessus, & je n'ai pas cru devoir hazarder d'en tirer des conséquences générales pour faire des Tables sur la résistance du bois.

Ces considérations & les regrets des peines perdues me déterminèrent à entreprendre de faire les expériences en * grand ; je voyois clairement la difficulté de l'entreprise, mais je ne pouvois me résoudre à l'abandonner, & heureusement j'ai été beaucoup plus satisfait que je ne l'espérois d'abord.

* Pag. 334. in 4.

I. Expérience.

Le 3 Mars 1740, j'ai fait abattre un Chêne de 3 pieds de circonférence, & d'environ 25 pieds de hauteur, il étoit droit & sans branches jusqu'à la hauteur de 15 à 16 pieds ; je l'ai fait scier à 14 pieds, afin d'éviter les défauts du bois causés par l'éruption des branches, & ensuite j'ai fait scier par le milieu cette pièce de 14 pieds, cela m'a donné deux pièces de 7 pieds chacune ; je les ai fait équarrir le lendemain par des Charpentiers, & le surlendemain je les ai fait travailler à la varlope par des Menuisiers, pour les réduire toutes deux à quatre pouces juste d'équarrissage ; ces deux pièces étoient fort saines &

ſans aucun nœud apparent ; celle qui provenoit du pied de l'arbre peſoit 60 livres, celle qui venoit du deſſus du tronc peſoit 56 livres; on employa à charger la prémière 29 minutes de tems, elle plia dans ſon milieu de 3 pouces ½ avant que d'éclater ; à l'inſtant que la pièce eut éclaté on diſcontinua de la charger; elle continua d'éclater & de faire beaucoup de bruit pendant 22 minutes, elle baiſſa dans ſon milieu de 4 pouces ½, & rompit ſous la charge de 5350 livres. La ſeconde pièce, c'eſt-à-dire, celle qui provenoit de la partie ſupérieure du tronc, fut chargée en 22 minutes, elle plia dans ſon milieu de 4 pouces 6 lignes avant que d'éclater, alors on ceſſa de la charger; elle continua d'éclater pendant 8 minutes, & elle baiſſa dans ſon milieu de 6 pouces 6 lignes, & rompit ſous la charge de 5275 livres.

II. Expérience. Le 7 Mars 1740, dans le même terrein où j'avois fait couper l'arbre qui m'a ſervi à l'expérience précédente, j'en ai fait abattre un autre preſque ſemblable au prémier, il étoit ſeulement un peu plus élevé, quoiqu'un peu moins gros, ſa tige étoit aſſez droite, mais elle laiſſoit paroître pluſieurs petites branches de la groſſeur d'un doigt dans la partie ſupérieure, & à la hauteur de 17 pieds elle ſe diviſoit en deux groſſes branches; j'ai fait tirer de cet arbre deux * ſolives de 8 pieds de longueur ſur 4 pouces d'équarriſſage, & je les ai fait rompre deux jours après, c'eſt-à-dire, immédiatement après qu'on les eut travaillées & réduites à la juſte meſure ; la prémière ſolive

* Pag. 505. in 4

live qui provenoit du pied de l'arbre pesoit 68 livres, & la seconde tirée de la partie supérieure de la tige ne pesoit que 63 livres : on chargea cette prémière solive en 15 minutes, elle plia dans son milieu de 3 pouces 9 lignes avant que d'éclater; dès qu'elle eut éclaté on cessa de charger ; la solive continua d'éclater pendant 10 minutes, & elle baissa dans son milieu de 8 pouces, après quoi elle rompit en faisant beaucoup de bruit , sous le poids de 4600 livres. La seconde solive fut chargée en 13 minutes , elle plia de 4 pouces 8 lignes avant que d'éclater, & après le prémier éclat qui se fit à 3 pieds 2 pouces du milieu, elle baissa de 11 pouces en 6 minutes , & rompit au bout de ce tems sous la charge de 4500 livres.

Le même jour 7 Mars , je fis abattre un troisième Chêne voisin des deux autres , & j'en fis scier la tige par le milieu ; on en tira deux solives de 9 pieds chacune de longueur sur 4 pouces d'équarrissage ; celle du pied pesoit 77 livres, & celle du sommet 71 liv. & les ayant fait mettre à l'épreuve, la prémière fut chargée en 14 minutes, elle plia de 4 pouces 10 lignes avant que d'éclater, & ensuite elle baissa de 7 pouces $\frac{1}{2}$, & rompit sous la charge de 4100 livres ; celle du dessus de la tige , qui fut chargée en 12 minutes plia de 5 pouces $\frac{1}{2}$, éclata, ensuite baissa jusqu'à 9 pouces & rompit net sous la charge de 3950 livres. III. Expérience.

Ces expériences font voir que le bois du pied d'un arbre est plus pesant que le bois du haut de la tige; elles apprennent aussi que le

bois du pied eſt plus fort & moins fléxible que celui du ſommet.

IV. Expérience. Le 9 Mars 1740, j'ai choiſi dans le même canton où j'avois déja pris les arbres qui m'ont ſervi aux expériences précédentes, deux Chênes de même eſpèce, de même groſſeur, & à peu-près ſemblables en tout ; leur tige avoit 3 pieds de tour, & n'avoit guère que 11 à 12 pieds de hauteur* juſqu'aux prémières branches; je les fis équarrir & travailler tous deux en même tems, & on tira de chacun une ſolive de 10 pieds de longueur ſur 4 pouces d'équarriſſage ; l'une de ces ſolives peſoit 84 livres & l'autre 82 ; la prémière rompit ſous la charge de 3625 livres, & la ſeconde ſous celle de 3600 livres. Je dois obſerver ici qu'on employa un tems égal à les charger, & qu'elles éclatèrent toutes deux au bout de 15 minutes; la plus légère plia un peu plus que l'autre, c'eſt-à-dire, de 6 pouces ½, & l'autre de 5 pouces 10 lignes.

* Pag. 306. in 4.

V. Expérience. Le 10 Mars 1740, j'ai fait abattre dans le même endroit deux autres Chênes de 2 pieds 10 à 11 pouces de groſſeur, & d'environ 15 pieds de tige, j'en ait fait tirer deux ſolives de 12 pieds de longueur & de 4 pouces d'équarriſſage; la prémière peſoit 100 livres & la ſeconde 98; la plus peſante a rompu ſous la charge de 3050 livres & l'autre ſous celle de 2925 livres après avoir plié dans leur milieu, la prémière juſqu'à 7, & la ſeconde juſqu'à 8 pouces.

Voila toutes les expériences que j'ai faites ſur des ſolives de 4 pouces d'équarriſſage ; je n'ai

n'ai pas voulu aller au-delà de la longueur de 12 pieds, parce que dans l'usage ordinaire les Constructeurs & les Charpentiers n'emploient que très rarement des solives de 12 pieds sur 4 pouces d'équarrissage, & qu'il n'arrive jamais qu'ils se servent de pièces de 14 ou 15 pieds de longueur, & de 4 pouces de grosseur seulement.

En comparant la différente pesanteur des solives employées à faire les expériences ci-dessus, on trouve par la prémière de ces expériences, que le pied cube de ce bois pesoit 74 livres $\frac{4}{7}$, par la seconde 73$\frac{6}{8}$, par la troisième 74, par la quatrième 74$\frac{7}{10}$, & par la cinquième 74$\frac{1}{4}$, ce qui marque que le pied cube de ce bois pesoit en nombres moyens 74 livres $\frac{3}{12}$.

En comparant les différentes charges des pièces avec leur longueur, on trouve que les pièces de 7 pieds de longueur supportent 5313 livres, celles de 8 pieds 4550, celles de 9 pieds 4025, celles de 10 pieds 3612, & celles de * 12 pieds 2987; au-lieu que par les règles ordinaires de la Méchanique celles de 7 pieds ayant supporté 5313 livres, celles de 8 pieds auroient dû supporter 4649 livres, celles de 9 pieds 4121, celles de 10 pieds 3719, & celles de 12 pieds 3099 livres; d'où l'on peut déja soupçonner que la force du bois décroit plus qu'en raison inverse de sa longueur. Comme il me paroissoit important d'aquérir une certitude entière sur ce fait, j'ai entrepris de faire les expériences suivantes sur des solives de 5 pouces d'équarrissage, & de toutes longueurs depuis 7 pieds jusqu'à 28.

* Pag. 307. in 4.

 Com-

VI. Expérience. Comme je m'étois aſtreint à prendre dans le même terrein tous les arbres que je deſtinois à mes expériences, je fus obligé de me borner à des pièces de 28 pieds de longueur, n'ayant pu trouver dans ce canton des Chênes plus élevés ; j'en ai choiſi deux dont la tige avoit 28 pieds ſans groſſes branches, & qui en tout avoient plus de 45 à 50 pieds de hauteur, ces Chênes avoient près de 5 pieds de tour au pied ; je les ai fait abattre le 14 Mars 1740, & les ayant fait amener le même jour, je les ai fait équarrir le lendemain, on tira de chaque arbre une ſolive de 28 pieds de longueur ſur 5 pouces d'équarriſſage ; je les examinai avec attention pour reconnoître s'il n'y auroit pas quelque nœud ou quelque défaut de bois vers le milieu, & je trouvai que ces deux longues pièces étoient fort ſaines : la prémière peſoit 364 livres, & la ſeconde 360 ; je fis charger la plus peſante avec un équipage léger, on commença à $2^h 55'$; à 3 heures, c'eſt-à-dire, au bout de 5 minutes, elle avoit déja plié de 3 pouces dans ſon milieu, quoiqu'elle ne fût encore chargée que de 500 livres ; à $3^h 5'$, elle avoit déja plié de 7 pouces, & elle étoit chargée de 1000 livres ; à $3^h 10'$ elle avoit plié de 14 pouces ſous la charge de 1500 livres ; enfin à 3^h 12 à 13' elle avoit plié de 18 pouces, & elle étoit chargée de 1800 livres ; dans cet inſtant la pièce éclata violemment, elle continua d'éclater pendant 14 minutes, & baiſſa de 25 pouces, après quoi elle rompit net au milieu ſous ladite charge de 1800 livres. La ſeconde pièce fut * chargée de la même façon ; on commen-

* Pag. 368 in 4.

ça

ça à $4^h 5'$, on la chargea d'abord de 500 livres, en 5 minutes elle avoit plié de 5 pouces; dans les cinq minutes suivantes on la chargea encore de 500 livres, elle avoit plié de 11 pouces $\frac{1}{2}$; au bout de 5 autres minutes elle avoit plié de 18 pouces sous la charge de 1500 livres, deux minutes après elle éclata sous celle de 1750 livres, & dans ce moment elle avoit plié de 22 pouces; on cessa de la charger, elle continua d'éclater pendant 6 minutes, & baissa jusqu'à 28 pouces avant que de rompre entierement sous cette charge de 1750 livres.

Comme la plus pesante des deux pièces de l'expérience précédente avoit rompu net dans son milieu, & que le bois n'étoit point éclaté ni fendu dans les parties voisines de la rupture, je pensai que les deux morceaux de cette pièce rompue pourroient me servir pour faire des expériences sur la longueur de 14 pieds; je prévoyois que la partie supérieure de cette pièce peseroit moins, & romproit plus aisément que l'autre morceau qui provenoit de la partie inférieure du tronc, mais en même tems je voyois bien qu'en prenant le terme moyen entre les deux résistances de ces deux solives, j'aurois un résultat qui ne s'éloigneroit pas de la résistance réelle d'une pièce de 14 pieds prise dans un arbre de cette hauteur ou environ. J'ai donc fait scier le reste des fibres qui unissoient encore les deux parties, celle qui venoit du pied de l'arbre se trouva peser 185 livres, & celle du sommet 178 livres $\frac{1}{2}$; la prémière fut chargée d'un millier dans les 5 prémières minutes, elle n'avoit pas plié sensiblement sous cette charge; on l'augmenta

VII. Expérience.

menta d'un second millier de livres dans les 5 minutes suivantes, ce poids de 2 milliers la fit plier d'un pouce dans son milieu, un troisième millier en cinq autres minutes la fit plier en tout de 2 pouces, un quatrième millier la fit plier jusqu'à 3 pouces $\frac{1}{2}$, & un cinquième millier jusqu'à 5 pouces $\frac{1}{2}$; on alloit continuer à la charger, mais après avoir ajouté 250 aux cinq milliers dont elle étoit chargée, il se fit un éclat à une des arêtes inférieures, on discontinua de charger, les éclats * continuèrent, & la pièce baissa dans le milieu jusqu'à 10 pouces avant que de rompre entierement sous cette charge de 5250 livres; elle avoit supporté tout ce poids pendant 41 minutes.

* Pag. 309. in 4.

On chargea la seconde pièce comme on avoit chargé la prémière, c'est-à-dire, d'un millier par 5 minutes; le prémier millier la fit plier de 3 lignes, le second d'un pouce 4 lignes, le troisième de 3 pouces, le quatrième de 5 pouces 9 lignes; on chargeoit le cinquième millier lorsque la pièce éclata tout-à-coup sous la charge de 4650 livres, elle avoit plié de 8 pouces; après ce prémier éclat on cessa de charger, la pièce continua d'éclater pendant une demi-heure, & elle baissa jusqu'à 13 pouces avant que de rompre entierement sous cette charge de 4650 livres.

La prémière pièce qui provenoit du pied de l'arbre avoit porté 5250 livres, & la seconde qui venoit du sommet 4650 livres, cette différence me parut trop grande pour statuer sur cette expérience, c'est pourquoi je crus qu'il falloit réitérer, & je me servis de la se-

conde pièce de 28 pieds de la ſixième expérience; elle avoit rompu en éclatant à 2 pieds du milieu du côté de la partie ſupérieure de la tige, mais la partie inférieure ne paroiſſoit pas avoir beaucoup ſouffert de la rupture, elle étoit ſeulement fendue de 4 à 5 pieds de longueur, & la fente qui n'avoit pas un quart de ligne d'ouverture pénétroit juſqu'à la moitié ou environ de l'épaiſſeur de la pièce; je réſolus malgré ce petit défaut, de la mettre à l'épreuve, je la peſai & je trouvai qu'elle peſoit 183 livres; je la fis charger comme les précédentes, on commença à midi 20 minutes, le prémier millier la fit plier de près d'un pouce, le ſecond de 2 pouces 10 lignes, le troiſième de 5 pouces 3 lignes, & un poids de 150 livres ajouté aux trois milliers la fit éclater avec grande force, l'éclat fut rejoindre la fente occaſionnée par la prémière rupture, & la pièce baiſſa de 15 pouces avant que de rompre entièrement ſous cette charge de 3150 livres. Cette expérience m'apprit à me défier beaucoup des pièces qui avoient été rompues *ou chargées auparavant, car il ſe trouve ici une différence de près de deux milliers ſur cinq dans la charge, & cette différence ne doit être attribuée qu'à la fente de la prémière rupture qui avoit affoibli la pièce.

* Pag. 310. in 4.

Etant donc encore moins ſatisfait après cette troiſième épreuve que je ne l'étois après les deux prémières, je cherchai dans le même terrein deux arbres dont la tige pût me fournir deux ſolives de la même longueur de 14 pieds ſur 5 pouces d'équarriſſage, & les ayant fait couper le 17 Mars, je les fis rompre le

19 du même mois ; l'une des pièces pesoit 178 liv. & l'autre 176 ; elles se trouvèrent heureusement fort saines & sans aucun défaut apparent ou caché ; la prémière ne plia point sous le prémier millier, elle plia d'un pouce sous le second, de 2 pouces ½ sous le troisième, de 4 pouc. ½ sous le quatrième, & de 7 pouc. ¼ sous le cinquième ; on la chargea encore de 400 liv. après quoi elle fit un éclat violent, & continua d'éclater pendant 21 minut. elle baissa jusqu'à 13 pouces, & rompit enfin sous la charge 5400 livres. La seconde plia un peu sous le prémier millier, elle plia d'un pouce 3 lign. sous le second, de 3 pouc. sous le troisième, de 5 pouces sous le quatrième, & de près de 8 pouces sous le cinquième, 200 livres de plus la firent éclater ; elle continua à faire du bruit & à baisser pendant 18 minutes, & rompit au bout de ce tems sous la charge de 5200 livres. Ces deux dernières expériences me satisfirent pleinement, & je fus alors convaincu que les pièces de 14 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage peuvent porter au moins 5 milliers, tandis que par la loi du levier elles n'auroient dû porter que le double des pièces de 28 pieds, c'est-à-dire, 3600 livres ou environ.

VIII. Expérience.

J'avois fait abattre le même jour 17 Mars, deux autres arbres dont la tige avoit environ 16 à 17 pieds de hauteur sans branches, & j'avois fait scier ces deux arbres en deux parties égales, cela me donna quatre solives de 7 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage ; de ces quatre solives je fus obligé d'en rebuter une qui

qui provenoit de la partie * inférieure de l'un de ces arbres, à cause d'une tare assez considérable, c'étoit un ancien coup de coignée que cet arbre avoit reçu dans sa jeunesse à 3 pieds ½ au-dessus de terre; cette blessure s'étoit recouverte avec le tems, mais la cicatrice n'étoit pas réunie & subsistoit en entier, ce qui faisoit un défaut très considérable, je jugeai donc que cette pièce devoit être rejettée. Les trois autres étoient assez saines & n'avoient d'autre défaut, sinon d'avoir été, la prémière tirée du pied, & les deux autres du sommet des arbres; la différence de leur poids le marquoit assez, car celle qui venoit du pied pesoit 94 livres, & des deux autres, l'une pesoit 90 liv. & l'autre 88 liv. ½. Je les fis rompre toutes trois le même jour 19 Mars, on employa près d'une heure pour charger la prémière; d'abord on la chargeoit de 2 milliers par 5 minutes, on se servit d'un gros équipage qui pesoit seul 2500 liv. au bout de 15 minutes elle étoit chargée de 7 milliers, elle n'avoit encore plié que de 5 lign. Comme la difficulté de charger augmentoit, on ne put dans les 5 minutes suivantes la charger que de 1500 livres, elle avoit plié de 9 lignes; mille livres qu'on mit ensuite dans les 5 minutes suivantes, la firent plier d'un pouce 3 lignes; autres mille livres en 5 minutes l'amenèrent à 1 pouce 11 lignes, encore mille livres à 2 pouces 6 lignes; on continuoit de charger, mais la pièce éclata tout-à coup & très violemment sous la charge de 11775 livres, elle continua d'éclater

* Pag. 311. in 4.

avec grande violence pendant 10 minutes, baiſſa juſqu'à 3 pouces 7 lignes, & rompit net au milieu.

La ſeconde pièce qui peſoit 90 livres fut chargée comme la prémière; elle plia plus aiſément, & rompit au bout de 35 minutes ſous la charge de 10950 liv. mais il y avoit un petit nœud à la face inférieure qui avoit contribué à la faire rompre.

La troiſième pièce qui ne peſoit que 88 liv. $\frac{1}{2}$ ayant été chargée en 53 minutes, rompit ſous la charge 11275 liv. J'obſervai qu'elle avoit encore plus plié que les deux autres, mais on manqua de marquer exactement les quantités dont ces * pièces plièrent à meſure qu'on les chargeoit. Par ces trois épreuves il eſt aiſé de voir que la force d'une pièce de bois de 7 pieds de longueur, qui ne devroit être que quadruple de la force d'une pièce de bois de 28 pieds, eſt à peu-près ſextuple.

*Pag. 312. in 4.

IX. Expérience.

Pour ſuivre plus loin ces épreuves & m'aſſûrer de cette augmentation de force en détail & dans toutes les longueurs des pièces de bois, j'ai fait abattre, toujours dans le même canton, deux Chênes fort clairs dont la tige portoit plus de 25 pieds ſans aucune groſſe branche; j'en ai fait tirer le 22 Mars 1740 deux ſolives de 24 pieds de longueur ſur 5 pouces d'équarriſſage; ces deux pièces étoient fort ſaines & d'un bois liant qui ſe travailloit avec facilité. La prémière peſoit 310 livres, & la ſeconde n'en peſoit que 307; je les ai fait charger avec un petit équipage de 500 livres par 5 minutes, la

pré-

première a plié de 2 pouces ſous une charge de 500 livres, de 4 pouces ½ ſous celle d'un millier, de 7 pouces ½ ſous 1500 liv. & de près de 11 pouces ſous 2000 liv. la pièce éclata ſous 2200, & rompit au bout de 5 minutes après avoir baiſſé juſqu'à 15 pouc. La ſeconde pièce plia de 3 pouces, 6 pouces, 9 pouces ½, 13 pouces ſous les charges ſucceſſives & accumulées de 500, 1000, 1500 & 2000 livres, & rompit ſous 2125 liv. après avoir baiſſé juſqu'à 16 pouces.

Il me falloit deux pièces de 12 pieds de longueur ſur 5 pouces d'équarriſſage pour comparer leur force avec celle des pièces de 24 pieds de l'expérience précédente; j'ai choiſi pour cela deux arbres le 23 Mars, qui étoient à la vérité un peu trop gros, mais que j'ai été obligé d'employer faute d'autres; je les ai fait abattre le même jour avec huit autres arbres, ſavoir, deux de 22 pieds, deux de 20, & quatre de 12 à 13 pieds de hauteur; j'ai fait travailler le lendemain ces deux prémiers arbres, & en ayant fait tirer deux ſolives de 12 pieds de longueur ſur 5 pouces d'équarriſſage, j'ai été un peu ſurpris de trouver que l'une des ſolives peſoit 156 liv. & que l'autre ne peſoit que 138 liv. je n'avois * pas encore trouvé d'auſſi grandes différences, même à beaucoup près, dans le poids de deux pièces ſemblables, je penſai d'abord, malgré l'examen que j'en avois fait, que l'une des pièces étoit trop forte & l'autre trop foible d'équarriſſage; mais les ayant bien meſurées par-tout avec un trouſſequin de Menuiſier, & enſuite avec un compas courbe, je reconnus qu'elles

X. Expérience.

* Pag. 313. n. 4.

 étoient

étoient parfaitement égales, & comme elles étoient saines & sans aucun défaut, je ne laissai pas de les faire rompre toutes deux, pour reconnoître ce que cette différence de poids produiroit. On les chargea toutes deux de la même façon, c'est-à-dire, d'un millier en cinq minutes; la plus pesante plia de $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$, 4, $5\frac{1}{2}$ pouces dans les 5, 10, 15, 20, 25 & 30 minutes qu'on employa à la charger, & elle éclata sous la charge de 6050 livres, après avoir baissé jusqu'à 13 pouces avant que de rompre absolument. La moins pesante des deux pièces plia de $\frac{1}{4}$, 1, 2, $3\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4}$, dans les 5, 10, 15, 20 & 25 minutes, & elle éclata sous la charge de 5225 livres, sous laquelle au bout de 7 à 8 minutes elle rompit entierement: on voit que la différence est ici à peuprès aussi grande dans les charges que dans les poids, & que la pièce légère étoit très foible. Pour lever les doutes que j'avois sur cette expérience, je fis tout de suite travailler un autre arbre de 13 pieds de longueur, & j'en fis tirer une solive de 12 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage; elle se trouva peser 154 livres, & elle éclata après avoir plié de 5 pouces 9 lignes sous la charge de 6100 livres. Cela me fit voir que les pièces de 12 pieds sur 5 pouces peuvent supporter environ 6000 livres, tandis que les pièces de 24 pieds ne portent que 2200, ce qui fait un poids beaucoup plus fort que le double de 2200 qu'elles auroient dû porter par la loi du levier. Il me restoit pour me satisfaire sur toutes les circonstances de cette expérience, à trouver pourquoi dans un même terrein il se trou-

trouve quelquefois des arbres dont le bois est si différent en pesanteur & en résistance; j'allai pour le découvrir, visiter le lieu, & ayant sondé le * terrein auprès du tronc de l'arbre qui avoit fourni la pièce légère, je reconnus qu'il y avoit un peu d'humidité qui séjournoit au pied de cet arbre par la pente naturelle du lieu, & j'attribuai la foiblesse de ce bois au terrein humide où il étoit crû, car je ne m'apperçus pas que la terre fût d'une qualité différente, & ayant sondé dans plusieurs endroits, je trouvai par-tout une terre semblable. On verra par l'expérience suivante, que les différens terreins produisent des bois qui sont quelquefois de pesanteur & de force encore plus inégales.

* Pag. 314. in 4.

XI. Expérience.

J'ai choisi dans le même terrein où je prenois tous les arbres qui me servoient à faire mes expériences, un arbre à peu-près de la même grosseur que ceux de l'expérience neuvième, & en même tems j'ai cherché un autre arbre à peu-près semblable au prémier dans un terrein différent; la terre est forte & mêlée de glaise dans le prémier terrein, & dans le second ce n'est qu'un sable presque sans aucun mêlange de terre. J'ai fait tirer de chacun de ces arbres une solive de 22 pieds sur 5 pouces d'équarrissage; la prémière solive qui venoit du terrein fort, pesoit 281 livres; l'autre qui venoit du terrein sablonneux, ne pesoit que 232 livres, ce qui fait une différence de près d'un sixième dans le poids. Ayant mis à l'épreuve la plus pesante de ces deux pièces, elle plia de 11 pouces 3 lignes avant que d'éclater, & elle baissa jusqu'à 19 pouces avant

que de rompre abſolument, elle ſupporta pendant 18 minutes une charge de 2975 livres; mais la ſeconde pièce qui venoit du terrein ſablonneux, ne plia que de 5 pouces avant que d'éclater, & ne baiſſa que de 8 pouces ½ dans ſon milieu, & elle rompit au bout de 3 minutes ſous la charge de 2350 livres, ce qui fait une différence de plus d'un cinquiéme dans la charge. Je rapporterai dans la ſuite quelques autres expériences à ce ſujet; mais revenons à notre échelle des réſiſtances ſuivant les différentes longueurs.

XII. Expérience. De deux ſolives de 20 pieds de longueur ſur 5 pouces d'équarriſſage, priſes dans le même terrein & miſes à * l'épreuve le même jour, la prémière qui peſoit 263 livres, ſupporta pendant 10 minutes une charge de 3275, & ne rompit qu'après avoir plié dans ſon milieu de 16 pouces 2 lignes; la ſeconde ſolive qui peſoit 259 livres, ſupporta pendant 8 minutes une charge de 3175 livres, & rompit après avoir plié de 20 pouces ½.

* Pag 315. in 4.

XIII. Expérience. J'ai enſuite fait faire trois ſolives de 10 pieds de longueur & du même équarriſſage de 5 pouces, la prémiére peſoit 132 livres, & a rompu ſous la charge de 7225 livres au bout de 21 minutes, & aprés avoir baiſſé de 7 pouces ½; la ſeconde peſoit 130 livres, elle a rompu après 20 minutes ſous la charge de 7050 livres, & elle a baiſſé de 6 pouces 9 lignes; la troiſième peſoit 128 livres ½, elle a rompu ſous la charge de 7100 livres, après avoir baiſſé de 8 pouces 7 lignes, & cela au bout de 18 minutes.

En comparant cette expérience avec la pré-

cé-

cédente, on voit que les pièces de 20 pieds sur 5 pouces d'équarrissage peuvent porter une charge de 3225, & celles de 10 pieds de longueur & du même équarrissage de 5 pouces, une charge de 7125, au-lieu que par les règles de la Méchanique elles n'auroient dû porter que 6450 livres.

Ayant mis à l'épreuve deux solives de 18 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, j'ai trouvé que la prémière pesoit 232 livres, & qu'elle a supporté pendant 11 minutes une charge de 3750 livres, après avoir baissé de 17 pouces, & que la seconde qui pesoit 231 livres, a supporté une charge de 3650 livres pendant 10 minutes, & n'a rompu qu'après avoir baissé de 15 pouces. XIV Expérience.

Ayant de même mis à l'épreuve trois solives de 9 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, j'ai trouvé que la prémière qui pesoit 118 liv. a porté pendant 58 minutes une charge de 8400 liv. après avoir plié dans son milieu de 6 pouces; la seconde qui pesoit 116 livres, a supporté pendant 46 minutes une charge de 8325 liv. après avoir plié dans son milieu de 5 pouces 4 lignes; & la troisième qui pesoit 115 liv. a supporté pendant 40 minut. une charge * de 8200 livres, & elle a plié dans son milieu de 5 pouces. XV. Expérience.

* Pag. 316. in 4.

Comparant cette expérience avec la précédente, on voit que les pièces de 18 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage portent 3700 livres, & que celles de 9 pieds portent 8308 livres $\frac{1}{3}$, au-lieu qu'elles n'auroient dû porter, selon les règles, que 7400 livres.

En-

XVI. Expérience. Enfin ayant mis à l'épreuve deux solives de 16 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, la prémière qui pesoit 209 livres a porté pendant 17 minutes une charge de 4425 livres, & elle a rompu après avoir baissé de 16 pouces; la seconde qui pesoit 205 livres a porté pendant 15 minutes une charge de 4275 livres, & elle a rompu après avoir baissé de 12 pouces $\frac{1}{2}$.

XVII. Expérience. Et ayant mis à l'épreuve deux solives de 8 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, la prémière qui pesoit 104 livres porta pendant 40 minutes une charge de 9900, & rompit après avoir baissé de 5 pouces, la seconde qui pesoit 102 livres, porta pendant 39 minutes une charge de 9675 liv. & rompit après avoir plié de 4 pouces 7 lignes.

Comparant cette expérience avec la précédente, on voit que la charge moyenne des pièces de 16 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, est 4350 liv. & que celle des pièces de 8 pieds & du même équarrissage est $9787\frac{1}{2}$, au-lieu que par la règle du levier elle devroit être de 8700 liv.

Il résulte de toutes ces expériences que la résistance du bois n'est point en raison inverse de la longueur, comme on l'a cru jusqu'ici, mais que cette résistance décroit très considérablement à mesure que la longueur des pièces augmente, ou si l'on veut, qu'elle augmente beaucoup à mesure que cette longueur diminue; il n'y a qu'à jetter les yeux sur la Table ci-jointe pour s'en convaincre, on voit que la charge d'une pièce de 10 pieds est le dou-

double & un neuvième de celle d'une pièce de 20 pieds ; que la charge d'une pièce de 9 pieds eſt le double & environ le huitième de celle d'une pièce de 18 pieds ; que la charge d'une pièce de 8 pieds eſt le double & un huitième preſque juſte de celle * d'une pièce de 16 pieds ; que la charge d'une pièce de 7 pieds eſt le double & beaucoup plus d'un huitième de celle de 14 pieds, deſorte qu'à meſure que la longueur des pièces diminue, la réſiſtance augmente, & cette augmentation de réſiſtance croit de plus en plus.

* Pag. 317. in 4.

On peut objecter ici que cette règle de l'augmentation de la réſiſtance qui croît de plus en plus à meſure que les pièces ſont moins longues, ne s'obſerve pas au-delà de la longueur de 20 pieds, & que les expériences rapportées ci-deſſus ſur des pièces de 24 & de 28 pieds prouvent que la réſiſtance du bois augmente plus dans une pièce de 14 pieds comparée à une pièce de 28, que dans une pièce de 7 pieds comparée à une pièce de 14, & que de même cette réſiſtance augmente plus que la règle ne le demande dans une pièce de 12 pieds comparée à une pièce de 24 pieds; mais il n'y rien là qui ſe contrarie, & cela n'arrive ainſi que par un effet bien naturel, c'eſt que la pièce de 28 pieds & celle de 24 pieds, qui n'ont que 5 pouces d'équarriſſage, ſont trop diſproportionnées dans leurs dimenſions, & que le poids de la pièce même eſt une partie conſidérable du poids total qu'il faut pour la rompre, car il ne faut que 1775 livres pour rompre une pièce de 28 pieds, & cette pièce peſe 362 livres. On voit bien que le poids de

la

la pièce devient dans ce cas une partie consi-dérable de la charge qui la fait rompre; & d'ailleurs ces longues pièces minces pliant beaucoup avant que de rompre, les plus petits défauts du bois, & sur-tout le fil tranché, contribuent beaucoup plus à la rupture.

Il seroit aisé de faire voir qu'une pièce pourroit rompre par son propre poids, & que la longueur qu'il faudroit supposer à cette pièce proportionnellement à sa grosseur, n'est pas aussi grande à beaucoup près qu'on pourroit l'imaginer; par exemple, en partant du fait aquis par les expériences ci-dessus, que la charge d'une pièce de 7 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage est de 11525, on concluroit tout de suite que la charge d'une pièce de 14 pieds * est de 5762 livres, que celle d'une pièce de 28 pieds est de 2881, que celle d'une pièce de 56 pieds est de 1440 livres, c'est-à-dire, la huitième partie de la charge de 7 pieds, parce que la charge de 56 pieds est huit fois plus longue; cependant bien loin qu'il fût besoin d'une charge de 1440 livres pour rompre une pièce de 56 pieds sur 5 pouces seulement d'équarrissage, j'ai de bonnes raisons pour croire qu'elle pourroit rompre par son propre poids. Mais ce n'est pas ici le lieu de rapporter les recherches que j'ai faites à ce sujet, & je passe à une autre suite d'expériences sur des pièces de 6 pouces d'équarrissage depuis 8 pieds jusqu'à 20 pieds de longueur.

* Pag. 318. in 4.

XVIII. Expérien-ce.

J'ai fait rompre deux solives de 20 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, l'une de ces solives pesoit 377 livres, & l'autre 375; la

la plus pesante a rompu au bout de 12 minutes sous la charge de 5025 livres, après avoir plié de 17 pouces ; la seconde qui étoit la moins pesante, a rompu en 11 minutes sous la charge de 4875 livres après avoir plié de 14 pouces.

J'ai ensuite mis à l'épreuve deux pièces de 10 pieds de longueur sur le même équarrissage de 6 pouces, la prémière qui pesoit 188 livres, a supporté pendant 46 minutes une charge de 11475 livres, & n'a rompu qu'en se fendant jusqu'à l'une de ses extrémités ; elle a plié de 8 pouces : la seconde qui pesoit 185 livr. a supporté pendant 44 minutes une charge de 11025 livres, elle a plié de 6 pouces avant que de rompre.

XIX. Expérience.

Ayant mis à l'épreuve deux solives de 18 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la prémière qui pesoit 334 livres, a porté pendant 16 minutes une charge de 5625 livres ; elle avoit éclaté avant ce tems, mais je ne pus appercevoir de rupture dans les fibres, desorte qu'au bout de deux heures & demie voyant qu'elle étoit toujours au même point, & qu'elle ne baissoit plus dans son milieu, où elle avoit plié de 12 pouces 3 lignes, je voulus voir si elle pourroit se redresser, & je fis ôter peu-à-peu tous les * poids dont elle étoit chargée ; quand tous les poids furent enlevés, elle ne demeura courbe que de deux pouces, & le lendemain elle s'étoit redressée au point qu'il n'y avoit que 5 lignes de courbure dans son milieu. Je la fis recharger tout de suite, & elle rompit au bout de 15 minutes sous une charge de 5475 livres, tandis qu'elle avoit sup-

* Pag. 319. in 4.

ſupporté le jour précédent une charge plus forte de 250 livres pendant deux heures & demie. Cette expérience s'accorde avec les précédentes, où l'on a vu qu'une pièce qui a ſupporté un grand fardeau pendant quelque tems, perd de ſa force, même ſans avertir & ſans éclater. Elle prouve auſſi que le bois a un reſſort qui ſe rétablit juſqu'à un certain point, mais que ce reſſort étant bandé autant qu'il peut l'être ſans rompre, il ne peut pas ſe rétablir parfaitement. La ſeconde ſolive qui peſoit 331 livres, ſupporta pendant 14 minutes la charge de 5500 livres, & rompit après avoir plié de 10 pouces.

Enſuite ayant éprouvé deux ſolives de 9 pieds de longueur ſur 6 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 166 liv. ſupporta pendant 56 minutes la charge de 13450 livres, & rompit après avoir plié de 5 pouces 2 lignes; la ſeconde qui peſoit 164 livres $\frac{1}{2}$, ſupporta pendant 51 minutes une charge de 12850 livres, & rompit après avoir plié de 5 pouces.

XX. Expérience. J'ai fait rompre deux ſolives de 16 pieds de longueur ſur 6 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 294 livres, a ſupporté pendant 26 minutes une charge de 6250 livres, & elle a rompu après avoir plié de 8 pouces; la ſeconde qui peſoit 293 livres, a ſupporté pendant 22 minutes une charge de 6475 livres, & elle a rompu après avoir plié de 10 pouces.

Enſuite ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 8 pieds de longueur ſur le même équarriſſage de 6 pouces, la prémière ſolive qui peſoit 149 livres, ſupporta pendant une heure

re 20 minutes une charge de 15700, & rompit après avoir baiſſé de 3 pouces 7 lignes; la ſeconde ſolive qui peſoit * 146 livres, porta pendant 2 heures 5 minutes une charge de 15350 livres, & rompit après avoir plié dans le milieu de 4 pouces 2 lignes. *Pag. 320. in 4.

XXI. Expérience.

Ayant pris deux ſolives de 14 pieds de longueur ſur 6 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 255 livres, a ſupporté pendant 46 minutes la charge de 7450 livres, & elle a rompu après avoir plié dans le milieu de 10 pouces: la ſeconde qui ne peſoit que 254 liv. a ſupporté pendant une heure 14 minutes la charge de 7500 livres, & n'a rompu qu'après avoir plié de 11 pouces 4 lignes.

Enſuite ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 7 pieds de longueur ſur 6 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 128 livres, a ſupporté pendant 2 heures 10 minutes une charge de 19250 livres, & a rompu après avoir plié dans le milieu de 2 pouces 8 lignes; la ſeconde qui peſoit 126 livres ½, a ſupporté pendant une heure 48 minutes une charge de 18650, elle a rompu après avoir plié de deux pouces.

XXII. Expérience.

Enfin ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 12 pieds de longueur ſur 6 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 224 livres, a ſupporté pendant 46 minutes la charge de 9200 livres, & a rompu après avoir plié de 7 pouces; la ſeconde qui peſoit 221 livres, a ſupporté pendant 53 minutes la charge de 9000 livres, & a rompu après avoir plié de 5 pouces 10 lignes.

J'aurois bien voulu faire rompre des ſoli-

ves

ves de 6 pieds de longueur pour les comparer avec celles de 12 pieds, mais il auroit fallu un nouvel équipage, parce que celui dont je me servois étoit trop large, & ne pouvoit passer entre les deux tréteaux sur lesquels portoient les deux extrémités de la pièce.

En comparant les résultats de toutes ces expériences, on voit que la charge d'une pièce de 10 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage est le double & beaucoup plus d'un septième de celle d'une pièce de 20 pieds; que la charge d'une pièce de 9 pieds est le double & beaucoup * plus d'un sixième de celle d'une pièce de 18 pieds; que la charge d'une pièce de 8 pieds est le double & beaucoup plus d'un cinquième de celle d'une pièce de 16 pieds; & enfin que la charge d'une pièce de 7 pieds est le double & beaucoup plus d'un quart de celle d'une pièce de 14 pieds sur 6 pouces d'équarrissage; ainsi l'augmentation de la résistance est encore beaucoup plus grande à proportion que dans les pièces de 5 pouces d'équarrissage. Voyons maintenant les expériences que j'ai faites sur des pièces de 7 pouces d'équarrissage.

* Pag. 321. in 4.

XXIII. Expérience.

J'ai fait rompre deux solives de 20 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la première de ces deux solives qui pesoit 505 livres a supporté pendant 37 minutes une charge de 8550 livres, & a rompu après avoir plié de 12 pouces 7 lignes; la seconde solive qui pesoit 500 liv. a supporté pendant 20 minutes une charge de 8000 livres, & a rompu après avoir plié de 12 pouces.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de

de 10 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 254 livres a ſupporté pendant 2 heures 6 minutes une charge de 19650 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 7 lignes avant que d'éclater, & baiſſé de 13 pouces avant que de rompre abſolument; la ſeconde ſolive qui peſoit 252 livres a ſupporté pendant une heure 49 minutes une charge de 19300 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces avant que d'éclater, & de 9 pouc. avant que de rompre entierement.

J'ai fait rompre deux ſolives de 18 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 454 liv. a ſupporté pendant une heure 8 minutes une charge de 9450 livres, & elle a rompu après avoir plié de 5 pouces 6 lignes avant que d'éclater, & de 12 pouces avant que de rompre: la ſeconde qui peſoit 450 livres a ſupporté pendant 54 minutes une charge de 9400 livres, & elle a rompu après avoir plié de 5 pouc. 10 lignes avant que d'éclater, & enſuite de 9 pouces 6 lignes avant que de rompre abſolument. XXIV. Expérience.

*Enſuite ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 9 pieds de longueur ſur le même équarriſſage de 7 pouces, la prémière ſolive qui peſoit 227 liv. a ſupporté pendant 2 heures 45 minutes une charge de 22800 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces une ligne avant que d'éclater, & de 5 pouces 6 lignes avant que de rompre abſolument; la ſeconde ſolive qui peſoit 225 liv. a ſupporté pendant 2 heures 18 minutes une charge de 21900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces

* Pag. 322. in 4.

11 lignes avant que d'éclater, & de 5 pouces 2 lignes avant que de rompre entierement.

XXV. Expérience. J'ai fait rompre deux ſolives de 16 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 406 liv. a ſupporté pendant 47 minutes une charge de 11100 livres, & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. 10 lignes avant que d'éclater, & de 10 pouces avant que de rompre abſolument; la ſeconde qui peſoit 403 livres, a ſupporté pendant 55 minutes une charge de 10900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 5 pouces 3 lign. avant que déclater, & de 11 pouces 5 lignes avant que de rompre entierement.

Enſuite ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 8 pieds de longueur ſur le même équarriſſage de 7 pouces, la prémière qui peſoit 204 livres a ſupporté pendant 3 heures 10 minutes une charge de 26150 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 9 lignes avant que d'éclater, & de 4 pouces avant que de rompre entierement; la ſeconde ſolive qui peſoit 201 liv. ½ a ſupporté pendant 3 heures 4 minutes une charge de 25950 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 6 lign. avant que d'éclater, & de 3 pouc. 9 lignes avant que de rompre entierement.

XXVI. Expérience. J'ai fait rompre deux ſolives de 14 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 351 liv. a ſupporté pendant 41 minutes une charge de 13600 liv. & elle a rompu après avoir plié de 4 pouces 2 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouces 3 lignes avant que de rompre; la ſeconde ſolive qui peſoit auſſi 351 liv. a ſupporté pendant * 58 minu-

* Pag. 323 in 4.

minutes une charge de 12850 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces 9 lignes avant que d'éclater, & de 8 pouces 1 ligne avant que de rompre obſolument.

Enſuite ayant fait faire deux ſolives de 7 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, & ayant mis la prémière à l'épreuve, elle étoit chargée de 28 milliers lorſque tout à coup toute la machine écroula, c'étoit la boucle de fer qui avoit caſſé net dans ſes deux branches, quoiqu'elle fût d'un bon fer quarré, de 18 lignes $\frac{2}{3}$ de groſſeur, ce qui fait 348 lignes quarrées pour chacune des branches, en tout 696 lignes de fer qui ont caſſé ſous ce poids de 28 milliers qui tiroit perpendiculairement; cette boucle avoit environ 10 pouces de largeur ſur 13 pouces de hauteur, & elle étoit à très peu près de la même groſſeur par-tout. Je remarquai qu'elle avoit caſſé preſque au milieu des branches perpendiculaires, & non pas dans les angles où naturellement j'aurois penſé qu'elle auroit dû rompre ; je remarquai auſſi avec quelque ſurpriſe, qu'on pouvoit conclurre de cette expérience qu'une ligne quarrée de fer ne devoit porter que 40 livres, ce qui me parut ſi contraire à la vérité, que je me déterminai à faire quelques expériences ſur la force du Fer, que je rapporterai dans la ſuite.

Je n'ai pas pu venir à bout de faire rompre mes ſolives de 7 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage. Ces expériences ont été faites à ma campagne, où il me fut impoſſible de trouver du fer plus gros que celui que j'avois employé, & je fus obligé de me contenter de faire faire une autre boucle pa-

reille à la précédente, avec laquelle j'ai fait le reste de mes expériences sur la force du bois.

XXVII. Expérience. Ayant mis à l'épreuve deux solives de 12 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la prémière qui pesoit 302 livres a supporté pendant une heure 2 min. la charge de 16800 livres & elle a rompu après avoir plié de 2 pouc. 11 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouces 6 lignes avant que de rompre totalement; la seconde solive qui pesoit 301 liv. a supporté pendant 55 minutes une charge de * 15550 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc. 4 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouces avant que de rompre entierement.

* Pag. 324. in 4.

En comparant toutes ces expériences sur des pièces de 7 pouces d'équarrissage, je trouve que la charge d'une pièce de 10 pieds de longueur est le double & plus d'un sixième de celle d'une pièce de 20 pieds; que la charge d'une pièce de 9 pieds est le double & près d'un cinquième de celle d'une pièce de 18 pieds; que la charge d'une pièce de 16 pieds est le double & beaucoup plus d'un cinquième de celle d'une pièce de 8 pieds; d'où l'on voit que non seulement l'unité qui sert de mesure à l'augmentation de la résistance, & qui est ici le rapport entre la résistance d'une pièce de 10 pieds, & le double de la résistance d'une pièce de 20 pieds; que non seulement, dis-je, cette unité augmente, mais même que l'augmentation de la résistance accroit toujours à mesure que les pièces deviennent plus grosses. On doit observer ici que les différences

pro-

proportionnelles des augmentations de la résistance des pièces de 7 pouces sont moindres en comparaison des augmentations de la résistance des pièces de 6 pouces, que celles-ci ne sont en comparaison de celles de 5 pouces; mais cela doit être, comme on le verra par la comparaison que nous ferons des résistances avec les épaisseurs des pièces.

Venons enfin à la dernière suite de mes expériences sur des pièces de huit pouces d'équarrissage.

XXVIII. Expérience.

J'ai fait rompre deux solives de 20 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage; la prémière qui pesoit 664 livres, a supporté pendant 47 minutes une charge de 11775 livres, & elle a rompu après avoir d'abord plié de 6 pouc. ½ avant que d'éclater, & de 11 pouces avant que de rompre absolument; la seconde solive qui pesoit 660 livres ½, a supporté pendant 44 minutes une charge de 11200 livres, & elle a rompu après avoir plié de 6 pouces juste avant que d'éclater, & de 9 pouces 3 lignes avant que de rompre entierement.

* Pag. 325. in 4.

* Ensuite ayant mis à l'épreuve deux pièces de 10 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage, la prémière qui pesoit 331 livres, a supporté pendant 3 heures 20 minutes la charge énorme de 27800 livres, après avoir plié de 3 pouces avant que d'éclater, & de 5 pouces 9 lignes avant que de rompre absolument; la seconde pièce qui pesoit 330 livres, a supporté pendant 4 heures 5 ou 6 minutes la charge de 27700 livres, & elle a rompu après avoir d'abord plié de 2 pouces 3 lignes avant que d'éclater, & de 4 pouces 5 lignes

avant que de rompre. Ces deux pièces ont fait un bruit terrible en rompant, c'étoit comme autant de coups de pistolet à chaque éclat qu'elles faisoient, & ces expériences ont été les plus pénibles & les plus fortes que j'aye faites; il fallut user de mille précautions pour mettre les derniers poids, parce que je craignois que la boucle de fer ne cassât sous cette charge de 27 milliers, puisqu'il n'avoit fallu que 28 milliers pour rompre une semblable boucle. J'avois mesuré la hauteur de cette boucle avant que de faire ces deux expériences, afin de voir si le fer s'alongeroit par le poids d'une charge si considérable, & si approchante de celle qu'il falloit pour le faire rompre; mais ayant mesuré une seconde fois la boucle, & cela après les expériences faites, je n'ai pas trouvé la moindre différence, la boucle avoit comme auparavant 12 pouces ½ de longueur, & les angles étoient aussi droits qu'auparavant.

XXIX. Expérience. Ayant mis à l'épreuve deux solives de 18 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage, la prémière qui pesoit 594 livres, a supporté pendant 54 minutes la charge de 13500 livres, & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. ½ avant que d'éclater, & de 10 pouces 2 lignes avant que de rompre; la seconde solive qui pesoit 593 livres, a supporté pendant 48 minutes la charge de 12900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. 1 ligne avant que d'éclater, & de 7 pouces 9 lignes avant que de rompre absolument.

XXX. Expérience. J'ai fait rompre deux solives de 16 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage; la prémière

mière de ces ſolives qui * peſoit 528 livres, a ſupporté pendant une heure 8 minutes la charge de 16800, & elle a plié de 5 pouces 2 lignes avant que d'éclater, & de 10 pouces environ avant que de rompre; la ſeconde pièce qui ne peſoit que 524 livres, a ſupporté pendant 58 minutes une charge de 15950 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces 9 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouces 5 lignes avant que de rompre totalement.

* Pag. 326. in 4.

XXXI. Expérience.

Enſuite j'ai fait rompre deux ſolives de 14 pieds de longueur ſur 8 pouces d'équarriſſage; la prémière qui peſoit 461 livres a ſupporté pendant une heure 26 minutes une charge de 20050 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces 10 lignes avant que d'éclater, & de 8 pouc. ½ avant que de rompre abſolument; la ſeconde ſolive qui peſoit 459 livres a ſupporté pendant une heure ½ la charge de 19500 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces 2 lignes avant que d'éclater, & de 8 pouces avant que de rompre entierement.

XXXII. Expérience.

Enfin ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 12 pieds de longueur ſur 8 pouces d'équarriſſage, la prémière qui peſoit 397 livres, a ſupporté pendant 2 heures 5 minutes la charge de 23900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces juſte avant que d'éclater, & de 6 pouc. 3 lignes avant que de rompre: la ſeconde qui peſoit 395 liv. ½, a ſupporté pendant 2 heures 49 minutes la charge de 23000 livres & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 11 lignes avant qne d'éclater, & de

6 pouces 8 lignes avant que de rompre entierement.

Voila toutes les expériences que j'ai faites ſur des pièces de 8 pouces d'équarriſſage. J'aurois deſiré pouvoir faire rompre des pièces de 9, de 8 & de 7 pieds de longueur, & de cette même groſſeur de 8 pouces, mais cela me fut impoſſible, parce que je manquois des commodités néceſſaires, & qu'il m'auroit fallu des équipages bien plus forts que ceux dont je me ſuis ſervi, & ſur leſquels, comme on vient de le voir, on mettoit près de 28 milliers en * équilibre; car je préſume qu'une pièce de 7 pieds de longueur ſur 8 pouces d'équarriſſage auroit porté plus de 45 milliers. On verra dans la ſuite ſi les conjectures que j'ai faites ſur la réſiſtance du bois pour des dimenſions que je n'ai pas éprouvées, ſont juſtes ou non.

* Pag. 327. in 4.

Tous les Auteurs qui ont écrit ſur la réſiſtance des Solides en général, & du bois en particulier, ont donné comme fondamentale la règle ſuivante: *La réſiſtance eſt en raiſon inverſe de la longueur, en raiſon directe de la largeur, & en raiſon doublée de la hauteur.* Cette règle eſt celle de Galilée, adoptée par tous les Mathématiciens, & elle ſeroit vraie pour des Solides qui ſeroient abſolument inflexibles & qui romproient tout à coup, mais dans les Solides élaſtiques, tels que le bois, il eſt aiſé d'appercevoir que cette règle doit être modifiée à pluſieurs égards. Mr. Bernoulli a fort bien obſervé que dans la rupture des corps élaſtiques une partie des fibres s'allonge, tandis que l'autre par-

partie se raccourcit, pour ainsi dire, en refoulant sur elle-même (†). On voit par les expériences précédentes, que dans les pièces de même grosseur la règle de la résistance en raison inverse de la longueur s'observe d'autant moins que les pièces sont plus courtes. Il en est tout autrement de la règle de la résistance en raison directe de la largeur & du quarré de la hauteur ; j'ai calculé la Table septième à dessein de m'assurer de la variation de cette règle, on voit dans cette Table les résultats des expériences, & au-dessous les produits que donne cette règle ; j'ai pris pour unités les expériences faites sur les pièces de 5 pouces d'équarrissage, parce que j'en ai fait un plus grand nombre sur cette dimension que sur les autres. On peut observer dans cette Table que plus les pièces sont courtes & plus la règle approche de la vérité, & que dans les plus longues pièces, comme celles de 18 & de 20 pieds, elle s'en éloigne ; cependant à tout prendre, on peut se servir de la règle générale avec les modifications nécessaires pour calculer la résistance des pièces de bois plus grosses & plus * longues que celles dont j'ai éprouvé la résistance ; car en jettant les yeux sur cette septième Table, on voit un grand accord entre la règle & les expériences pour les différentes grosseurs, & il règne un ordre assez constant dans les différences par rapport aux longueurs &

* Pag. 328 in 4.

(†) *Voyez son Mémoire dans ceux de l'Académie, année 1705.*

& aux grosseurs, pour juger de la modification qu'on doit faire à cette règle.

On trouvera dans le Volume suivant la suite de ce Mémoire.

TABLES DES EXPERIENCES SUR LA FORCE DU BOIS.

PREMIERE TABLE,

Pour les pièces de quatre pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids. des pièces.	Charges.	Tems employé à charger les pièces.		Flèches de la courbure des pièces dans l'instant où elles commencent à rompre.	
Pieds	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
7	60	5350	0	29	3	6
	56	5275	0	22	4	6
8	68	4600	0	15	3	9
	63	4500	0	13	4	8
9	77	4100	0	14	4	10
	71	3950	0	12	5	6
10	84	3625	0	15	5	10
	82	3600	0	15	6	6
12	100	3050	. . . .	. . . .	7	
	98	2925	. . . .	. . . .	8	

S E-

*SECONDE TABLE,

*Pag 329. in 4.

Pour les pièces de cinq pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Tems depuis le prémier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbure avant que d'éclater.	
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
7	94	11775	0	58	2	6
	88½	11275	0	53	2	6
8	104	9900	0	40	2	8
	102	9675	0	39	2	11
9	118	8400	0	28	3	
	116	8325	0	28	3	3
	115	8200	0	26	3	6
10	132	7225	0	21	3	2
	130	7050	0	20	3	6
	128½	7100	0	18	4	
12	156	6050	0	30	5	6
	154	6100	. . . .	. . . .	5	9
14	178	5400	0	21	8	
	176	5200	0	18	8	3
16	209	4425	0	17	8	1
	205	4275	0	15	8	2
18	232	3750	0	11	8	
	231	3650	0	10	8	2
20	263	3275	0	10	8	10
	259	3175	0	8	10	
22	281	2975	0	18	11	3
24	310	2200	0	16	11	
	307	2125	0	15	13	6
26						
28	364	1800	0	17	18	
	360	1750	0	17	22	

Pag. 330.
4.

*TROISIEME TABLE,

Pour les pièces de six pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des piéces.	Charges.	Tems depuis le prémier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbure avant que d'éclater.	
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
7	128	19250	1	49	On n'a pas pû observer la quantité dont les pièces de 7 pieds ont plié dans leur milieu, à cause de l'epaisseur de la boucle.	
	126½	18650	1	38		
8	149	15700	1	12	2	4
	146	15350	1	10	2	5
9	166	13450	0	56	2	6
	164½	12850	0	51	2	10
10	188	11475	0	46	3	
	186	11025	0	44	3	6
12	224	9200	0	31	4	
	221	9000	0	32	4	1
14	255	7450	0	25	4	6
	254	7500	0	22	4	2
16	294	6250	0	20	5	6
	293	6475	0	19	5	10
18	334	5625	0	16	7	5
	331	5500	0	14	8	6
20	377	5025	0	12	9	6
	375	4875	0	11	8	10

QUA-

* QUATRIEME TABLE,

* Pag. 331. in 4.

Pour les pièces de sept pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Tems depuis le prémier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbure avant que d'éclater.	
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
7						
8	204	26150	2	6	2	9
	$201\frac{1}{2}$	25950	2	13	2	6
9	227	22800	1	40	3	1
	225	21900	1	37	2	11
10	254	19650	1	13	2	7
	252	19300	1	16	3	
12	302	16800	1	3	2	11
	301	15550	1		3	4
14	351	13600	0	55	4	2
	351	12850	0	48	3	9
16	406	11100	0	41	4	10
	403	10900	0	36	5	3
18	454	9450	0	27	5	6
	450	9400	0	22	5	10
20	505	8550	0	15	7	10
	500	8000	0	13	8	6

* Pag. 332. in 4.

*CINQUIEME TABLE,

Pour les pièces de huit pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Tems depuis le prémier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbure avant que d'éclater.	
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
10	331	27800	2	50	3	
	330	27700	2	58	2	3
12	397	23900	1	30	3	
	395½	23000	1	23	2	11
14	461	20050	1	6	3	10
	459	19500	1	2	3	2
16	528	16800	0	47	5	2
	524	15950	0	50	3	9
18	594	13500	0	32	4	6
	593	12900	0	30	4	1
20	664	11775	0	24	6	6
	660½	11200	0	28	6	

*SIXIEME TABLE,

*Pag. 333. in 4.

Pour les charges moyennes de toutes les expériences précédentes.

Longueurs des pièces.	GROSSEURS.				
	4. pouces.	5. pouces.	6. pouces.	7. pouces.	8. pouces.
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*
7	5312	11525	18950		
8	4550	9787½	15525	26050	
9	4025	8308⅓	13150	22350	
10	3612	7125	11250	19475	27750
12	2987½	6075	9100	16175	23450
14	. . . .	5300	7475	13225	19775
16	. . . .	4350	6362½	11000	16375
18	. . . .	3700	5562½	9425	13200
20	. . . .	3225	4950	8275	11487½
22	. . . .	2975			
24	. . . .	2162½			
28	. . . .	1775			

SEP-

* Pag. 334. in 4.

*SEPTIEME TABLE.

Comparaiſon de la réſiſtance du bois, trouvée par les expériences précédentes, & de la réſiſtance du bois ſuivant la règle que cette réſiſtance eſt comme la largeur de la pièce, multipliée par le quarré de ſa hauteur, en ſuppoſant la même longueur.

Nota. Les Aſtériſmes marquent que les expériences n'ont pas été faites.

Longueurs des pièces.	GROSSEURS.				
	4 pouces.	5 pouces.	6 pouces.	7 pouces.	8 pouces.
Pieds	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*
7	5312 5901	11525	18950 $19915\frac{2}{5}$	*32200 $31624\frac{3}{5}$	48100 *$47649\frac{1}{5}$ $47198\frac{2}{5}$
8	4550 $5011\frac{1}{5}$	$9787\frac{1}{2}$	15525 $16912\frac{4}{5}$	26050 $26856\frac{9}{10}$	*39750 $40089\frac{3}{5}$
9	4025 $4253\frac{13}{15}$	$8308\frac{1}{3}$	13150 $14356\frac{4}{5}$	22350 $22798\frac{1}{5}$	*32800 34031
10	3612 3648	7125	11250 12312	19475 19551	27750 29184
12	$2987\frac{1}{2}$ $3110\frac{2}{5}$	6075	9100 $10497\frac{3}{5}$	16175 $16669\frac{4}{5}$	23450 $24883\frac{1}{5}$
14	. . . . .	5100	7475 $8812\frac{4}{5}$	13225 $13995\frac{1}{5}$	19775 $20889\frac{3}{5}$
16	. . . . .	4350	$6362\frac{1}{2}$ $7516\frac{4}{5}$	11000 $11936\frac{2}{5}$	16375 $17817\frac{3}{5}$
18	. . . . .	3700	$5562\frac{1}{2}$ $6393\frac{3}{5}$	9425 $10152\frac{4}{5}$	13200 $15155\frac{1}{5}$
20	. . . . .	3225	4950 $5572\frac{4}{5}$	8275 $8849\frac{2}{5}$	$11487\frac{1}{2}$ $13209\frac{3}{5}$

O B-

*OBSERVATIONS

* Pag 335. in 4.

Sur l'étendue & la hauteur de l'Inondation du mois de Décembre 1740.

Par Mr. BUACHE (a).

J'AI rapporté ſur le Plan général joint à ce Mémoire les différens Plans particuliers ſur leſquels j'ai marqué preſque jour par jour les différentes étendues de l'inondation, ſuivant que je l'avois obſervée moi-même dans les lieux les plus importans ; & comme il n'étoit pas poſſible que je me trouvaſſe partout en même jour, j'avois commis des perſonnes pour faire des obſervations que j'ai vérifiées auſſitôt qu'elles m'ont été remiſes.

La ſeule inſpection du Plan fait voir quelle a été l'étendue de ce débordement lors de la plus grande hauteur des eaux ; cette étendue eſt exprimée par des hachures depuis ſon extrémité juſqu'au bord de la Rivière.

Au-delà eſt une ligne ponctuée qui déſigne l'étendue juſqu'où l'eau a pénétré par deſſous terre, & a rempli les caves.

La prémière ligne, ou celle qui termine les hachures, donne le niveau de la ſurface du ſol, & la ſeconde peut nous conduire à imaginer en gros quelle doit être la nature de

(a) 7 Janvier 1741.

de l'intérieur du terrein, parce qu'entre les endroits où les caves n'ont pas été remplies d'eau, il s'en trouve dont le sol est moins élevé que celui de quelques autres endroits où l'eau a cependant pénétré; ce que l'on peut attribuer à des bancs souterrains de glaise, de tuf, ou même de roche, dont ces endroits sont probablement entourés.

Quant à la plus grande hauteur de l'eau, je l'ai prise plusieurs fois chaque jour avec la plus grande attention, & * même, lorsque la chose m'a été possible, en divers endroits un peu distans les uns des autres.

* Pag. 336. in 4.

Par la comparaison des différentes observations que j'ai faites le 25 Décembre à midi, à 2 heures & à 6 heures du soir, & le 26 à 7 heures du matin, jointes à l'information que je fis le 26 à l'Hôtel-de-Ville où j'avois fait des observations ces deux mêmes jours, le tems de la plus grande hauteur doit avoir été le 25 à 9 heures du soir.

Comparant cette plus grande hauteur du 25 Décembre à 9 heures du soir avec celle du 2 Mars 1711, prise sur une marque gravée sur l'intérieur de la porte du Bureau des Forts du Port St. Paul, j'ai trouvé une différence de 6 pouces dont la hauteur de l'eau en 1740 a surpassé celle de l'an 1711. J'ai préféré cette marque de la hauteur de l'eau en 1711 à plusieurs autres qui se trouvent en différens endroits, mais qui sont mises avec moins d'intelligence, & qui laissent quelques incertitudes sur le lieu précis auquel l'eau étoit parvenue.

On a marqué sur la Pile qui sépare la pré-

prémière & la feconde Arche du Pont-Royal une efpèce d'Echelle placée du côté intérieur: cette Echelle eft divifée en pieds, & fubdivifée en demi-pieds. Joignant la quantité dont l'eau avoit diminué le 2 Janvier 1741 avec la hauteur à laquelle elle touchoit alors fur cette Echelle, je trouve que lors de la plus grande hauteur elle a dû répondre à la divifion de l'Echelle, qui marqueroit 25 pieds 3 pouces.

En 1719, année dans laquelle les eaux furent très baffes, l'eau touchoit feulement à la divifion qui répond à 2 pieds 3 pouces de l'Echelle : ainfi c'eft une différence de 23 pieds entre cette moindre hauteur de 1719 & la plus grande de 1740. En 1731 l'eau fut encore plus baffe qu'en 1719, ce qui donne une différence encore plus confidérable entre la plus grande hauteur & la moindre.

Au refte les divifions de cette Echelle ne commencent pas à la ligne du fond de la Rivière auprès du Pont-Royal, * mais feulement à celle qui répond à la furface du banc nommé le Nœud d'aiguillette, qui fe trouve entre la demi-lune du Cours & Chaillot. Ce banc étant un des endroits où la Rivière a le moins de fond depuis Paris jufqu'à Rouen, il eft très important de favoir combien il y a d'eau au deffus ; c'eft pour cet objet que cette Echelle a été conftruite, & que le *Maître du Pont-Royal* fait favoir aux Marchands de Rouen quelle eft la hauteur de l'eau au deffus de ce banc de Chaillot. On voit par-là que pour avoir par cette Echelle la véritable hauteur de la Rivière au

* Pag. 337. in 4.

au deſſus du ſol de ſon lit, il faut y ajouter la différence qui ſe trouve entre le ſol du fond au Pont-Royal & celui du banc du Nœud d'aiguillette. Cette différence eſt de 14 pieds, dont le deſſus de ce banc eſt plus élevé que le ſol de la Rivière ſous l'Arche du milieu du Pont-Royal.

* Pag. 338. in 4.

* SUR LES INSTRUMENS QUI SONT PROPRES AUX EXPERIENCES DE L'AIR.

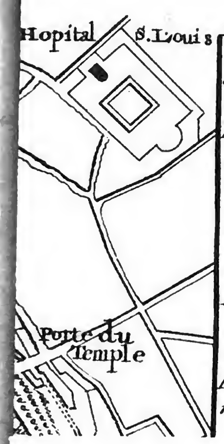
TROISIEME PARTIE.

Des Inſtrumens qui aſſortiſſent la Machine Pneumatique de Raréfaction.

Par Mr. l'Abbé NOLLET (a).

A peine la Machine du Vuide fut-elle inventée & connue, que les Phyſiciens s'empreſſèrent d'en faire uſage; la découverte des principales propriétés de l'air encore toute récente, la fit regarder avec raiſon comme un moyen d'apprendre bien des nouveautés, & on a vu depuis que cette idée avantageuſe étoit bien fondée. On ſe contenta d'abord de l'employer telle qu'elle étoit en ſortant des mains de

(a) 16. Juin 1741.



AVERTISSEMENT.

La partie du Plan chargée de hachures ondées désigne l'étenduë du Terrain que la Rivière occupa dans les Places, Ruës et Maisons qu'elle inonda lors de la plus grande élevation des eaux arrivée le 25. de décembre.

Les parties ombrées de la même sorte mais Détachées du Lit de la Rivière indiquent les Lieux inondés par les Egouts. [*marqués par une Etoile*]

Les deux Lignes ponctuées entre lesquelles on a mis des hachures plus foibles qui s'étendent audelà du Terrain inondé montrent jusqu'où l'Eau a pénétré par dessous terre et a rempli

de Boyle & de Papin qui l'avoient déja perfectionnée; mais l'envie de ſavoir dans une matière auſſi intéreſſante augmentant de plus en plus après les prémiers progrès, donna lieu à de nouvelles vues; l'induſtrie vint au ſecours du zèle & d'une louable curioſité, on imagina pluſieurs façons d'opérer, différens procédés avec leſquels la Machine du Vuide devint, ou plus généralement applicable aux expériences de ſon genre, ou capable d'opérer d'une manière plus promte, plus commode ou plus ſûre, ce qu'elle n'avoit fait jusqu'alors qu'imparfaitement, & avec beaucoup de peine de la part de celui qui s'en ſervoit.

Ce ſont ces nouveaux moyens ou ces additions utiles que j'entreprends de décrire ici, afin de les faire connoitre à ceux qui pourroient en avoir beſoin, & pour leur épargner les ſoins & le tems que cette recherche m'a coutés. Je ne * me donne point pour l'inventeur de tous ces Inſtrumens auxiliaires, la plupart ſont dus à la ſagacité de quelques Philoſophes d'un mérite connu, à qui j'aurai ſoin de les attribuer quand il en ſera queſtion: mes propres beſoins m'en ont fait imaginer pluſieurs, & l'uſage m'a fait connoitre ce que je devois changer ou ajouter à ceux que je n'ai point inventés.

* Pag. 339. in 4.

Parmi ces différentes Machines il y en a qui ſont d'un uſage plus fréquent ou plus général, d'autres ne conviennent qu'à quelques expériences particulières. Je traiterai d'abord & plus amplement des prémières, comme étant les plus importantes; & je me contenterai d'indiquer une partie des autres, & de les

les faire connoitre par une deſcription moins étendue.

On peut rappeller au prémier rang certaines pièces qui ſont partie des Machines Pneumatiques que j'ai décrites dans les Mémoires de l'année 1740 ; telles ſont les *Platines* que l'on peut ôter, & par le moyen deſquelles on conſerve le vuide dans un Récipient, ſans être obligé de le laiſſer appliqué à la Machine Pneumatique; les *Boites-à-cuirs* qui ſervent à tranſmettre les mouvemens dans le vuide; le *Rouet* ou la Machine de rotation avec laquelle on donne à ces mouvemens tranſmis tel degré de viteſſe que l'on veut, ſans laiſſer rentrer l'air extérieur. Toutes ces pièces que j'ai décrites précédemment, ſont autant d'appendices dont la Machine du Vuide a été augmentée, qui ont étendu ſon uſage à différentes ſortes d'opérations, ou bien à un plus grand nombre de la même eſpèce, & on ne peut diſconvenir de leur utilité & des facilités qu'elles offrent à ceux qui ont à travailler dans ce genre d'étude.

Mais de tous les Inſtrumens qui s'emploient avec la Machine Pneumatique aux expériences de l'air raréfié, il en eſt peu qui ſoient auſſi utiles, & dont on ait auſſi fréquemment beſoin, que celui qui meſure le degré de raréfaction. Dans toutes les épreuves qui ſe préſentent à faire, il ne ſuffit pas toujours de diminuer la denſité de l'air d'une * quantité quelconque, il importe ſouvent de ſavoir dans quel rapport on l'a mis avec celui de l'atmoſphère, & on travailleroit en aveugle en pareil cas, ſi l'on n'avoit pas quelque règle pour s'en

* Pag. 340. in 4.

s'en aſſurer. C'eſt une des choſes dont la néceſſité s'eſt fait ſentir bientôt à ceux qui ont fait uſage de la Machine du Vuide ; je vais examiner les moyens que l'on a employés juſqu'ici pour cet effet, & j'indiquerai celui qui m'a paru le meilleur.

Inſtrumens propres à faire connoitre à quel degré l'air a été raréfié avec la Machine du Vuide.

Le mouvement du mercure dans le Baromètre, univerſellement reconnu comme un effet immédiat de la preſſion plus ou moins grande de l'air, a paru le moyen le plus propre à indiquer le degré de raréfaction qu'on ſe propoſoit de connoitre ; & en effet ſi le mercure n'eſt élevé à 27 ou à 28 pouces dans cet Inſtrument que par la preſſion de l'air, lorſqu'il ſera renfermé ſous un Récipient, & qu'on le verra baiſſer, ce ſera ſans doute une marque qu'on a diminué la denſité de l'air qui s'oppoſoit à ſa chute, & les différens degrés d'abaiſſemens dans le tuyau déſigneront avec préciſion de combien l'air du Récipient eſt raréfié.

Ce moyen reçu d'abord & avoué de tout le monde comme le meilleur, fut employé depuis en différentes façons. La plus ſimple de toutes fut auſſi celle qu'on pratiqua la première, on plaça le Baromètre dans le vaiſſeau même où l'on faiſoit le vuide; mais ſoit qu'on y renfermât le tuyau tout entier, ſoit qu'on n'y mît que la partie inférieure en laiſſant excéder le reſte, l'opération étoit peu commode,

mode, & on étoit exposé à de fréquens accidens.

Ces inconvéniens firent abandonner cette prémière application du Baromètre, & on donna la préférence à une invention fort ingénieuse que je crois devoir attribuer à Mr. Papin, au moins paroit-il être le prémier qui l'ait mise en usage; au-lieu d'enfermer dans le Récipient la partie * inférieure du Baromètre, comme ont fait ceux à qui il a paru trop incommode de l'y faire entrer tout entier, ce Physicien imagina d'y faire passer seulement le bout supérieur du tube qu'il laissa ouvert, pendant que le reste placé perpendiculairement sous la platine, plongeoit par son autre extrémité dans un vase qui contenoit du mercure en suffisante quantité; ainsi ce tuyau ouvert de part & d'autre plongeant d'une part dans un réservoir, & de l'autre répondant à un vaisseau dans lequel on fait le vuide, est, à proprement parler, une Pompe aspirante dans laquelle le mercure est élevé par la pression de l'air extérieur, à mesure que l'on diminue la densité de celui qui est contenu dans le Récipient.

* Pag. 341. in 4.

On ne peut disconvenir que cette pratique ne soit plus commode que la prémière, & sujette à moins d'accidens; cependant pour en tirer tout l'avantage qu'elle promet, il faut faire attention à deux choses; 1. que le mercure & le tube soient toujours bien nets, & celui-ci d'un diamètre assez grand, afin que les frottemens ne fassent point trop d'obstacle aux efforts de l'air extérieur; 2. que l'on soit assuré par un Baromètre de comparaison de

la

la juſte hauteur à laquelle s'éleveroit le mercure, ſi la denſité de l'air étoit réduite à zéro dans le Récipient, comme on ſuppoſe qu'elle l'eſt dans la partie ſupérieure d'un Baromètre.

Si l'on néglige la prémière de ces précautions, on court riſque de raréfier l'air du Récipient plus qu'on ne s'eſt propoſé de le faire; car ſi le mercure trouve de la difficulté à ſe mouvoir dans le tuyau, cet obſtacle empêchera qu'il ne s'élève autant que lui permettroit de le faire la différence qu'on a fait naître entre les deux airs qui répondent aux deux extrémités du tuyau, l'air extérieur & l'air du Récipient; & l'erreur ſera juſtement plus grande dans le cas où elle ſera le plus à craindre, c'eſt-à-dire, quand on voudra faire des expériences ſur un air peu différent de ſon état naturel.

Il ſera pourtant aſſez difficile d'entretenir le même Inſtrument longtems net, parce que toutes les fois qu'on fait * rentrer l'air dans le Récipient, & par conſéquent dans le tuyau, qu'on doit conſidérer comme s'il en faiſoit partie, il y porte des vapeurs graſſes & humides dont il ſe charge en paſſant ou par le corps de la pompe ou par le robinet.

* Pag. 342. in 4°.

La ſeconde attention que j'ai recommandée, n'eſt pas moins néceſſaire que la prémière; car ſi l'on ne connoit point toute la valeur actuelle du poids de l'air extérieur, comment ſaura-t-on ce qu'il faut en déduire pour la réſiſtance de celui qui reſte dans le Récipient, ou, ce qui eſt la même choſe, le rapport qu'il y a entre leurs différentes denſités? Mais ſi

l'on

l'on veut s'en aſſurer par un Baromètre, il eſt néceſſaire de rappeller un fait qui eſt bien connu en Phyſique, c'eſt que les colonnes de mercure ne s'élèvent également dans ces ſortes de tubes, que quand les diamètres ſont égaux. Ainſi par l'Inſtrument dont il eſt ici queſtion, l'on ne jugeroit pas comme il faut du degré de raréfaction de l'air, en le comparant même à un Baromètre, à moins qu'on ne ſe fût aſſuré auparavant, ou de l'égalité, ce qui ſeroit le mieux, ou du rapport de leurs diamètres.

De ces deux prémières applications du Baromètre à la Machine du Vuide, l'une a le mérite d'être ſimple, mais on doit avouer qu'elle eſt incommode; l'autre embaraſſe moins l'expérience & le vaiſſeau dans lequel elle ſe fait, mais elle exige des attentions & de l'entretien. Mr. de Mairan qui par ſa propre expérience en a ſenti les défauts, nous en a procuré une troiſième qui eſt plus heureuſe, car elle a toute la ſimplicité de la prémière, & n'exige point les mêmes ſoins que la ſeconde. Il paroit même qu'on auroit pu jouir plutôt de cette invention, ſi l'on avoit ſuivi de plus près les procédés de Boyle, & ſi l'amour de la nouveauté n'avoit point fait tomber dans un parfait oubli ce que ce Philoſophe a pratiqué en pareil cas. L'Inſtrument dont il s'agit, peut ſe placer dans toutes ſortes de Récipiens ſans aucun embaras, & c'eſt par l'abaiſſement du mercure vers ſon niveau que l'on juge immédiatement & ſans aucune comparaiſon, du dégré auquel l'air eſt raréfié.

Ceux

*Ceux qui ont mis cette invention en usa- *Pag. 343. in 4.
ge dans ces derniers tems, ont reconnu comme moi les avantages qu'elle a sur celles du même genre qui ont été connues jusqu'ici; mais plusieurs ne sentant point assez les principes sur lesquels elle est fondée, ou bien parce qu'ils ont ignoré ou négligé certains phénomènes, dont les causes concourent à faire baisser le mercure, ont péché dans la construction de l'Instrument, & en ont fait une règle fausse, ou une mesure équivoque: c'est pourquoi non seulement je le décrirai tel qu'il est sorti des mains de son Auteur, mais je dirai en peu de mots ce que l'on a eu en vue en le construisant, & les précautions qu'on doit prendre pour le faire tel qu'il doit être.

Mr. de Mairan ayant considéré que dans la plupart des expériences du Vuide on ne commençoit à consulter le Baromètre d'épreuve que quand l'air étoit fort raréfié, & que la colonne de mercure n'étoit plus élevée que de quelques pouces au-dessus de son niveau, a jugé avec raison qu'en pareil cas un Baromètre dont on auroit retranché une grande partie, rendroit le même service, & que le tube étant, par exemple, réduit à 4 pouces de longueur, le mercure commenceroit à baisser lorsque l'air seroit assez raréfié pour faire perdre au Baromètre entier 23 pouces $\frac{1}{2}$ de sa hauteur moyenne; que l'on pouvoit par conséquent supprimer cette longueur superflue de tuyau fragile & embarassant dans un grand nombre d'occasions.

Mais ce retranchement si commode doit se faire sans aucun préjudice aux qualités essentiel-

tielles. Mr. de Mairan a ſans doute prétendu que le Baromètre tronqué ne ceſſeroit pas d'être un bon Baromètre, qu'il feroit dans l'air raréfié ce que doit faire dans l'air libre celui qui a toute ſon étendue; ainſi l'on doit être ſoigneuſement attentif à procurer au mercure toute la mobilité poſſible, & à écarter toutes les cauſes étrangères qui pourroient ou favoriſer l'action de l'air ſur la ſurface du réſervoir, ou diminuer ſon effet.

Il ne ſuffit donc point de prendre au hazard un petit * tube de verre ſcellé par un bout, renflé par l'autre, & recourbé comme on le voit en la Figure 1, & d'y faire couler du mercure juſqu'à ce qu'il paroiſſe plein, comme ont fait pluſieurs de ceux qui ont voulu profiter de cette invention: je ferai voir, en traitant exprès des Inſtrumens météorologiques, qu'il faut s'y prendre autrement pour conſtruire un Baromètre, ſi l'on veut qu'il ait les qualités requiſes. Je dirai ſeulement ici que ſi lon ſe contente de faire couler du mercure dans un tube, il y reſte toujours de l'air attaché aux parois du verre, ou diviſé en petites bulles dans le mercure même; par ſucceſſion de tems cet air gagne la partie ſupérieure du tuyau, car peu-à-peu celui qui tient aux parois, cède aux fréquens frottemens de la colonne de mercure qui s'y meut, & les petites bulles répandues dans la maſſe ſe dilatent & gagnent le haut par leur excès de légereté, quand le vuide s'y fait par l'abaiſſement du mercure: cet air enfin tend à ſe dilater, & ſes efforts concourent avec le poids de la colonne; ainſi quand elle baiſſe, on n'eſt point en

* Pag. 344. in 4.

en droit de prendre cette diminution comme la juste mesure de la raréfaction de l'air opérée par la Machine Pneumatique.

Mais s'il y a de l'air au-dessus du mercure dans le tuyau, ne s'en appercevra-t-on pas d'abord si la quantité en est considérable? & s'il y en a très peu, doit-on le regarder comme un défaut de quelque conséquence?

S'il s'agissoit ici d'un tube dont la longueur excédât 2 pieds $\frac{1}{2}$, & dans lequel il restât un espace de 3 ou 4 pouces au-dessus du mercure, comme sont les Baromètres ordinaires, il est vrai qu'en l'inclinant un peu on s'appercevroit aisément si quelque partie d'air un peu considérable en occupoit la partie supérieure; il est encore vrai que s'il n'y en avoit que très peu, on ne devroit pas en craindre beaucoup les effets, parce que cet air ayant tout lieu de s'étendre dans la partie du tube qui reste vuide, ne feroit point une opposition sensible à l'ascension du mercure.

Mais il n'en est pas de même à l'égard du Baromètre * tronqué: comme il est entierement plein, s'il se trouve de l'air en la partie d'en-haut, cet air exercera tout son ressort contre la colonne de mercure, & ajoutera au poids de ce fluide une nouvelle puissance pour contrebalancer la pression de l'air qui répond à la base.

* Pag. 345. in 4.

Une autre source d'erreur qui peut encore en imposer, c'est que si le tube est capillaire (& il en a encore sensiblement les propriétés quand il n'a qu'une ligne $\frac{1}{2}$ de diamètre) le mercure, comme l'on sait, se comportant dans ces sortes de tuyaux tout autrement que les au-

autres liqueurs, ſe tiendra plus bas qu'il ne feroit, s'il n'obéiſſoit qu'à ſon poids mis en équilibre avec l'air raréfié.

C'eſt pour avoir été trompé par ces différens effets, qu'on a qu'elquefois attribué à des Machines Pneumatiques des perfections qu'elles n'avoient pas réellement, & qu'elles ne pouvoient pas même avoir, comme de faire deſcendre le Baromètre à ſon niveau ou audeſſous; je dis des perfections qu'elles ne pouvoient pas avoir, car en les ſuppoſant faites avec la plus ſévère exactitude, on ſait qu'elles ne peuvent que raréfier l'air, qu'elles ne réduiſent point ſa denſité à zéro. C'eſt pour cette raiſon ſans doute que Mr. Boerhaave dans ſa Chymie, en conſidérant les différens milieux réſiſtans ſelon l'ordre de leur denſité, diſtingue le Vuide de Boyle de celui de Toricelli, à qui il donne le prémier rang. Il eſt donc auſſi peu poſſible de faire deſcendre le Baromètre à ſon niveau par la ſeule action de cette Machine, que de faire naître l'équilibre entre quelque choſe & rien.

Pour prévenir les inconvéniens dont je viens de parler, & pour être en droit de compter les degrés de raréfaction de l'air par la meſure de l'abaiſſement du mercure dans le Baromètre tronqué, ſans avoir égard à aucune autre cauſe, je conſtruis cet Inſtrument de la manière qui ſuit.

A, *B*, *C*, (*Fig.* 2.) eſt un Siphon renverſé, dont le tuyau a par-tout 2 lignes ½ de diamètre, ſcellé hermétiquement en *C*, & ouvert de toute ſa largeur en *A*; je dis * qu'il a partout le même diamètre, pour faire entendre

* Pag. 346. in 4.

qu'en

qu'en le pliant en *B*, il faut avoir soin d'éviter les étranglemens, afin que cete sinuosité ne nuise point au mouvement du mercure.

Je fais couler dans la branche *CB*, du mercure bien purifié, & que j'ai fait bouillir pendant quelques minutes pour en dégager l'air. Quand cette jambe du Siphon est presque remplie, je la passe suivant sa longueur à travers la flamme d'une Lampe d'Emailleur, ou sur des charbons ardens, & je fais ainsi bouillir le mercure jusqu'à ce que je n'y apperçoive plus aucune bulle d'air qui l'interrompe. Je le laisse un peu refroidir, & j'achève de l'emplir jusqu'en *D*, observant toujours d'en faire sortir l'air que j'y apperçois, en chauffant cette partie avec ménagement, & en y introduisant un fil de fer fort mince. Ensuite sur une rondelle de plomb qui a environ un pouce de diamètre & 5 ou 6 lignes d'épaisseur, j'attache perpendiculairement une petite règle de bois mince, large de 9 à 10 lignes, & couverte d'un papier blanc collé, comme le représente la Figure 3; j'y présente le Baromètre pour marquer la surface inférieure du mercure par la ligne *EF*, & l'extrémité supérieure de la colonne par *GH*; je divise l'espace compris entre ces deux lignes, en deux parties égales par *IK*, je partage la moité *GH*, *IK*, en pouces & en lignes, & j'y attache le Baromètre, comme on le voit Fig. 4.

Après avoir détaillé, comme j'ai fait ci-dessus, les défauts de construction que j'avois remarqués dans cet Instrument, il est inutile que je m'étende davantage sur ce qu'on doit attendre de son exactitude, si l'on suit le pro-

cédé que je viens d'exposer; le mercure employé plus pur dans un tuyau plus large & plus égal, aura des mouvemens plus libres, & les deux branches étant de même diamètre, n'auront rien qui tienne du tuyau capillaire.

Quant à la longueur du Baromètre tronqué, dans la plupart des expériences où il est nécessaire, il suffit qu'il ait 2 ou 3 pouces au-dessus de la ligne du niveau *IK*; mais * comme il coute peu d'en avoir plusieurs, & qu'on peut avoir besoin de connoître au juste l'état d'un air moins raréfié, il est bon d'en faire qui ayent 6 à 7 pouces de marche; ils pourront encore être enfermés sous de grands Récipiens; & pour ne rien laisser à desirer sur cette matière, je finirai cet article par la description d'un Baromètre d'épreuve qui a toute son étendue, & qui s'ajuste sans embaras & dans le moment qu'on en a besoin, à des Récipiens de différentes capacités.

* Pag. 347. in 4.

MN (*Fig.* 5.) est un Tube de verre qui a 30 pouces de longueur & 2 lignes de diamètre intérieur, rempli de mercure purifié, & avec les précautions énoncées ci-dessus; il est plongé dans un petit vase de verre *OP*, qui a intérieurement 14 lignes de diamètre au plus large, & qui contient du mercure jusqu'en *OP*. L'un & l'autre sont attachés ensemble par une petite zone de peau mince, liée d'une part au Tube, & de l'autre au cou du petit vase, desorte que le tout considéré comme on le voit en la Figure 5, est un véritable Baromètre.

La partie inférieure se renferme dans une boite

boite cylindrique de verre (*Fig.* 6.) qui a environ 2 pouces de diamètre & 3 pouces de hauteur, fermée par en-haut d'un couvercle de cuivre dont le fond eſt percé au centre, & ſurmonté d'une virole dans laquelle on fait paſſer le Tube pour y être cimenté; des deux côtés de la virole & ſur le fond on a fixé deux petites platines de cuivre *R*, *S*, auxquelles on attache une petite règle de bois couverte de papier, qui porte la gradation. L'autre bout de la boite eſt fermé pareillement par un couvercle, dont le fond eſt auſſi percé au centre, & porte une virole *T* qui eſt extérieurement une vis propre à s'ajuſter aux Récipiens qui ſont préparés, comme on l'a dit, pour recevoir les boites-à-cuirs. *Voyez la Figure* 7.

Comme cet inſtrument ne doit ſervir que dans les occaſions où l'air ſera peu raréfié, la colonne de mercure ne baiſſera jamais d'une quantité aſſez grande pour changer ſenſiblement la hauteur de la ſurface du mercure dans le * réſervoir, dont le diamètre eſt fort grand relativement à celui du tuyau, c'eſt pourquoi on pourra négliger l'élévation de la baſe, en comptant les degrés d'abaiſſemens du mercure par les gradations de la planche.

* Pag. 348. in 4°.

Si les Baromètres d'épreuve font connoître à quel degré l'air eſt raréfié, ils ont encore un autre mérite, en ce qu'ils ſont très propres à indiquer ſi la Machine Pneumatique avec laquelle on les emploie, eſt exacte ou défectueuſe; car ſi le mercure ne reſte pas conſtamment auſſi bas qu'on l'a fait deſcendre, c'eſt une marque certaine que l'air rentre dans

le Récipient, à moins qu'on n'y ait renfermé des matières qui en fourniſſent.

Moyen que l'on peut employer commodément pour faire le Vuide en fort peu de tems.

En liſant les expériences qui ont été faites par quelques Phyſiciens ſur la durée de la vie des Animaux dans le vuide, & en général toutes celles où il a fallu tenir compte du tems auſſi-bien que de l'état des corps placés dans un air fort rare, il m'a toujours paru qu'il manquoit à leurs réſultats un degré de justeſſe & de préciſion ſans lequel elles perdent ſouvent beaucoup de leur mérite. Sur trois minutes, par exemple, qu'on accuſe, quand j'ai tout lieu de croire qu'il y en a une de plus ou de moins, quel cas puis-je faire d'une telle expérience, ſi la meſure du tems y eſt une choſe abſolument néceſſaire? c'eſt pourtant la circonſtance où je me trouve toutes les fois que je lis qu'il arrive telle ou telle choſe à un corps, quand il eſt tant de tems dans le vuide; car ſoit qu'on date du prémier coup de piſton ou du dernier, l'expreſſion eſt fauſſe, & je demeure d'autant plus incertain, que j'ignore le tems qu'on a mis entre l'un & l'autre.

C'eſt pour donner lieu de conſtater des faits où il reſte de pareilles incertitudes, & pour faciliter des épreuves dont on ſeroit peut-être
*Pag 349. dégouté par la crainte de les trouver * trop
in 4. difficiles dans l'exécution, que j'expoſerai ici un moyen que j'ai imaginé pour raréfier l'air promtement, & qui me réuſſit tout au mieux quand

quand je puis me ſervir d'un petit vaiſſeau, ou que je n'ai pas beſoin d'une raréfaction pouſſée à ſes derniers degrés, & on peut dire que ce ſont les cas les plus ordinaires.

Le procédé dont il s'agit ici eſt fort ſimple, on le peut ſuive ſans embaras, il ne cauſe aucune nouvelle dépenſe à quiconque eſt en poſſeſſion d'une Machine Pneumatique, ſemblable à l'une de celles dont j'ai donné la deſcription (*a*); & pour donner une idée de l'effet & de la promptitude avec laquelle il s'exécute, l'uſage que j'en ai me met en droit d'aſſurer qu'en une ſeconde de tems tout au plus, on peut faire deſcendre le mercure à moins d'un pouce de ſon niveau dans un Récipient capable de contenir un Pigeon. Voila ce qu'on peut faire ſans ſe jetter dans de nouveaux fraix ; mais on feroit davantage s'il en étoit beſoin, en ſuivant la même voie avec quelque dépenſe de plus qui ne ſeroit pas conſidérable.

Il faut appliquer à la Machine Pneumatique le Récipient le plus grand qu'on ait, c'eſt-à-dire, un de ceux qui ont environ 9 pouces de diamètre ſur 10 ou 11 de hauteur, ouvert par le haut, & garni d'une virole de cuivre avec un fond comme pour recevoir une boite-à-cuir. Sur ce grand vaiſſeau il faut établir une des platines mobiles dont nous avons parlé au ſujet de la Machine Pneumatique ſimple, avec ſon robinet, comme il eſt repréſenté dans la Figure 8, & ſur cette platine un cuir

(*a*) *Voyez les Mémoir. de l'Académie* 1740. *pag.* 544. & 715.

cuir mouillé & un Récipient le plus petit que pourra le permettre l'expérience qu'on aura à faire.

Le Canal du robinet doit avoir au moins 2 lignes ½ de diamètre, & la clef doit être percée comme celle de la Machine Pneumatique simple, c'est-à-dire, qu'outre le trou *X* (*Fig.* 9.) qui la traverse diamétralement, & qui est aussi large que le canal, elle est encore percée d'un petit trou oblique *VY* qui communique avec un autre *YZ* qu'on a pratiqué dans l'axe, & qui ne doit point atteindre le trou *X*.

* Pag. 350. in 4. * Tout étant disposé comme on le voit Figure 8, il faut fermer le grand Récipient avec le robinet, & raréfier l'air qu'il contient, jusqu'à ce que le Baromètre d'épreuve soit aussi près de son niveau qu'il est possible de l'en approcher; si on place ensuite un Récipient sur la petite platine, & qu'on ouvre la communication entre les deux vaisseaux, on conçoit bien que l'air du dernier se partagera entre les deux capacités suivant le rapport qu'elles ont entr'elles, & avec presque toute la vitesse d'un ressort qui se débande, & d'un fluide à qui on a ménagé un passage assez libre.

Il est vrai que pour arriver à ce prémier effet, il en coute l'évacuation d'un grand vaisseau, qui est assez pénible, elle le seroit même trop, si l'on avoit beaucoup d'expériences de cette espèce à faire de suite, & s'il falloit à chaque fois répéter le même travail; mais j'ai prévenu cet inconvénient par la construction du robinet.

Quand on voudra lever de dessus sa platine le

le Récipient dans lequel s'est passée l'expérience, c'est-à-dire, le plus petit, il faudra bien se garder de rendre l'air par le robinet de la Machine Pneumatique, car on voit bien que le grand vaisseau se rempliroit d'air, & que pour une seconde opération il faudroit recommencer sur nouveaux fraix tout ce qu'on a fait pour la prémière; il faudra seulement tourner la clef du robinet de communication de manière que le trou *VY* regarde la petite platine, alors l'air extérieur rentrera dans le petit Récipient par le canal *ZY*, & donnera la liberté de l'ôter, le plus grand conservera son état, & pour recommencer l'expérience, il suffira de donner quelques coups de piston, afin d'évacuer la petite quantité d'air qui s'y sera introduite par la communication des deux vaisseaux.

Si l'on avoit à faire quelque épreuve pour laquelle il ne fût pas suffisant de raréfier l'air autant qu'il est possible de le faire avec cette préparation, il ne s'agiroit, comme on voit, que d'être muni d'un plus grand vaisseau; mais il y aura bien peu d'occasions où l'on ait besoin d'une raréfaction d'air poussée aussi loin, & où on ne puisse même souffrir * une moindre différence que celle dont j'ai fait mention entre les capacités des deux Récipiens.

* Pag. 352. in 4.

Le moyen que je viens d'indiquer, met à portée non seulement de raréfier l'air presque subitement, mais encore de prévoir & de regler d'avance son degré de raréfaction; car il ne s'agit pour cela que d'employer des vaisseaux dont les capacités soient en rapports connus, & on pourra varier aisément ces rap-

ports sans être obligé d'avoir un grand nombre de Récipiens de différentes grandeurs, en mettant dans le plus grand quelque corps solide qui y tienne plus ou moins de place.

Disposition d'Instrumens commodes pour examiner une portion d'Air prise au hazard ou avec choix, soit dans l'atmosphère, soit dans un lieu rempli à dessein de vapeurs ou d'exhalaisons connues.

Dans la plupart des expériences que l'on a faites sur l'air avec la Machine du Vuide, il semble que l'on ait presque borné ses vues aux seuls effets de sa pesanteur & de son ressort; il en est peu, en comparaison des autres, dans lesquelles on l'ait considéré comme un fluide mêlé avec d'autres matières, pour savoir ce qu'il est ou ce qu'il n'est pas en conséquence de ces parties étrangères. C'est pourtant son état ordinaire d'être ainsi mêlé, & s'il nous est utile de connoître les propriétés inséparables du milieu dans lequel nous passons notre vie, rien n'est plus digne aussi de notre attention que d'apprendre, s'il est possible, ce que nous devons craindre ou attendre de ses qualités accidentelles. La difficulté sera sans doute de les connoître, & de savoir au juste d'où elles dépendent; mais nous sommes redevables à l'expérience de tant de connoissances auxquelles il semble qu'on n'eût jamais dû prétendre, que nous ne devons désespérer de rien.

Ayant depuis longtems tourné mes vues vers cette partie de la Physique, j'ai cherché des

des moyens qui puſſent * faciliter mon travail; j'en ai trouvé pluſieurs dans les Auteurs qui ont écrit ſur ce ſujet, & nommément dans l'excellent Ouvrage de Mr. Halles, qui a pour titre, *Analyſe de l'Air.* Mais comme ces procédés n'ont preſque rien de commun avec la Machine du Vuide, je les regarde comme étrangers à mon objet préſent, & pour me renfermer dans les bornes de mon titre, je décrirai ſeulement ceux qui ont un rapport direct avec la Pompe Pneumatique.

* Pag. 352. in 4.

En conſtruiſant les Inſtrumens dont je vais parler, je me ſuis propoſé de les rendre tels, qu'avec leur ſecours on pût appliquer à la Machine du Vuide ſucceſſivement ou en même tems, pluſieurs portions d'air, dont les rapports fuſſent toujours connus, ſoit pour la quantité, ſoit pour la denſité, ſoit pour la température; j'ai voulu de plus que ces maſſes d'air ſoumiſes à l'expérience, ou comparées enſemble, ne tinſſent rien des vaiſſeaux qui doivent les renfermer, & que tout ce qu'elles pourroient contenir de matières étrangères fût connu.

Pour remplir la prémière de ces conditions, j'adapte à la Machine Pneumatique une platine de cuivre garnie d'un bord, comme celles dont j'ai parlé ci-deſſus, longue d'un pied, large de 6 pouces, dont le plan repréſenté par la Figure 10, eſt terminé par deux lignes parallèles & par deux demi-cercles.

A 4 pouces ½ de diſtance du centre de cette pièce, dans le grand & dans le petit axe, on a pratiqué trois vis percées *A*, *B*, *C*, qui excèdent

cèdent le plan d'environ $\frac{3}{4}$ de pouce, & semblabls à celle de la platine fixe.

Au revers de la même pièce est une grande virole ronde ou triangulaire *D E* (*Fig.* 11.) qui a un pouce $\frac{1}{2}$ de hauteur, & dont le fond percé en *F* en forme d'écrou, peut s'ajuster à la Machine du Vuide. Cette espèce de boite doit être exactement soudée de toute part, & renfermer dans sa circonférence les petits canaux formés par les trois vis *A*, *B*, *C*.

Sur la platine que je viens de décrire, j'établis deux *Récipiens de capacités connues, dont l'intérieur peut communiquer avec la Pompe par *A* & *B*, comme on le peut voir par la Fig. 12. Les vaisseaux de cette espèce sont d'une forme à pouvoir être aisément lavés, séchés, essuyés autant de fois qu'il en sera besoin ; & pour empêcher que le plan qui leur sert de base ne procure quelque humidité au volume d'air qu'ils renferment, au-lieu de les y appliquer avec des cuirs mouillés ou graissés dont on se sert ordinairement, il faut, après les avoir placés immédiatement sur le cuivre bien net, les y luter par le moyen d'un cordon de cire ramollie avec un peu de térébentine, & cela satisfait autant qu'il est possible à la seconde condition, c'est-à-dire, qu'avec ces précautions l'air qu'on renferme ne contracte du vaisseau que ce qui peut s'exhaler du vaisseau même ou de la base.

*Pag. 353. in 4.

Les choses étant ainsi disposées, il est évident que la pompe agit également & dans le même tems sur deux portions d'air dont il est

aisé

aiſé de comparer les quantités par les capacités des Récipiens ; le Baromètre d'épreuve dont on a donné la deſcription ci-deſſus (*Fig.* 7.) placé en *C* (*Fig.* 12.) peut apprendre pendant tout le tems de l'expérience quel eſt le degré actuel de raréfaction, & on peut s'aſſûrer de la température par un Termomètre placé dans le lieu où l'on opère, ou dans le Récipient même ſi on avoit lieu de croire que cela fût néceſſaire.

Si l'on n'avoit jamais à éprouver que l'air de l'atmoſphère, tel qu'il eſt dans ſon état naturel, les Récipiens pourroient être de ceux que j'ai nommés *à boutons*, & qui ſont toujours fermés par le haut ; mais ſouvent on voudra que cette portion d'air qui doit faire le ſujet de l'expérience, ſoit plus ou moins pure qu'on ne le trouve naturellement, on voudra qu'il ſoit préparé & plus connu que celui qu'on renferme au hazard quand on poſe le vaiſſeau ſur la platine ; c'eſt pourquoi j'emploie ici des Récipiens ouverts & garnis de robinets, comme on le voit en la Figure 12, ce qui donne lieu de les remplir de tel air qu'on voudra quand on les aura évacués.

*Comme il eſt important que ce nouvel air qu'on introduit, ſoit tel qu'on le croit être, & qu'il ne contracte rien dans ſon paſſage, on ne peut trop recommander de tenir fort court le canal de chaque robinet, & de le nettoyer ſouvent, ainſi que le trou de la clef qui en fait partie.

* Pag. 354. in 4.

Cette prémière préparation qui met en état de faire agir la pompe également ſur deux portions d'air, ne permet pas qu'on les compare

pare en même tems par les différences de densité ; il pourroit arriver cependant qu'on eût besoin d'une telle comparaison, & c'est pour en donner les moyens que je propose de faire ce qui suit.

Ajustez sur une petite platine ronde un Récipient semblable à ceux de la Figure 12, avec les précautions & de la même manière que je l'ai prescrit ci-dessus (*Fig.* 11.) joignez la platine par sa vis *G* au robinet *H*, & mettez un Baromètre tronqué dans le vaisseau *GI*, ou bien un grand Baromètre d'épreuve au-lieu du robinet *I*, selon le degré de raréfaction dont vous aurez besoin.

Il est évident que le robinet de communication *H* donnera la liberté de laisser agir la pompe autant & si peu qu'on voudra sur l'air du vaisseau *GI*, & qu'on pourra mettre sa densité en tel rapport qu'on voudra avec celui du Récipient *A* de l'autre part.

S'il est question d'éprouver une masse d'air préparée à dessein, qu'on aura chargée de quelques vapeurs ou d'exhalaisons connues, on pourra faire cette préparation dans une grande cloche, ou dans quelque vaisseau équivalent, qu'on fera communiquer avec un des Récipiens par un canal de verre.

Mais pour être bien certain que la portion d'air qu'on éprouve ne contient que ce qu'on y a introduit, ou bien pour reconnoître par voie de comparaison si elle est pure, ou si elle contient quelque chose d'étranger, il seroit à souhaiter qu'on pût avoir un air sans mêlange, pour le préparer avec connoissance, ou pour confronter ses effets avec ceux d'un

air

air mêlangé ou moins connu. On ne peut guère se * promettre de purger une masse d'air avec tant d'exactitude, qu'elle ne contienne plus que ses parties propres, & qu'elle soit parfaitement homogène; mais on peut la rendre moins impure, & lui ôter une grande partie des exhalaisons ou des vapeurs qu'elle renferme, & on aura par approximation ce qu'il est peut-être impossible d'avoir d'une manière complète.

* Pag. 355. in 4.

Quelques Physiciens, pour avoir un air moins humide que l'atmosphère, l'ont filtré avec succès à travers du sel de Tartre ou de quelque autre alkali fixe. D'autres qui ne se proposoient point de lui procurer ce degré de sécheresse, ont assez bien réussi en le lavant dans l'eau pour lui faire perdre les soufres, les sels & les autres matières dont ils le soupçonnoient d'être chargé. En joignant les deux procédés ensemble, j'ai pensé qu'on pouvoit assez bien purifier l'air, & je vais décrire les Instrumens que j'emploie, soit pour remplir un vaisseau d'air purifié, soit pour y introduire un air préparé.

AB (*Fig.* 13.) est une planche longue d'environ 3 pieds, large de 14 pouces & épaisse d'environ 10 lignes: représentée selon son plan par la Fig. 14, elle est ouverte à jour par deux trous ronds, dont l'un marqué *C*, de 4 pouces de diamètre, est garni en son bord d'un petit bourlet d'étoffe, & l'autre *D* est de la grandeur convenable pour recevoir la virole *DE* de la platine ovale (*Fig.* 12.).

Cette planche enfermée & retenue fixement entre les deux platines (celle des Réci-

piens

piens & celle de la Machine Pneumatique) forme de part & d'autre une tablette de 13 à 14 pouces de largeur & de longueur, sur laquelle j'établis les vaisseaux qui doivent communiquer avec les Récipiens, d'une manière plus solide que s'ils étoient posés sur des supports séparés de la Machine.

E est un grand Récipient de verre dans lequel on prépare une masse d'air, en y faisant bruler quelque matière, ou autrement; ce vaisseau est ouvert en sa partie supérieure, & garni d'une virole de cuivre avec un fond dans
* Pag. 356. in 4 lequel * le siphon de verre *F G* est ajusté par sa garniture de cuivre qui est à vis; la jambe la plus longue du siphon est garnie en G d'une virole dont le fond est excédent, & porte en son milieu un petit bout de canal qui entre lisse dans celui du robinet, & qui s'y joint exactement avec un cercle de cuir interposé, & un cordon qui retient les deux pièces attachées l'une à l'autre.

IK est un globe de verre qui a 6 à 7 pouces de diamètre, ouvert aux deux poles & garni en *L* d'un bouchon à vis avec épaulement, ou d'un bouchon de verre semblable à ceux des flacons.

Il est aussi garni en *M* d'un couvercle de cuivre dont le fond est ouvert & surmonté d'une virole de même métal, & percé pour recevoir un petit tube de verre qui a 2 ou 3 lignes de diamètre intérieur, & renflé en *N* comme la boule d'un petit Termomètre à laquelle on a pratiqué plusieurs petits trous.

O P est un autre globe plus petit que le précédent, avec lequel il communique par un

canal

canal de verre qui est cimenté d'une part à la virole *M*, & de l'autre à une boite de cuivre *O* qui entre à vis sur la garniture du petit globe, & qui s'y joint avec un cercle de cuir.

Le siphon *QR* est joint en *P* & en *T*, comme celui de l'autre part l'est en *F* & en *G*.

Ces vaisseaux étant disposés pour être ajustés ensemble, comme on le voit en la Figure 13, je remplis d'eau de pluie distillée le globe *IK* presque entierement, & je mets dans l'autre du coton neuf, ou des petits morceaux de linge blanc de lessive que j'ai trempés dans une forte dissolution de sel de Tartre, & que j'ai fait bien sécher ensuite; je joins mes deux vaisseaux ensemble, & je les mets en état de communiquer avec le Récipient *S* par le robinet *T* lorsqu'il sera ouvert.

Il est aisé de voir qu'avec cette préparation, si l'on fait le vuide le plus parfait qu'il soit possible, en *H* ou en *S*, & qu'on ouvre la communication *V* ou *T*, on fera passer dans *les Récipiens l'air préparé en *E*, ou bien celui de l'atmosphère, qui en entrant par *M*, & se divisant en *N* en petits globules, déposera dans l'eau du prémier globe une bonne partie des corps étrangers qu'il porte avec lui, & perdra ensuite dans le sel de Tartre de l'autre globe l'humidité qu'il aura contractée dans cette prémière lotion, & on aura ainsi une portion d'air sur la pureté duquel il semble qu'on doive plus compter que lorsqu'on le reçoit immédiatement de l'atmosphère.

*Pag 357. in 4.

Ne pourroit-il pas même arriver qu'en procédant ainsi, l'eau du globe examinée avec

avec ſoin après pluſieurs expériences ſemblables fît connoître ce qu'il y avoit d'étranger dans l'air qu'elle aura lavé ? Si on pouvoit l'eſpérer (& pourquoi ne le pourroit-on pas)? je voudrois qu'on portât ſes vues juſqu'à en connoître, au moins par approximation, la quantité pour une portion d'air donnée: ſi l'on ſait une fois la capacité de la pompe, & qu'on ſe donne la peine de compter les coups de piſtons, en laiſſant le robinet du Récipient ouvert, on ſaura combien on a lavé d'air, & on pourra le comparer avec le dépôt qu'il aura fait dans l'eau, s'il en fait un qui ſoit aſſez ſenſible pour être meſuré.

Quoique la Figure repréſente les deux procédés enſemble, pour peu qu'on y faſſe attention, l'on voit bien que ſi on avoit fait le vuide en *S* & en *H*, on ne pourroit pas, en ouvrant les deux robinets *T* & *V*, avoir d'un côté de l'air pur, & de l'autre un air préparé en *E*. Quand on a beſoin d'une telle comparaiſon, il faut ſuivre le procédé que j'ai indiqué ci-deſſus, pour comparer en même tems deux maſſes d'air de différentes denſités.

Je dois avertir auſſi que quand on veut purifier l'air, il ne faut pas le faire paſſer dans l'eau & dans le ſel de Tartre avec trop de viteſſe, il faut ouvrir le robinet *T* modérément & à pluſieurs repriſes pour donner plus de tems à l'opération.

Moyens

** Moyens qu'on peut employer pour faire passer dans le Vuide d'autres fluides que l'Air, & pour tenter des mêlanges où l'on voudroit que l'Air n'eût point de part.* * Pag. 358. in 4.

J'ai indiqué ci-dessus une manière d'opérer par laquelle toutes sortes de corps se trouvent presque subitement placés dans un air fort rare; on pourroit donc, en suivant le même procédé, faire le vuide autour d'un vase ouvert & rempli d'une liqueur quelconque, ou bien raréfier l'air en la manière ordinaire autour d'un vaisseau fermé & fixé, dont le bouchon tenu par la tige d'une boite à cuir pourroit être ôté quand on le jugeroit à propos.

De ces deux partis qu'on peut également prendre en plusieurs occasions, si on choisit le dernier, on ne doit point oublier de mettre la liqueur qu'on veut éprouver, dans un vaisseau assez solide pour résister aux efforts de l'air intérieur, qui pourroient bien le faire créver, quand il ne sera plus contretenu par celui du dehors.

De quelque façon qu'on opère, si la bouteille est pleine, on doit s'attendre que les particules d'air contenues dans la liqueur en se dilatant la répandront en partie, & c'est une précaution qu'on doit prendre, de placer le vase qui la contient, dans un autre vaisseau qui reçoive ce qui en sortira, si on a intérêt de ne le point perdre, ou si on craint qu'il n'endommage la Machine.

Mais ni l'un ni l'autre de ces moyens ne pourra convenir quand il sera nécessaire d'intro-

troduire une liqueur dans le vuide peu-à-peu ou à plusieurs reprises, quand il faudra l'y faire tomber goutte à goutte ou autrement sur quelques matières, & qu'une chute plus ou moins violente entrera pour quelque chose dans le dessein qu'on se sera proposé. C'est pour satisfaire à ces différentes vues, que je propose l'opération suivante.

*Pag 359. in 4. Le Récipient dans lequel on doit raréfier l'air, porte en * sa partie supérieure un robinet dont le canal aboutit au cou d'un autre vaisseau de verre placé verticalement, & qui contient la liqueur qu'on a dessein d'introduire dans le vuide. Ce dernier vase peut avoir telle figure qu'on voudra, mais il est à propos qu'il soit rétréci par le haut en forme de goulot, pour être garni d'une virole de métal dans laquelle on ajustera un bouchon de pareille matière, à la manière des clefs de robinets, & qui en doit faire la fonction. Cette clef sera percée sur le côté & dans l'axe par deux trous communicans d'une ligne de diamètre, & on en fera un semblable à la virole, qui puisse correspondre à celui de la clef, quand il en sera nécessaire.

Ces différentes pièces jointes ensemble par des vis & par des anneaux de cuir interposés, comme il est représenté par la Figure 15, le robinet de communication *X* étant fermé, si on met une liqueur dans le vaisseau d'en-haut, & qu'on fasse le vuide dans le Récipient, en ouvrant le canal de communication, l'on y fera nécessairement passer cette liqueur qui tombera sur tout ce qu'on aura jugé à propos d'exposer à sa chute.

H

Il eſt preſque inutile de dire qu'on pourra rendre l'écoulement continu ou intermittant, en ouvrant & en fermant alternativement le robinet de communication, & qu'on en pourra modérer la quantité ou la viteſſe, en bouchant en partie l'extrémité du canal avec une plume, du coton, ou toute autre choſe équivalente.

Mais il n'eſt pas hors de propos d'avertir qu'on pourra auſſi rendre la chute de la liqueur plus violente par degrés qu'elle ne le ſeroit naturellement ſi elle n'obéiſſoit qu'à ſon propre poids, & c'eſt pour cet effet que j'ai pratiqué un autre robinet *Y* à la partie ſupérieure du vaſe qui contient la liqueur; pour peu qu'on y refléchiſſe, on concevra que c'eſt un moyen bien ſimple pour joindre la preſſion de l'atmoſphère au poids de la liqueur; & comme il eſt aiſé de ne point laiſſer rentrer autant d'air qu'il en faudroit pour remplir le vuide cauſé par l'écoulement, on doit convenir * que la preſſion peut être augmentée & diminuée à volonté ſur la ſurface.

* Pag. 360. in 4.

Avec la préparation que je viens de décrire, on peut bien, comme on voit, introduire des liqueurs dans un lieu où l'air ſoit fort raréfié, mais on ne peut point empêcher qu'elles n'y portent avec elles celui qu'elles contiennent; & comme c'eſt le propre de l'air de ſe dilater & d'abandonner les corps dans leſquels il eſt retenu quand leur ſurface n'eſt plus comprimée par l'atmoſphère, les liqueurs en entrant dans le vuide le font ceſſer en partie par une infinité de globules d'air qui les quittent.

S'il s'agiſſoit donc d'éprouver des mêlanges où l'air ne dût point avoir de part, ſoit comme milieu, ſoit comme partie, on ne pourroit point ſe flater de réuſſir en introduiſant les liqueurs enſemble ou ſucceſſivement de la manière que je viens d'enſeigner, il faudroit, s'il étoit poſſible, qu'elles fuſſent parfaitement purgées de l'air qu'elles contiennent, & qu'on les mêlât dans un lieu où il n'y en eût point. Les moyens que je vais indiquer ne ſatisferont point à ces deux conditions dans toute leur étendue, mais ils mettront en état de tenter tout ce qui m'a paru poſſible en pareil cas.

Mr. Muſſchenbroeck me fit voir il y a quelques années dans ſon Laboratoire une petite Burette ſuſpendue en baſcule, qui me parut très commode pour des expériences de ce genre; je l'ai imitée à très peu de différence près, & en voici la deſcription.

La Figure 16 repréſente une petite Fiole de verre faite en poire, qui a environ 2 pouces de diamètre ſur 4 de longueur; le cou eſt garni en dehors d'une virole de métal qui eſt fixée avec du maſtic, & qui eſt percée de deux petits trous diamétralement oppoſés.

Le cou de la Fiole garni comme on vient de le dire, entre avec aiſance dans un petit chaſſis de cuivre (*Fig.* 17. *&* 18.) qui a 2 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur, & dont les deux grands côtés ſont traverſés au milieu par deux vis dont les * pointes forment deux pivots qui entrent dans les trous de la virole, & ſur leſquels la Fiole ſe meut; & afin qu'elle ne ſe caſſe point en retombant bruſquement ſur la

* Pag. 361. in 4.

tra-

traverſe inférieure du chaſſis, elle eſt reçue ſur un fil de ſoie qui eſt tendu un peu au deſſus & parallélement à cette traverſe.

Le chaſſis gliſſe & tourne ſur une tige ronde *AB*, & s'arrête par le moyen d'une vis *C* dans la direction & à la hauteur qu'on juge convenables.

Au bas de la tige eſt une eſpèce de clou *B* à tête plate, qui entre quarrément dans une pièce à couliſſe (*Fig.* 19.), & qui peut ſe fixer avec un écrou à oreilles *D* à telle diſtance qu'on veut du centre *E*.

Pour faire uſage de cette invention, après avoir monté deux Burettes, comme celle de la Figure 18, ſur la pièce à couliſſe que la Figure 19 repréſente, j'établis le tout ſur la platine de la Machine Pneumatique, & je l'y retiens fixement, faiſant paſſer la vis du centre par le trou *E*, ſur quoi je ſerre la petite platine que repréſente la Figure 20, & qui ſert à porter le vaſe dans lequel on veut faire le mêlange. Je mets dans les Burettes les liqueurs qu'il eſt queſtion de mêler ſans air, & je les couvre d'un Récipient garni d'une boite à cuir, dont la tige porte à ſon extrémité une petite patte qui fait avec elle un angle droit, ainſi qu'il eſt repréſenté par la Figure 21.

Enſuite je raréfie l'air le plus qu'il eſt poſſible dans le Récipient, & je le laiſſe en cet état pendant quelque tems, pour donner lieu à l'air qui eſt dans les liqueurs de ſe dégager ; je réïtère les coups de piſton juſqu'à ce que je n'apperçoive plus de globules, alors je fais deſcendre la tige de la

boite à cuir, de manière que la petite patte faſſe incliner celle des Fioles que je veux vuider la prémière, & je fais la même choſe pour l'autre.

En parlant du Baromètre d'épreuve, j'ai dit qu'il indiquoit d'une manière infaillible ſi la Machine Pneumatique avec laquelle on l'employoit, étoit exacte ou défectueuſe; * & en effet ſi le mercure baiſſé vers ſon niveau n'y demeure pas conſtamment, on peut conclurre avec certitude que l'air rentre dans le Récipient, mais on demeure incertain ſur l'endroit où eſt le mal, & l'on a quelquefois bien de la peine à le découvrir; on pourra s'en aſſûrer fort aiſément, en introduiſant dans le vuide une quantité d'eau ſuffiſante pour couvrir la platine à la hauteur de 2 ou 3 pouces, car alors les bulles d'air qu'on appercevra ſenſiblement, indiqueront au prémier coup d'œil l'endroit qui leur donne un paſſage.

* Pag. 362. in 4.

MOYENS

Fig. 4.

G H

2

Fig. 3.

1

I K

E F

Fig. 9.

Y X

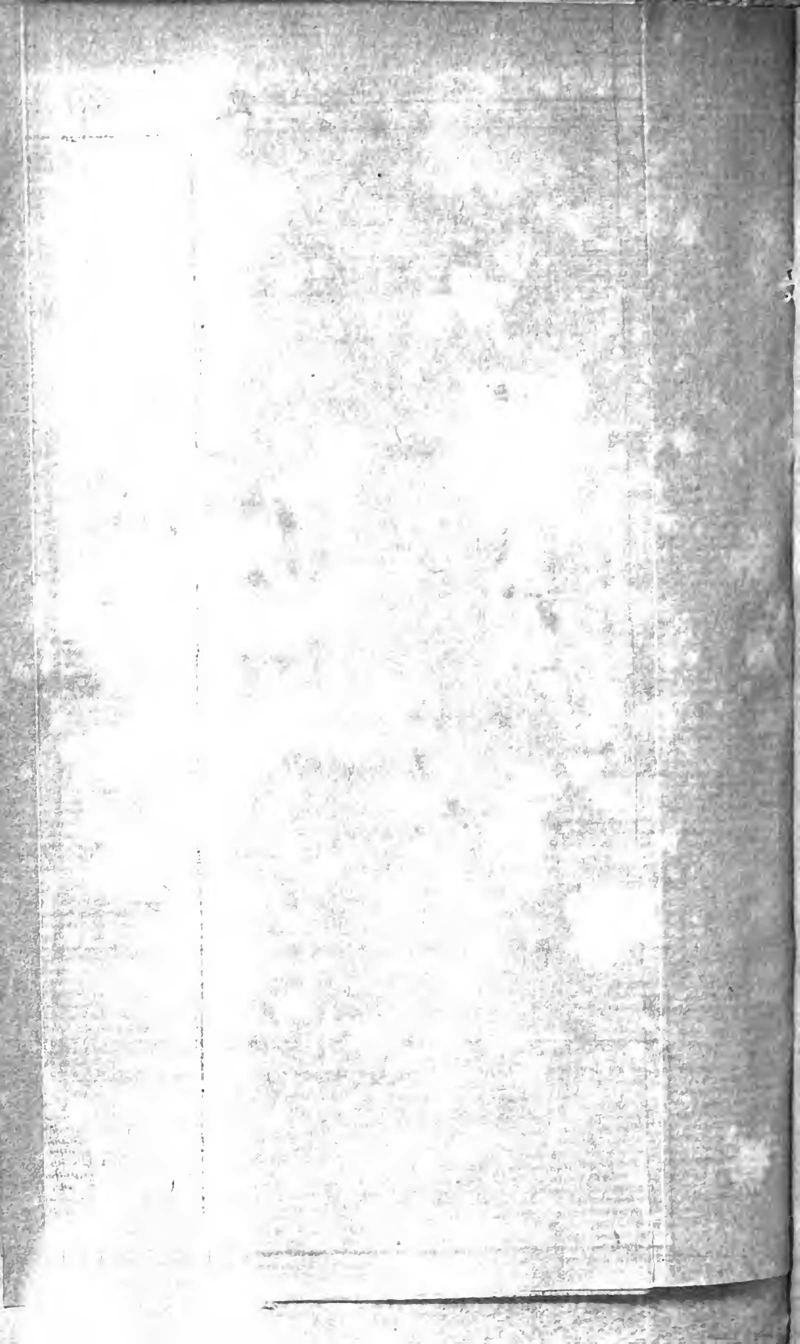
V

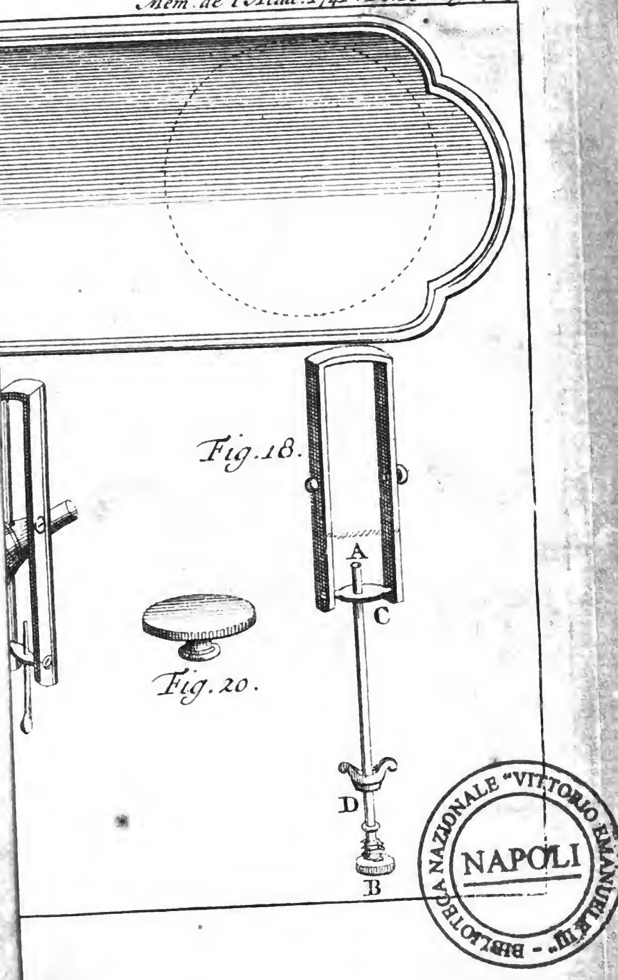
I

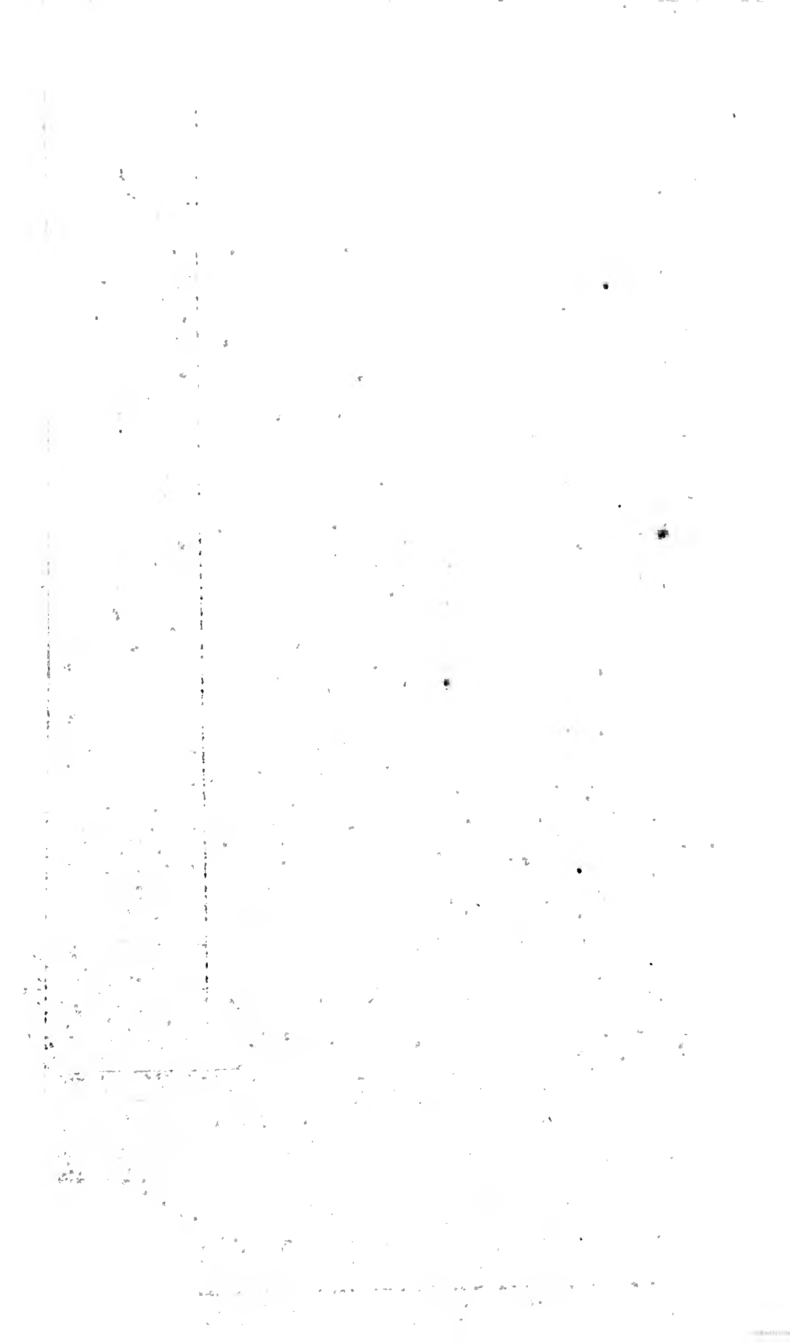


Fig. 15.






Fig. 18.
A
C
D
B
Fig. 20.



*MOYENS DE CONSTRUIRE UN PENDULE

*Pag.363. in 4.

Qui ne puisse point s'allonger par la chaleur, ni se raccourcir par le froid.

Par Mr. CASSINI (*a*).

COMME les Horloges à Pendule sont sujettes à avancer ou à retarder, suivant les divers degrés de froid & de chaud, Mr. Julien le Roy a imaginé un moyen de remédier à cet inconvénient, en appliquant au dessus de la boite de la Pendule un Tuyau de cuivre avec une barre de fer au dedans, qui y est suspendue par le haut, & qui, à cause de la différence entre la dilatation de ces deux métaux, sert à raccourcir la Verge du Balancier pendant qu'elle est allongée par la chaleur, & à l'allonger au contraire lorsqu'elle est raccourcie par le froid.

Cette invention a eu tout le succès qu'on en pouvoit espérer, suivant l'expérience qu'on en a faite depuis qu'elle a été mise en exécution; mais comme le tuyau de cuivre qui est au-dessus de la Pendule doit avoir plus de 4 pieds ½ de hauteur pour faire l'effet requis, ce qui peut causer quelque embaras dans les lieux où l'on souhaite de la placer, & empêche que le tout ne soit renfermé dans

(*a*) 6 Mai 1741.

dans une boite pour la garantir de l'impression du dehors, on a pensé à d'autres méthodes fondées sur le même principe, pour faire ensorte que la Verge du Balancier se conserve toujours de la même longueur, sans que le chaud ou le froid puisse causer aucune variation sensible dans la durée de ses vibrations.

Comme le moyen de conserver aux Pendules le plus de régularité qu'il est possible, est un objet des plus intéressans pour l'Astronomie, puisque c'est delà que dépend * principalement la précision des observations, j'ai cru devoir en proposer quelques-uns qui m'ont paru plus simples que ceux qui ont été exécutés jusqu'à présent, ou du moins qui sont venus à ma connoissance; je les juge d'autant plus avantageux, qu'ils peuvent s'appliquer à toutes les Pendules qui ont été construites jusqu'à présent, & même à peu de fraix, sans qu'on soit obligé de rien changer dans leur intérieur.

* Pag. 364. in 4.

Soit pour cet effet *AB* une Lame ou Règle d'acier mince, vue de profil, entierement semblable aux verges de Pendule, d'environ 34 pouces de longueur sur 3 à 4 lignes de largeur & d'une ligne d'épaisseur, à laquelle soit appliquée une Règle de cuivre *CE*, aussi vue de profil, de même largeur & épaisseur, & de 28 pouces de longueur, laquelle y soit arrêtée fixement à son extrémité supérieure au point *D*, à la distance de 6 pouces ou environ du point *A* de la suspension du Pendule. Soit enfin une autre Verge d'acier *SO* qui soutient la Lentille, de même largeur & épaisseur que la

la Verge *AB*, & pui puisse glisser librement le long de cette Verge, au moyen d'une ou de plusieurs chapes de cuivre ou de fer, telles que *GH*, *MN*, arrêtées fixement sur la Verge de cuivre *CE* en *G* & en *M*, & qui embrassent toutes les Règles, de manière qu'elles ne puissent pas s'écarter les unes des autres.

On appliquera à l'extrémité inférieure de ces Verges une autre chape *TRP* qui puisse tourner verticalement autour d'un pivot *R* attaché fixement sur la Verge de fer *AB*, & l'on pratiquera, tant par devant que par derrière, des rainures *T* & *P* dans la direction de *TP*, afin que les pivots *T* & *P* attachés fixement sur les Verges *CE*, *SO*, à la distance l'un de l'autre, telle qu'on la déterminera dans la suite, puissent s'élever ou s'abaisser librement lorsque ces Verges viendront à s'allonger ou à se raccourcir par l'effet du chaud ou du froid.

On suppose que la chape *TP* ait été placée d'abord dans une situation horisontale dans le tems que l'air étoit tempéré.

*Il est évident que s'il ne survient aucune variation dans la température de l'air, le Pendule fera des vibrations égales autour du point *A* de suspension, le pivot *P* soutenant la Verge *SO* à une hauteur constante. * Pag. 365. in 4.

Mais lorsque par l'effet de la chaleur, par exemple, toutes les Verges viendront à s'allonger, celle de cuivre *CE*, dont la dilatation est plus grande que celle de la portion *DB* de la Règle de fer *AB*, auprès de laquelle elle est appliquée, la débordera d'une quantité

 telle

telle que *BE*, ce qui abaiſſera le pivot *T*, & obligera le pivot *P* de s'élever ſuivant le rapport de la diſtance entre ces pivots; d'où il ſuit que la Verge *SO* qui ſoutient la Lentille, & qui peut gliſſer librement le long de la Règle de fer *AB*, s'élevera & raccourcira la diſtance du point *A* au point *O*, laquelle avoit été augmentée d'une certaine quantité par la dilatation du fer.

Le contraire arrivera par l'effet du froid qui raccourcira la Verge de cuivre *CE*, & augmentera la diſtance du point *A* au point *O*, qui étoit devenue plus petite que lorſque l'air étoit tempéré.

La longueur de la Verge de cuivre *CE* étant donnée, de même que le rapport de la dilatation du fer à celle du cuivre, il s'agit de déterminer quelle doit être la diſtance entre les pivots *T*, *R*, *P*, pour que l'élévation ou l'abaiſſement cauſé par l'excès de la dilatation du cuivre ſur celle du fer, ſoit d'une quantité égale à l'allongement ou raccourciſſement du Pendule produit par l'effet du chaud ou du froid.

Fig. 2. Soit *AO* qui meſure la longueur du Pendule plus le demi-diamêtre de la Lentille, qu'on ſuppoſera de 39 pouces; *CI* une Verge de cuivre de 27 pouces de longueur depuis le point *C* où elle eſt arrêtée fixement à la Verge de fer *AR*, juſqu'à ſon pivot en *I*; *OQ* la quantité dont le Pendule s'eſt allongé par l'effet de la chaleur; *HR* l'allongement de la portion *EH* de la Verge de fer *AH* depuis le point *E* juſqu'au point *H*, & *IT* celui de la Verge de cuivre *CI*.

Sui-

Suivant les expériences qu'on a faites pour déterminer * le rapport de la dilatation du fer à celle du cuivre, on l'a trouvé comme 10 à 17: on aura donc *HR* à *IT*, comme 10 à 17, ou 27 à 46. Donc *TV* excès de l'allongement de la Règle de cuivre *CI* sur celle de fer *ER*, est à *HR*, comme 19 à 27. Mais les dilatations des diverses Règles de fer étant supposées proportionnelles à leur longueur, *OQ* est à *HR*, comme *AO* est à *EH*, c'est-à-dire, comme 39 pouces sont à 27. Donc *TV* est à *OQ*, comme 19 à 39; d'où il suit qu'il faut placer les pivots, *P*, *R*, *T*, à une distance l'un de l'autre, telle que *TR* soit à *RP*, comme 19 à 39; car *TR* étant à *RP*, comme *TV* à *VF*, on aura *TV* à *VF*, comme 19 à 39; mais *TV* est à *OQ*, comme 19 à 39; donc *VF* ou *PX* qui mesure la quantité dont le Pendule *AO* a été élevé au dessus du point *R* par l'effet du levier causé par l'excès *VT* de la dilatation du cuivre sur celle du fer, est égal à *OQ* qui mesure la quantité dont toutes les Verges de fer qui composent le Pendule *AO* ont été allongées par le même degré de chaleur, ce qui est requis pour conserver l'égalité de ses vibrations.

*Pag. 366 in 4.

Il en arrivera de même par l'effet du froid, avec la différence que l'excès du raccourcissement du cuivre sur celui du fer contribuera à allonger le Pendule d'une quantité égale à celle dont il s'étoit raccourci.

On voit que dans la construction de ce Pendule on peut faire la Verge *SO* qui soutient la Lentille, de telle longueur qu'on

voudra, ſans que cela puiſſe cauſer aucune altération dans la durée des vibrations.

On peut auſſi pratiquer un autre moyen pour rendre uniformes les vibrations des Pendules, en plaçant une Règle de cuivre *BD*, telle qu'elle eſt repréſentée dans la 3 Figure, entre la Verge de fer *AC*, à laquelle eſt ſuſpendu le Pendule & la Verge *SO* qui ſoutient la Lentille.

Fig. 3.

On arrêtera fixement la Règle *BD* à la Verge *AC* par ſon extrémité inférieure *D*, & on y appliquera vers ſon extrémité ſupérieure une chape *TP* qui embraſſera toutes les Règles, & pourra tourner verticalement autour du pivot *T* * attaché fixement ſur la Verge *AC*. On pratiquera ſur cette chape, tant par devant que par derrière, des rainures en *R* & en *P* dans la direction de *TP*, afin que les pivots *R* & *P* attachés fixement ſur la Règle *RF* & ſur la Verge *SO*, puiſſent s'élever ou s'abaiſſer librement, lorſque ces Règles viendront à s'allonger ou à ſe raccourcir; ce qu'on peut auſſi exécuter en plaçant le pivot *R* qui eſt ſur la Règle de cuivre, au-deſſous de la chape *TP*, & le pivot *P* qui eſt ſur la Verge *SO*, au-deſſus de cette chape. Enfin on embraſſera toutes ces Règles par une ou pluſieurs chapes, telles que *GH* & *MN*, de fer ou de cuivre, arrêtées fixement ſur le plat de la Règle de fer *AC*, & conſtruites de manière que ces Règles puiſſent gliſſer librement les unes ſur les autres ſans pouvoir s'en écarter.

* Pag. 367. in 4.

Il eſt évident que la Règle de cuivre *BD* s'allongeant par l'effet de la chaleur depuis

D

D jusqu'en *R*, d'une plus grande quantité que la partie *TC* de la Verge de fer *AC* qui lui étoit égale dans l'état de l'air tempéré, le pivot *R* s'élevera, & obligera le pivot *P* de s'élever suivant le rapport de *TP* à *TR*; d'où il suit que le Pendule *SO* qui peut glisser librement dans les chapes *GH*, *MN*, s'élevera dans la même proportion, & raccourcira la distance entre les points *A* & *O*, laquelle avoit été augmentée par l'effet de la chaleur.

Le contraire arrivera par l'effet du froid; auquel cas la Règle de cuivre *DR* venant à se raccourcir d'une plus grande quantité que la Verge *CT*, le pivot *R* qui soutenoit la chape dans une situation horisontale lorsque l'air étoit tempéré, s'abaissera, & le pivot *P* qui soutenoit le Pendule descendra par le poids de la Lentille, ce qui augmentera la distance *AO* entre les extrémités du Pendule qui avoit été raccourci par le froid.

Si l'on veut déterminer quelle longueur on doit donner à la Règle de cuivre *BD*, pour que les distances entre les pivots *P*, *R*, *T*, soient égales ente elles, ce qui est plus facile pour l'exécution.

*Soit *AO* la mesure du Pendule depuis le point de suspension *A* jusqu'à l'extrémité inférieure *O* de la Lentille qui est de 39 pouces ou environ; soient aussi *CH* & *DI* les deux Règles de fer & de cuivre depuis les points *C* & *D* où elles sont arrêtées fixement, jusqu'aux pivots *H* & *I*, lorsque l'air est tempéré; *OQ* la quantité dont tout le Pendule s'est allongé par l'effet de la chaleur; *HT* l'al-

* Pag. 368 in 4.

l'allongement de la Verge de fer *CH*, & *IR* celui de la Règle de cuivre *DI*. Il eſt évident que lorſque la Règle de cuivre *DI* ſe ſera allongée de *I* en *R*, la Verge *PO* qui ſoutient la Lentille, ſe ſera élevée par l'effet du levier au-deſſus du point *X*, d'une quantité *PX* qui doit être égale à l'allongement *O*𝒬 du Pendule cauſé par la chaleur, pour que ſes vibrations ſoient d'égale durée.

Suppoſant donc, comme ci-deſſus, le rapport de la dilatation du cuivre à celle du fer, comme 17 à 10, on aura *IR* moins *HT* ou *RV*, excès de la dilatation de la Règle de cuivre *DI* ſur celle de fer *CH*, eſt à *HT* comme 7 eſt à 10: mais à cauſe de *TR* qu'on a ſuppoſé égal à *RP*, *PX* eſt double de *RV*; on aura donc *PX* ou *O*𝒬 eſt à *HT*, comme 14 eſt à 10. Mais les dilatations des diverſes Règles de fer étant proportionnelles à leur longueur, *O*𝒬 ou *PX* eſt à *HT*, comme *AO* eſt à *CH*. Donc 14 eſt à 10, comme *AO* longueur de tout le Pendule ſuppoſé de 39 pouces eſt à *CH* ou *DI*, qu'on trouvera de 27 pouces 10 lignes qui meſurent la longueur qu'on doit donner à la Règle de cuivre *DI* pour faire l'effet requis.

On peut encore employer un moyen bien ſimple pour remédier aux variations du Pendule cauſées par le chaud & le froid, qui conſiſte à placer une Régle de cuivre *BD* entre la Verge de fer *AC* qui eſt ſuſpendue en *A* à ſon extrémité ſupérieure, & la Verge *SC* qui porte la Lentille. Fig. 5.

La Règle de cuivre *BD* aura 56 pouces ou environ de longueur, & paſſera librement au tra-

travers de la Lentille, de même que la Verge *AC* à laquelle elle sera arrêtée fixement en *CD*.

* La Verge *SO* qui soutient la Lentille, sera terminée à son extrémité supérieure par une vis qui entrera dans un écrou *BE* qui posera en *B* sur la Règle de cuivre *BD*, & soutiendra le Pendule auquel on donnera par le moyen de cet écrou la hauteur requise pour battre les secondes. * Pag. 369. in 4.

On voit aisément que la Verge *DB* de cuivre se dilatera ou se raccourcira par le chaud ou le froid d'une plus grande quantité que la Verge de fer *AC* à laquelle elle est attachée en *CD*, & obligera la Verge de fer *SO* qui soutient la Lentille, de s'élever ou de s'abaisser d'une quantité qui est mesurée par l'excès de la dilatation du cuivre sur celle du fer, qui doit être double de celle qu'on a trouvée dans l'exemple précédent; d'où il suit que la Règle de cuivre *BD* doit être de 55 pouc. 8 lign., comme on le déterminera immédiatement, en faisant, comme 7 est à 10, ainsi *AO* 39 pouc. est à *AC* 55 pouces 8 lignes qui mesurent la longueur qu'on doit donner à cette Règle pour faire l'effet requis.

On peut faire ensorte que ce Pendule ne puisse point être altéré par l'impression du froid & du chaud, & déterminer en même tems avec assez d'évidence le rapport de la dilatation du cuivre à celle du fer, en perçant les Règles *BD*, *SO*, par des trous *T*, *R*, *P*, &c. près les uns des autres, où l'on appliquera successivement des clavettes pour soutenir la Verge du Balancier à une hauteur telle que ses

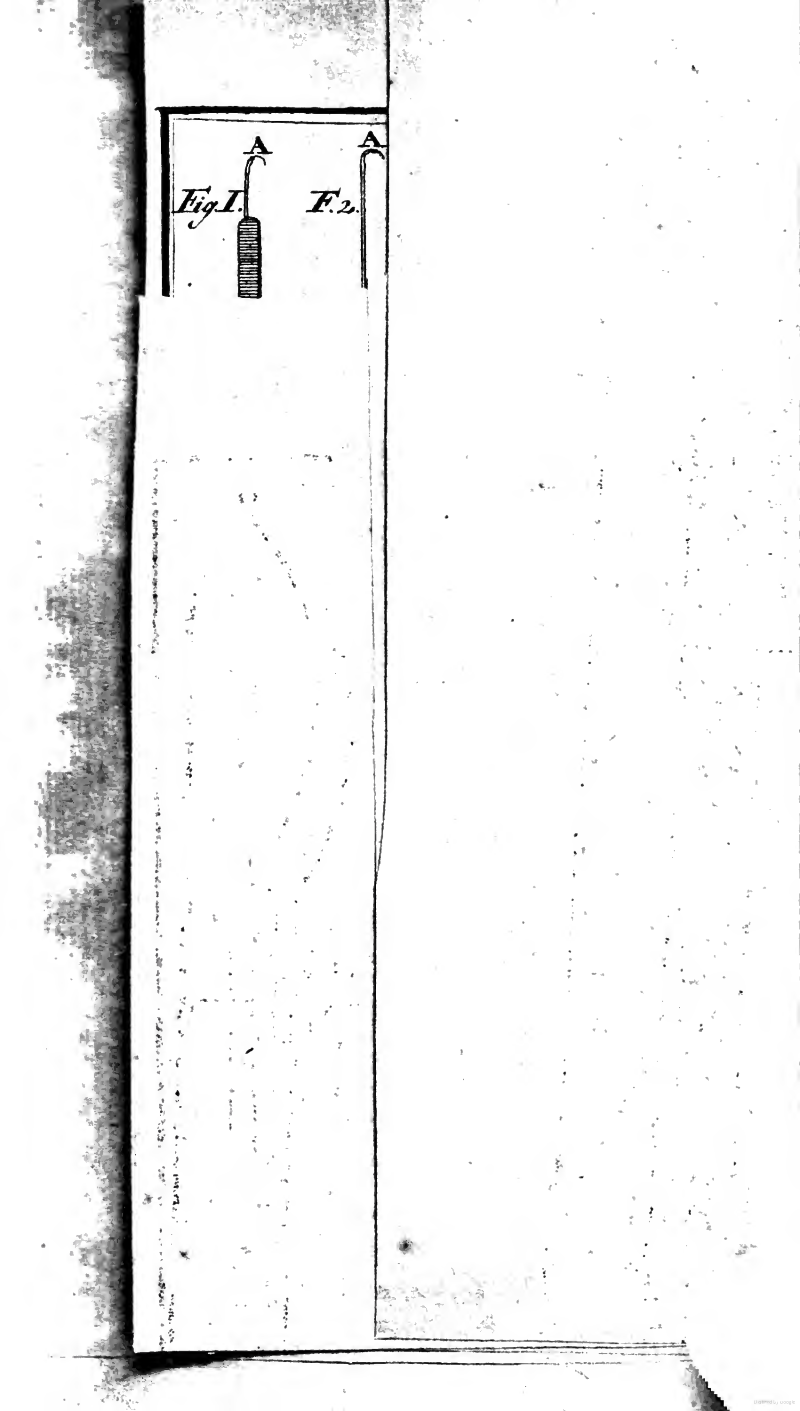
ſes vibrations ſoient toujours égales dans le plus grand chaud comme dans le plus grand froid.

Dans cet état la Verge de cuivre *DB*, depuis ſon extrémité inférieure *O* juſqu'au point *B*, que l'on a trouvé être celui de la ſuſpenſion, ſera à la longueur du Pendule ſuppoſé de 39 pouces, dans le rapport de la dilatation du fer à l'excès de la dilatation du cuivre ſur celle du fer.

Comme dans la conſtruction de ce Pendule les Règles de fer & de cuivre débordent la Lentille, ce qui peut n'être pas agréable à la vue, on peut rendre égales les vibrations du Pendule ſuivant le même principe, en appliquant contre * la Verge de fer *AB* une Règle de cuivre *CI* de 28 pouces, à l'extrémité ſupérieure de laquelle on attachera une autre Règle de fer *EF* qui ſoutiendra à ſon extrémité inférieure une ſeconde Règle de cuivre *LP*, qui portera la Verge *SO* par le moyen d'une clavette *PR* qui la traverſera en *P*.

* Pag. 370. in 4. Fig. 6.

Il eſt évident que la prémière Verge de cuivre *CI* s'étant dilatée d'une plus grande quantité que la portion *KB* de la Verge *AB*, à laquelle elle répondoit lorſque l'air étoit tempéré, ſe ſera élevée par l'effet de la chaleur au-deſſus du point *K* comme en *C*, & que la ſeconde Verge de cuivre *PL* qui eſt appuyée en *L* ſur la Verge de fer *EF* qui eſt égale à *KB*, ſe ſera allongée d'une quantité égale à celle dont la prémière s'étoit élevée, & qu'ainſi, toutes proportions gardées, il en réſultera un effet égal à celui du Levier qu'on


A
Fig. I.
A
F. 2.

= Pag
in 4
Fig.

avoit proposé pour rendre égales les vibrations du Pendule.

*OBSERVATIONS SUR DE NOUVELLES ARTERES ET VEINES LYMPHATIQUES.

*Pag. 373. in 4.

Par Mr. FERREIN (a).

LES vaisseaux du Corps humain sont communs à toutes les parties, ou propres à quelques-unes; les seuls vaisseaux communs dont on ait jusqu'ici constaté l'existence, sont les Artères, les Veines & les Lymphatiques, ordinaires ou Bartholiniens, connus de tout le monde depuis près d'un siècle.

Les Physiciens en ont supposé plusieurs autres, tels sont les vaisseaux nerveux, absorbans, adipeux, les artères lymphatiques, &c. mais tous ces vaisseaux n'ont été régardés jusqu'ici que comme des êtres *systématiques* que l'Anatomie ne sauroit adopter, parce qu'elle ne reconnoit d'autre guide que la démonstration & le témoignage des sens; les suppositions pouvant bien servir de matière à nos raisonnemens, mais non pas de principes à nos connoissances.

Je n'avois jamais pris parti sur ces questions, lorsqu'une observation nouvelle me força presque

(a) 3 Juin 1741.

que à reconnoitre l'existence des vaisseaux artériels destinés à conduire la lymphe: je suivis cette observation, je fis des recherches exactes, & je découvris enfin les artères lymphatiques, leur origine, leurs distributions, avec de nouvelles veines lymphatiques qui les accompagnent. Ce n'est pas la première fois que les hypothèses ont fourni matière à des découvertes, où plutôt qu'elles sont devenues elles-mêmes des découvertes: on sait, & nous l'apprenons dans la Dissertation d'Asellius (a) sur les Veines lactées, que de grands Anatomistes avoient admis l'existence de ces vaisseaux longtems avant que ce Médecin les eût découverts: les vérités qu'on ne fait que soupçonner * ne sont pas des vérités pour nous, elles n'ont droit ni de règler nos vues, ni de fixer nos jugemens, & l'Anatomie n'a jamais mis au rang des inventeurs ceux qui ont imaginé ou même deviné, mais uniquement ceux qui ont trouvé & démontré.

* Pag. 372. in 4.

Avicenne, l'un des plus célèbres Médecins Arabes, prétend que les Ligamens, les Tendons, & grand nombre d'autres parties, se nourrissent d'un suc blanchâtre, connu chez les Anciens sous le nom d'*humor innominatus*, ou *insitus*, & chez les Modernes sous celui de *Lymphe*. Cette liqueur, suivant Avicenne, n'est qu'un sang dépouillé de sa couleur; elle remplit les extrémités capillaires des vaisseaux destinés à porter le sang dans ces parties. Ce sentiment a réuni les suffrages des Médecins qui ont paru jusqu'au milieu du dernier siècle, on peut même dire qu'il a trouvé depuis ce tems-là

(a) *Gasp. Asellii Histor. Vasor. Chyli*, cap. 13.

tems-là des ſectateurs illuſtres ; je mets dans ce nombre tous ceux qui penſent que le ſang perd ſa couleur rouge dans les artères les plus déliées : ce qui peut en avoir fait naitre l'idée, eſt l'état de certaines parties emflammées ; comparées à leur état naturel. L'inflammation découvre dans le blanc de l'œil une infinité d'artères & de veines qu'on ne pouvoit diſtinguer auparavant ; ſur cela voici comme on a raiſonné : ſi tous ces vaiſſeaux étoient naturellement pleins d'une liqueur rouge, pourquoi ne ſe laiſſeroient-ils pas appercevoir ? pourquoi le blanc de l'œil ne ſeroit-il pas lui-même rouge ? comme cela n'eſt point, on doit, ce ſemble, penſer que la plupart des ramifications qu'on voit dans le blanc de l'œil enflammé, ne charient naturellement qu'une liqueur blanchâtre ou lymphatique. Cette idée a frappé nombre de Phyſiciens, & fait naitre deux principales hypothèſes. Leeuwenhoek, Ruyſch & pluſieurs Modernes penſent avec Avicenne que le ſang change de couleur dans les vaiſſeaux les plus déliés. D'autres ont mieux aimé ſuppoſer des Artères d'un genre nouveau, deſtinées à recevoir des vaiſſeaux ſanguins la portion blanche ou lymphatique du ſang. Mr. Boerhave croit que chaque liqueur a ſes artères particulières * deſtinées à la charier (*a*) : il admet donc des artères ſpiritueuſes, adipeuſes, mucilagineuſes, ſalivaires, biliaires, lymphatiques, &c. Pluſieurs Médecins ſe ſont déclarés pour ces dernières : Mr. Helvétius en parle beaucoup au ſu-

* Pag. 373. in 4.

(*a*) *Boerh. Inſtit.* §. 246.

ſujet de l'inflammation, & Mr. Falconet fonde ſur leur uſage la théorie de la nourriture du Fœtus, mais aucun d'eux n'a cru qu'il fût permis de compter ſur les promeſſes de Mrs. Vieuſſens & Hovius.

Vers le commencement de ce ſiècle ces deux Auteurs formèrent un projet dont l'exécution ſeroit glorieuſe à l'Anatomie ; ce fut de mettre à la portée des ſens tous ces objets fins & délicats que la Nature ſemble avoir pris plaiſir à nous cacher, & que l'Anatomie eſt forcée d'abandonner aux conjectures, aux hypothèſes: ils entreprirent donc de démontrer ce que les autres hommes ſe contentent d'imaginer, comme ſont, la prémière origine des tuyaux ſécrétoires de la graiſſe, de la bile, de l'urine & des autres liqueurs; la ſtructure anatomique des fibres, leur réſolution en vaiſſeaux ſenſibles, la naiſſance & le progrès des vaiſſeaux abſorbans, & tant d'autres myſtères de cette nature. Les artères lymphatiques ne furent pas oubliées, les fibres de la matrice, du criſtallin, &c. en ſont, ſuivant eux, autant d'exemples. Pour voir la plupart de ces merveilles, Mr. Vieuſſens propoſe la coction, le deſſéchement des parties, &c. & Mr. Hovius une prétendue injection chymique dont il ſe réſerve le ſecret. Je ne pouſſe pas plus loin ce détail, je me contente de faire remarquer ici que ni Mrs. Ruyſch, du Verney, Morgagni, Winſlow, Heiſter, ni aucun des autres Anatomiſtes qui ont vécu depuis cette époque, ou qui vivent encore aujourdhui, n'ont rien vu qui approche de toutes ces choſes; je n'en excepte pas même les partiſans des

artères

artères lymphatiques, bien loin de regarder l'existence de ces artères comme un fait démontré en anatomie, ils ne pensent pas même qu'on puisse jamais réussir à les observer. Rien n'a plus servi à les accréditer que le suffrage de Mr. Boerhave (*a*) : il assure néanmoins qu'elles sont invisibles, & c'est-là l'idée qu'en ont * tous ceux qui les admettent : on les conçoit, disent-ils, d'une finesse & d'une transparence qui les dérobent à la vue, aidée même des meilleurs verres; d'ailleurs ces verres peuvent faire prendre le change, par exemple, si l'on place la partie entre la lumière & l'œil, on ne peut plus compter sur ce qu'on apperçoit, de petits objets, comme des poils, des filets de sang, paroissent transparens, cristallins, &, pour ainsi dire, lymphatiques : on ne sauroit plus distinguer les différens genres de fluides, ni par conséquent les différens genres de vaisseaux destinés à les conduire. Il en est de même de l'inflammation & des injections, elles n'offrent que des vaisseaux sanguins, du moins, si les apparences ne trompent pas; comment pourroient-elles donc nous faire voir que certaines artères portent la lymphe, & nous démontrer anatomiquement leur existence? On ne sauroit même tirer des conséquences légitimes de l'inflammation de la conjonctive sur laquelle on s'est principalement étayé. En effet, on suppose qu'il n'y a naturellement qu'un très petit nombre de vaisseaux sanguins dans le blanc de l'œil, mais il est certain que la dissection de cette partie faite

* Pag. 374. in 4.

(*a*) *Ibidem.*

te avec attention, en découvre une multitude: ceux qui sont insensibles quand on regarde avec les yeux nuds, deviennent sensibles lorsqu'on s'aide du secours des verres, & leur nombre se multiplie toujours de plus en plus à mesure que ces verres grossissent davantage. On a beau dire que la conjonctive seroit rouge dans l'état naturel, si tous les vaisseaux qu'on y voit dans l'inflammation contenoient ordinairement du sang: cela seroit vrai si le blanc de l'œil étoit purement & uniquement composé de ces mêmes vaisseaux, car la couleur du tout doit tenir de la couleur des parties, lorsque ces parties sont les seules dont ce tout est formé; mais cette condition ne se trouve pas dans le blanc de l'œil, on ne l'a même jamais supposée: il peut donc avoir une couleur très différente de ses vaisseaux; quelque nombreux qu'ils soient, leur quantité seule ne suffit pas pour effacer le blanc de l'œil, s'ils ne se gonflent au point * d'effacer aussi les interstices qui les séparent naturellement.

* Pag. 375. in 4.

Les adversaires des artères lymphatiques opposent enfin ce qu'on voit arriver tous les jours en conséquence d'une irritation passagère de l'œil. Une inflammation commence & finit, un nombre infini de vaisseaux paroissent & disparoissent presque en un moment, & il n'est pas raisonnable de penser que les artères lymphatiques se remplissent & se vuident alors avec tant de promtitude.

Ces refléxions suffisent pour justifier ceux qui ne veulent pas reconnoitre l'existence de ces vaisseaux, ou qui refusent de prendre parti sur cette matière. J'étois moi-même du nombre

nombre des derniers, lorſqu'une obſervation imprévue changea ma façon de penſer: je me ſouvenois d'avoir remarqué à la ſurface interne de la matrice une manière de velouté blanchâtre & aſſez tranſparent; ce velouté eſt ſi mince, que ſouvent il m'a été impoſſible de l'obſerver: je l'avois examiné attentivement dans deux ou trois cas où il ſe préſentoit d'une manière plus diſtincte qu'à l'ordinaire; bien différent du blanc de l'œil, il m'avoit été impoſſible d'y reconnoitre aucune trace de vaiſſeau ſanguin. J'eus occaſion d'ouvrir le cadavre d'une femme qui étoit morte dans le tems des règles: l'examen de la matrice me fit remarquer un changement ſingulier dans preſque toute l'étendue du velouté; ce n'étoit plus qu'un aſſemblage ou une eſpèce de lacis de vaiſſeaux artériels & veineux pleins de ſang, les différentes ramifications de ces vaiſſeaux ſe préſentoient d'une manière nette, diſtincte, & très éloignée de la confuſion qu'on voit règner dans la plupart des inflammations: je ne reconnus aucune ſubſtance particulière dans l'interſtice de ces vaiſſeaux, & je fus pleinement convaincu qu'il n'y en avoit point. Voici donc les conſéquences que je tirai de toutes ces obſervations: la prémière fut que le velouté de la matrice n'eſt lui-même qu'un aſſemblage de vaiſſeaux artériels & veineux; la ſeconde, que ce velouté étant naturellement blanchâtre & diaphane, le fluide qui coule alors dans les tuyaux qui le compoſent, eſt auſſi blanchâtre* & diaphane, & non pas un fluide rouge ou du ſang; car un objet uniquement formé de vaiſſeaux pleins de ce dernier, paroitroit néceſſairement lui-même rouge:

* Pag. 376. in 4.

rouge : la troisième & dernière conséquence fut que de pareils vaisseaux remplissent l'idée qu'on doit avoir des nouveaux lymphatiques, ou qu'ils ne sont eux-mêmes que les lymphatiques dont nous parlons. Je sais la différence qu'il y a d'un raisonnement à une démonstration anatomique, cependant celui-ci me parut au moins assez convaincant pour m'engager à faire des recherches, & je ne crus pas qu'il fût absolument impossible d'arriver à une découverte ; j'étois animé par l'importance du sujet. Les opérations les plus merveilleuses & les plus secretes s'exécutent dans les extrémités des vaisseaux artériels, & il s'agissoit de savoir si ceux qui conduisent le sang, sont les seuls que la nature ait formés, ou si la lymphe n'a pas aussi les siens. Qu'on fouille tant qu'on voudra dans les nouveautés du siècle passé, j'ose dire, & je n'en serai pas desavoué, qu'on en trouvera peu qui soient capables de fournir autant de lumières que feroit la découverte de ces artères. Convaincu de cette vérité, je fouillai dans un grand nombre de cadavres, je n'oubliai pas de chercher les vaisseaux dont je croyois que le velouté de la matrice étoit formé : le succès ne répondit pas à mon attente, & j'avois abandonné ce travail, lorsqu'en examinant l'œil d'un chien, je vis paroître dans le tissu celluleux qui est sous la conjonctive, un nombre considérable de vaisseaux cristallins fort déliés & fort distincts, pleins d'une liqueur diaphane ; ils s'avançoient depuis le haut de la sclérotique jusqu'à une ligne du bord de la cornée, en jettant des ramifications nombreuses : comme ils ne me parois-

roissoient pas noueux & garnis de valvules, l'idée des nouveaux lymphatiques se réveilla en moi; j'examinai d'autres yeux, je ne trouvai plus ces vaisseaux. Je cherchai dans l'homme, je réussis enfin à les voir dans un sujet âgé de 15 ans; ils étoient moins distincts que dans le chien, mais d'ailleurs disposés de la même manière: je voulus m'attacher à leur * origine, les soins que je pris pour cela furent inutiles; cette observation n'a pas été poussée plus loin. C'en fut assez cependant pour piquer ma curiosité & pour m'engager à d'autres recherches sur les artères lymphatiques. Je revins au velouté de la matrice, ce fut d'abord sans succès; mais après plusieurs tentatives je découvris enfin ce que je cherchois depuis longtems. Le microscope me fit voir dans ce velouté grand nombre de tuyaux blanchâtres extrêmement fins, ramifiés à la manière des artères & des veines ordinaires; je découvris, en un mot, avec le plaisir que la curiosité & l'importance du sujet m'avoient préparé, les nouveaux lymphatiques dont j'étois si occupé. Je les vis ensuite pour la seconde fois dans la matrice d'une fille âgée de 25 ans, mais je ne puis m'empêcher d'avouer qu'ils paroissoient moins distinctement, & qu'ils m'ont échappé dans toutes les autres occasions: cependant leur existence dès-lors fut pour moi une vérité anatomique dont je ne pouvois douter, car je m'étois bien assuré que le microscope ne me trompoit pas; mais pour faire connoitre au public les nouveaux lymphatiques, il falloit les découvrir dans des parties où ils fussent visibles en tout tems & pour tout le monde. Je

* Pag. 377. in 4.

Je ſavois qu'on diſtingue mieux les parties d'un objet à demi-tranſparent, lorſqu'on le place ſur un fond noir, & j'avois reconnu que cette diſpoſition ſe trouve dans l'uvée des enfans: je tire donc de l'orbite l'œil d'un ſujet âgé de ſix ans, mort depuis environ 24 heures; j'enlève la partie antérieure de la ſclérotique & la cornée, pour mettre la choroïde & l'uvée à découvert; je les regarde de front, les yeux armés d'une lentille de 5 lignes de foyer, la choroïde m'offre une quantité extraordinaire de vaiſſeaux ſanguins; je n'en vois aucun dans l'uvée, mais en revanche j'y découvre, &, s'il m'eſt permis de le dire, avec une eſpèce de raviſſement, une multitude innombrable de vaiſſeaux blanchâtres & tranſparens, que je ne pus douter être les nouveaux lymphatiques tant deſirés: ils étoient d'une fineſſe extraordinaire, mais tous avec cela ſi diſtincts & diſpoſés * d'une manière ſi régulière, qu'on ne peut rien imaginer de plus frappant ni de plus merveilleux. Curieux de vérifier & de ſuivre mon obſervation, j'examinai enſuite un grand nombre d'yeux humains, les uns frais & les autres plus ou moins flêtris: je n'y vis pas ſeulement ces vaiſſeaux, je découvris leur origine, leur différences, leurs ramifications, &c.

* Pag. 378. in 4.

Comme la curioſité ne peut manquer d'inviter les Anatomiſtes à vérifier un fait de cette nature, je juge à propos d'entrer ici dans un détail qui ſerve à conduire les Obſervateurs comme par la main. Dans cette vue, qu'il me ſoit permis de poſer pour préliminaires les faits ſuivans, dont une partie n'a pas été aſſez développée.

I. La

I. La choroïde considérée indépendamment de l'enduit noir qui la tapisse, paroit d'un rouge très vif (a), particulierement dans les enfans, à cause de la quantité prodigieuse de vaisseaux sanguins qui l'arrosent : il n'en est pas ainsi de l'uvée, j'ose assurer qu'elle n'en a point de visibles; je sais que plusieurs Anatomistes lui en ont attribué un grand nombre. Je ferai voir dans la suite la cause de cette erreur.

II. La face interne de l'uvée est couverte d'un enduit noir, qui se détache très souvent quand on laisse flêtrir l'œil d'un cadavre.

III. En examinant l'uvée à travers le jour après la séparation de l'enduit noir, j'ai constamment observé qu'elle est d'un tissu transparent dans les yeux bleus ou bleuâtres, comme sont presque tout ceux des enfans, mais qu'elle est opaque dans les yeux noirs, feuille-morte, &c.

IV. J'ai découvert entre la sclérotique & la choroïde un corps annulaire très distinct & très aisé à séparer de ces deux membranes; il est formé d'une substance grisâtre, & il embrasse circulairement la choroïde près du grand cercle de l'uvée: je le nomme l'*anneau de la choroïde*.

* V. La carotide interne fournit un petit tronc qui suit le nerf optique: ce tronc arrivé dans l'orbite laisse échapper de petites artères

*Pag. 379. in 4.

(a) On peut reconnoitre par-là que Mr. Ruysch s'est trompé, en s'imaginant que le sang n'étoit pas rouge dans les artères de la choroïde, *sanguin m rubicundum non gerunt*, ce sont ses termes. *Ruysch Epist. problem. 13. in explicatione Tabularum.*

tères qui percent enſuite la ſclérotique.

VI. Après ce trajet, la plupart de ces artères ſe partagent d'abord en deux branches ; l'une ſe répand dans la lame externe de la choroïde, l'autre fournit ſéparément à la lame interne, comme on peut l'obſerver par les injections & par le ſecours des verres. On ne peut rien voir de plus merveilleux que le réſeau formé par la réunion de leurs différentes ramifications: pluſieurs paſſent ſous l'anneau de la choroïde, & vont en partie accompagner les fibres du ligament ciliaire juſqu'au bord du criſtallin.

VII. Parmi les petites artères qui percent la ſclérotique, on en voit le plus ſouvent deux qui s'avancent entre la ſclérotique & la choroïde pour aller former le cercle artériel: ce cercle ſe trouve dans l'homme entre l'anneau de la choroïde & la circonférence de l'uvée.

Tout cela étant ſuppoſé, ſi l'on veut voir diſtinctement les nouveaux lymphatiques de l'uvée, on choiſira des yeux bleus ou bleuâtres, on les tirera de l'orbite, & ayant fait une inciſion circulaire à la ſclérotique, on ſéparera ſa portion antérieure du reſte du globe pour mettre l'iris à découvert ; alors on n'aura qu'à regarder avec un verre lenticulaire l'uvée par dehors au grand jour, de façon que la lumière tombe preſque à plomb ſur l'objet, on ne pourra manquer de voir une forêt de vaiſſeaux blanchâtres & diaphanes ; ce ſont les nouveaux lymphatiques. Leurs troncs extrêmement déliés & nombreux partent du grand cercle, ou de la circonférence de l'uſée, d'où ils vont vers le petit cercle ; après demi-ligne de

che-

chemin, ils commencent à produire une quantité prodigieuse de ramifications qu'on voit placées les unes au-dessus ou à côté des autres, à peine laissent-elles quelques espaces fort étroits; on croiroit que l'uvée en est entierement formée; les divisions & subdivisions font avec les troncs d'où elles viennent, des angles aigus tournés presque tous du côté de la prunelle: la plupart des troncs s'avancent * en serpentant jusqu'au bord ou presque jusqu'au bord de cette ouverture; j'ai souvent compté depuis le grand jusqu'au petit cercle de l'uvée dix & douze serpentins, qui rendent souvent ondée la surface de l'iris. Les branches primitives prennent en partie une route différente; plusieurs croisent les troncs voisins, & vont se répandre à droite ou à gauche, mais ces branches fournissent elles-mêmes des rameaux dirigés vers le centre de l'uvée. Cette multitude de vaisseaux est disposée avec un ordre & une symmétrie merveilleuse.

* Pag. 380. in 4.

Les troncs paroissent de la grosseur des petits filamens qui forment le coton non filé. On ne sauroit croire, sans l'avoir éprouvé, qu'avec cette extrême petitesse ils se présentent aussi nettement qu'ils le font: ce qui surprendra davantage, est qu'ils ne paroissent guère moins distincts dans les yeux déja flêtris que dans les autres, mais ils ne s'y montrent pas avec le même calibre, la même fraicheur, ni dans le même nombre. En revanche on y suit plus aisément les distributions d'un même tronc; elles sont plus confuses dans les yeux frais à cause de leur nombre. Enfin ces vaisseaux sont encore très visibles dans l'œil d'un

homme vivant, mais il est mal-aisé d'y reconnoître les divisions & subdivisions.

Les verres convèxes de 6 à 8 lignes de foyer m'ont paru les plus commodes pour cette recherche; la lumière du Soleil est la plus favorable.

Au reste, quoique les nouveaux lymphatiques soient les mêmes dans les yeux noirs, feuille-morte, &c. que dans les yeux bleus, il n'est pas aisé de les suivre, à moins que d'employer des moyens dont je parlerai ailleurs au sujet des couleurs de l'iris.

Lorsque l'uvée a perdu l'enduit noir, il faut couvrir d'une enveloppe la sclérotique pour empêcher le jour de pénétrer & d'éclairer le dedans du globe, l'obscurité répare en partie la perte de l'enduit noir.

Nous avons encore deux points importans à examiner: ces points sont l'origine & les différences de ces vaisseaux.

* Pag. 381. in 4. * Les injections fines poussées avec force dans la carotide interne, portent plus ou moins dans les nouveaux lymphatiques de l'uvée; ceux qui reçoivent l'injection se présentent alors sous la forme de vaisseaux sanguins.

Ces injections ne serviront donc qu'à les déguiser aux yeux de ceux qui ne sont pas instruits; mais ces lymphatiques étant une fois connus pour tels, l'injection sera d'un grand usage, lorsqu'il s'agira de découvrir leur origine, leurs différences, &c. J'ai trouvé qu'ils sont de deux sortes, les uns artériels, les autres veineux: les prémiers viennent immédiatement du cercle artériel; la liqueur injectée par l'artère carotide, porte dans celle qui ac-

compagne le nerf optique, delà dans les *arté-rioles* qui percent la ſcelérotique, enſuite dans le cercle artériel, & enfin dans quelques artères lymphatiques ; il ne faut alors qu'une loupe d'un pouce de foyer pour voir diſtinctement la naiſſance de ces artères.

Il n'eſt donc pas éxactement vrai que la prémière origine des vaiſſeaux ſécrétoires ſoit toujours inviſible ; les artères lymphatiques ſont de vrais ſécrétoires, & nous venons de voir leur origine.

Les nouvelles veines lymphatiques paſſent ſous le cercle artériel, elles vont ſe rendre dans les veines ſanguines de la choroïde, je l'ai vu diſtinctement après avoir fait pluſieurs tentatives; c'eſt de tous les faits que j'ai rapportés, celui qui m'a donné le plus de peine. J'en ai pris beaucoup pour injecter les veines de l'œil, & pour faire porter la liqueur dans les veines lymphatiques : ce n'eſt pas ſans effort qu'elle paſſe même dans les artères lymphatiques ; celles qui l'admettent, ſont toujours peu nombreuſes en comparaiſon des autres.

Telles eſt l'hiſtoire des nouveaux vaiſſeaux de l'uvée ; il y a lieu de croire qu'on les avoit apperçus ſans les connoître, & peut-être plus d'une fois. L'idée des Fibres que plus d'un illuſtre Anatomiſte ont attribuée (*a*) à la face antérieure de l'uvée, ne ſeroit-elle pas fondée là-deſſus ? Les vaiſſeaux * ſanguins que Mr. Ruyſch (*b*) reconnoit dans cette membrane, *Pag. 382. in 4.

(*a*) *Euſtach. Tab.* 40. *fig.* 8 & 9. *Boerh. Inſtit.* § 520.
(*b*.) *Ruyſch Epiſt. probl.* 13. *fig.* 17 & 18.

brane, & dont il paroît avoir entierement ignoré l'origine, ne sont sans doute que ces mêmes artères lymphatiques, ou, pour parler plus exactement, quelques-unes de ces artères déguisées par l'injection dont elles étoient remplies; on pourroit penser la même chose des vaisseaux sanguins que Mr. Hovius dit avoir vus dans l'uvée du mouton & du veau: c'est ainsi que de grands Anatomistes avoient, je ne dis pas connu, mais apperçu les veines lactées, le canal thorachique, les lymphatiques Bartholiniens, qu'ils en avoient même publié des descriptions longtems avant qu'on les eût découverts.

Après ce que nous avons dit, l'existence des nouveaux lymphatiques, que communément l'on croit invisibles, devient un fait réel dans l'Anatomie: les Observateurs qui ont paru jusqu'ici se reposer sur l'idée de leur invisibilité, nous fourniront vraisemblablement d'autres découvertes sur ce sujet; en les attendant, voici l'idée qu'on doit s'en faire.

On sait que le sang est composé de deux substances, l'une lymphatique, transparente & concrescible, l'autre rouge & globuleuse; elles roulent ensemble dans les troncs artériels & dans les branches qui conservent encore un certain calibre, mais elles se séparent l'une de l'autre dans les capillaires.

Tandis que les globules vont avec peu de véhicule par la même route jusqu'aux extrémités des artères sanguines, d'où ils reviennent par les veines congénères, la partie lymphatique enfile des tuyaux plus déliés, dont le diamètre intérieur est plus petit que celui des

glo-

globules rouges ; ces tuyaux se divisent à la manière des artères ordinaires pour faire la distribution de la lymphe, & ce sont-là les artères lymphatiques.

Cette lymphe est reprise, au moins en partie, par de petits tuyaux dont la réunion forme des troncs veineux presque aussi déliés que ceux des artères lymphatiques ; ils aboutissent dans les veines sanguines les plus voisines, où la lymphe se réunit de nouveau avec la partie rouge du * sang. Cet petits troncs veineux sont les nouvelles veines lymphatiques qu'on doit bien distinguer des lymphatiques Bartholiniens ou anciennes veines lymphatiques, dont les troncs, infiniment plus considérables que les précédens, se terminent après un long trajet, dans les vaisseaux chylifères, ou dans les veines souclavières.

* Pag. 383. in 4.

Nos yeux ne sont pas assez fins pour voir la prémière origine des veines lymphatiques, mais on ne peut guère douter que les unes & les autres ne soient formées par le prolongement des artères lymphatiques, l'exemple des artères & des veines sanguines en est une preuve convaincante. On doit penser la même chose des tuyaux sécrétoires particuliers, comme sont ceux de la salive, de l'urine, du suc pancréatique. Ces sucs ne se forment pas de la partie rouge du sang, ils se prennent sur la portion blanche, c'est donc aux artères lymphatiques qu'il appartient de fournir les canaux destinés à les recevoir & à les conduire.

Il est à présent certain par expérience, que la partie rouge du sang entre quelquefois dans

les artères lymphatiques. 1. Nous avons vu celles de la matrice dilatées & remplies de ſang. 2. J'ai fait la même obſervation ſur l'uvée, en diſſéquant des yeux enflammés extérieurement & intérieurement, mais le nombre des lymphatiques qui avoient admis du ſang, n'étoit pas la centième partie de ceux qui n'en avoient point. La moitié, un tiers même de ces vaiſſeaux pleins de ſang ſuffiroit pour faire paroître rouge l'uvée d'un homme vivant qui a les yeux bleus ; c'eſt ce qui n'eſt jamais arrivé, malgré tous les ſignes d'inflammation interne, dans nombre d'ophthalmies que j'ai examinées.

Le ſang que les artères lymphatiques ont reçu, paſſe enfin dans les veines lymphatiques ou dans les vaiſſeaux ſécrétoires particuliers qui naiſſent de ces artères : en voici des preuves : 1. en ouvrant des cadavres encore frais j'ai ſouvent trouvé dans les lymphatiques Bartholiniens une lymphe teinte de ſang, lorſque les parties d'où ils viennent, * Pag. 384. in 4. *étoient enflammées ; c'eſt ce qu'on voit principalement dans ceux qui forment le réſeau que j'ai découvert ſur toute la ſurface du poumon, & que j'ai décrit dans un Mémoire communiqué à l'Académie en 1733 (*a*). 2. On a reconnu de tout tems que les excrétions de ſang ou mêlées de ſang ne ſuppoſent pas toujours une ſolution de continuité, qu'elles ſe font ſouvent par les routes naturelles, & conſéquemment par celle des vaiſſeaux ſécrétoires ; les règles des femmes, les ſueurs de ſang &

(*a*) *Voyez l'Hiſtoire de l'an.* 1733. *page* 51.

& plusieurs autres sont sans doute de ce nombre.

Nous ne finirions point si nous voulions suivre toutes les idées raisonnables que la connoissance des Artères lymphatiques fournit par rapport à l'Œconomie animale & aux causes des Maladies ; le peu que nous avons dit, suffit au dessein que nous nous étions proposé.

* SUR UN INSTRUMENT

* Pag. 385. in 4.

PROPRE A JAUGER LES TONNEAUX,

Et les autres Vaisseaux qui servent à contenir des liqueurs.

Par Mr. CAMUS.

L'INSTRUMENT dont je vais donner la construction & l'usage, est un Bâton avec lequel on mesure les différens diamètres & la longueur d'un vaisseau proposé, & qui donne par sa gradation, sans aucun calcul, la capacité de ce vaisseau.

Quoiqu'on se serve depuis très longtems de bâtons semblables en quelque chose à celui que je propose, & qu'on ait eu à Paris une communauté de Jaugeurs qui jaugeoient avec ces bâtons, on n'en connoit point la construction, & leur usage est un secret que

les Jaugeurs ont conſervé fidellement à leur communauté.

La commodité de ces bâtons a fait ſouhaiter aux marchands qui commercent les liqueurs & aux Fermiers du Roi qui en retirent des droits, d'avoir un inſtrument ſemblable pour connoître au juſte la capacité des Tonneaux.

Les marchands ont fait faire des bâtons appélles *Veltes*, qu'on introduit dans les tonneaux par le bondon, & avec leſquels on meſure, pour ainſi dire, diagonalement les diſtances qu'il y a du bondon aux extrémités inférieures des fonds.

Ces bâtons étant diviſés en meſures, qui, à les prendre depuis l'extrémité du bâton, ſont les racines cubiques d'une progreſſion Arithmétique, & qui ſont numérotées par les termes de cette progreſſion, font voir tout d'un coup la capacité du tonneau, ſi le tonneau eſt ſemblable à celui ſur lequel la Velte à été conſtruite.

* Pag. 386. in 4. *La Velte ſuppoſe donc que tous les tonneaux ſont ſemblables; & en effet, comme ils le ſont à très peu de choſe près dans une même province, on peut, ſans craindre de commettre une erreur ſenſible, ſe ſervir de la Velte dans la province où elle a été vérifiée ſur les futailles qui y ſont en uſage; on peut même s'en ſervir dans les autres provinces où l'on ſait que la figure des futailles eſt à peu-près ſemblable, quoique les capacités en ſoient différentes. Mais il y a des provinces où la figure des tonneaux eſt ſi différente de celle pour laquelle la Velte a

été

été faite, & il eſt ſi aiſé d'altérer la capacité d'un tonneau ſans rien changer à la diſtance qu'il y a de ſon bondon à l'extrémité inférieure de ſon fond, que l'on commettroit des erreurs aſſez conſidérables, ſi l'on ſe ſervoit indiſtinctement de la Velte pour meſurer toutes ſortes de tonneaux.

La Velte ne doit donc pas être regardée comme un inſtrument propre à meſurer ſurement toute eſpèce de tonneaux, & il faut avoir recours à quelque autre moyen dans les villes, comme Paris, où l'on amène de tous les païs des liqueurs dans des tonneaux de figure extrêmement différente.

Comme le bâton des Jaugeurs eſt propre à meſurer des tonneaux de toute eſpèce, les Fermiers du Roi qui lèvent des droits ſur les liqueurs, ont fait faire une jauge à l'imitation de celle des Jaugeurs : mais ſoit que cette jauge ait quelque défaut dans ſa conſtruction, ſoit que les Commis négligent quelques précautions dans l'uſage qu'ils en font, elle paſſe pour être moins exacte que celle des Jurés-jaugeurs. Quoi qu'il en ſoit, comme la conſtruction & l'uſage de cette jauge ne ſont connus que de très peu de perſonnes, qui en font encore un myſtère, le public n'a rien gagné à ſon invention, & n'eſt pas plus en état qu'il étoit de s'aſſurer ſi on lui rend juſtice ſur la quantité de liqueur qu'on lui vend, & ſur les droits qu'on lui fait payer.

Ces conſidérations m'ont excité à travailler ſur la Jauge, & j'ai conſtruit un bâton avec lequel ont peut, ſans aucun calcul, trouver la capacité de toutes ſortes de tonneaux.

* Pag. 387. in 4.

* *Construction de la Jauge.*

La Jauge que je propose, est rélative à la pinte de Paris, qui contient 48 pouces cubes.

Pour construire ma jauge, j'ai supposé que la pinte étoit un cylindre de 5 pouces 9 lignes $\frac{61}{100}$ de diamètre sur une hauteur de 1 pouce 9 lignes $\frac{8}{10}$. J'aurois pu prendre tout autre cylindre de même capacité, mais celui-ci m'a paru plus commode.

La division de la Règle qui sert à mesurer les diamètres, commence donc à 69 lignes $\frac{61}{100}$ de son extrémité, & la division du bâton qui sert à mesurer les longueurs, commence à 21 lignes $\frac{8}{10}$ d'un point qui peut être regardé comme l'extrémité du bâton, mais qui est à 46 lignes du bouton, parce que l'on compte 46 lignes pour les saillies des jables & les épaisseurs des fonds dans les tonneaux ordinaires.

Fig. 1. Entre 69. 61 lignes, diamètre d'une pinte, & 696. 1 lignes, diamètre de 100 pintes, j'ai pris 999 moyennes proportionnelles, que j'ai marquées sur l'échelle des diamètres, & que j'ai numérotées de 5 en 5 par les termes de la progression Arithmétique, 0. 5, 10. 15...... 1000, en mettant 0 au prémier terme 69. 61 lignes, & 1000 au dernier terme 696. 1 lignes.

Fig. 2. Entre 21. 8 lignes, longueur d'une pinte, & 2180 lignes longueur de 100 pintes, j'ai pris aussi 999 moyennes proportionelles géométriques, & j'ai numéroté de 5 en 5 les termes de cette progression par les termes de la progession

ſion Arithmétique, 0. 5, 10. 15. 20 . . . . . 1000, en mettant zéro au prémier terme 21. 8 lignes, & 1000 au dernier 21. 80 lignes.

Les diviſions de mes deux règles étant les termes de deux progreſſions géométriques, & les nombres par leſquels je les ai cottées, étant les termes de deux progreſſions Arithmétiques, il eſt clair que les numéros de mes diviſions ſont les logarithmes des diviſions mêmes, ou plutôt des diſtances de ces diviſions à l'extrémité de chaque règle.

*Le bâton a une rainure dans laquelle eſt logée une règle qui y coule: deux côtés de la règle ſont diviſés, & le bord de la rainure eſt auſſi diviſé. Je vais expliquer ces trois diviſions.

* Pag. 388. in 4. Fig. 3.

Le bord de la rainure eſt diviſé, à commencer de ſon extrémité où eſt zéro, en parties égales de grandeurs quelconques, numérotées de 10 en 10, qui ſont deſtinées à repréſenter les logarithmes dont j'ai parlé, ſoit pour les diamètres, ſoit pour les longueurs.

Un côté de la règle cachée dans la rainure eſt auſſi diviſé en parties égales de même grandeur que celles du bord de la rainure, & ces parties de diviſions ſont faites pour repréſenter les logarithmes des capacités des vaiſſeaux qu'on aura à meſurer.

Enfin le côté ſupérieur ou apparent de la règle eſt diviſé en parties inégales, numérotées des nombres des ſeptiers & pintes qui répondent aux logarithmes marqués ſur le prémier côté. Voici comment cette diviſion eſt faite.

Le diamètre d'un cylindre de 100 pintes, ſa hau-

hauteur étant 21. 8 lignes, eſt numéroté par 1000, qui eſt ſon logarithme, ou, ce qui revient au même, la longueur d'un cilindre de 100 pintes, dont le diamètre eſt 69. 61 comme celui d'une pinte, eſt numéroté par ſon logarithme 1000 ſur l'échelle des longueurs; ainſi j'ai placé 100 pintes ou 12 ſeptiers 4 pintes ſur le deſſus de la règle mobile, à l'endroit où répond le logarithme 1000.

Le nombre 100 pintes m'étant donné avec ſon logarithme 1000, j'ai placé les autres nombres de pintes par le moyen de la table des logarithmes, en faiſant pour chaque nombre de pintes que j'ai voulu placer, cette proportion.

Comme le logarithme de 100 pris dans les tables, eſt à 1000, vis-à-vis lequel on a placé 100 pintes;

Ainſi le logarithme du nombre de pintes que j'ai voulu placer, eſt au numéro de la diviſion, à côté duquel j'ai placé ce nombre de pintes.

* Pag. 389. in 4. *Par cette proportion l'on voit que je n'ai pris que la moitié des 4 prémiers chiffres des nombres artificiels des tables, en ſupprimant le point, & que ces moitiés m'ont donné les numéros des diviſions vis-à-vis leſquels j'ai placé les termes de la progreſſion naturelle des pintes.

Uſage de l'Inſtrument.

L'uſage de l'inſtrument dont je viens de donner la conſtruction, eſt extrêmement facile, lorſque les vaiſſeaux qu'on propoſe à meſurer

ſurer ſont cylindriques, parce que la pinte ſur laquelle il a été conſtruit, a été regardée comme un cylindre; mais comme les tonneaux qui ſont le principal objet de la jauge, n'ont pas la figure d'un cylindre, je vais examiner ſi on ne peut pas les rapporter à quelques figures qui ayent avec le cylindre un rapport facile à trouver. Juſqu'à préſent on n'a rapporté les figures des tonneaux qu'à trois eſpèces de ſolides connus.

1. On a regardé le tonneau comme deux cones tronqués, oppoſés par leurs grandes baſes.

2. Il a été conſidéré comme deux troncs de paraboloïdes, oppoſés par leurs plus grandes baſes.

3. Enfin on l'a regardé comme un ellipſoïde allongé & tronqué par les deux bouts perpendiculairement à ſon axe de révolution.

Il eſt évident que la prémière figure eſt celle des trois qui eſt la plus éloignée de la figure d'un tonneau. Le ſecond ſolide en approche davantage, mais il a le défaut de repréſenter le tonneau comme s'il étoit tranchant par le cercle de ſon milieu. Enfin le troiſième ſolide eſt défectueux, en ce que les douves du tonneau auroient leur plus grande courbure à leurs extrémités, au-lieu que c'eſt dans le milieu qu'elles ſont le plus courbées, de ſorte qu'en calculant le tonneau ſuivant cette hypothèſe, on lui pourroit attribuer plus de capacité qu'il n'en a véritablement. Connoiſſant les défauts de ces trois figures, j'en ai cherché une quatrième plus conforme à la courbure que les tonneaux paroiſſent avoir.

Une

* Pag. 390. in 4. Fig. 4. *Une douve *ABCDE* qui auroit la courbure d'une tête de parabole dans sa partie moyenne, qui répond à la moitié *BD* de la longueur du tonneau, & qui seroit droite dans ses parties restantes *AB*, *DE*, m'a paru exemte des inconvéniens que j'ai trouvés dans les trois solides auxquels ceux qui ont traité de la jauge ont cru devoir rapporter les figures des tonneaux; car avec une telle figure la douve aura sa plus grande courbure dans son milieu, & réprésentera assez bien celle que l'on connoit aux tonneaux. Je me suis donc arrêté à cette courbure comme à celle qui me pouvoit donner la capacité que je devois trouver, ou dont je devois approcher sans erreur sensible.

PROBLEME.

Fig. 4. *Etant donnés, la longueur intérieure* GF *du tonneau, son diametre* CN *pris dans le milieu de sa longueur, & le diamètre* AM *de son fond, trouver sa capacité lorsque les douves* ABCDE *ont dans leur partie moyenne* BD *qui répond à la moitié de la longueur du tonneau, la courbure d'une parabole dont le sommet est en* C, *& que les bouts* BA, DE, *des mêmes douves sont des tangentes à la parabole.*

SOLUTION.

Soit $GI = l$, $CI = a$, $AG = b$, on aura $CL = a - b$, & par hyp. $BK = \frac{1}{2} l$; ainsi prolongeant *AB* jusqu'à l'axe de la parabole en *O*, on

on aura $KL = KO$ & $KC = \frac{1}{2} KO = \frac{1}{2} KL$, & par conséquent $KC = \frac{1}{3} CL = \frac{a-b}{3}$.

Le segment parabolique BKC sera donc $\frac{2}{3}$ $BK \times KC = \frac{1}{3} l \times \frac{a-b}{3}$. Le point P de l'axe où répond le centre de gravité P de ce segment, donnera $CP = \frac{3}{5} CK = \frac{a-b}{5}$, ainsi on aura $IP = \frac{4a+b}{5}$.

Prenant m pour le rapport de la circonférence au diamètre, on aura la circonférence décrite par le point $P = 2m^* \times \frac{4a+b}{5}$; ainsi le solide engendré par la révolution du segment BKC, sera $\frac{ml}{45}(8aa-6ab-2bb)$. *Pag. 391. in 4.

Le cylindre engendré par la révolution du rectangle BI, est $m \times BK \times (BH)^2$; mais $BK = \frac{1}{2} l$, & $(BH)^2 = \left(\frac{2a+b}{3}\right)^2 = \frac{4aa+4ab+bb}{9}$, ainsi le cylindre engendré par la révolution du rectangle BI sur l'axe GF, sera $\frac{ml}{2}$ $\left(\frac{4aa+4ab+bb}{9}\right)$.

Enfin le tronc de cone engendré par la révolution du trapèze $AGHB$, est $m \times \frac{GH}{3}$

$\times \square(BH)$

$\times [(BH)^2 + BH \times AG + (AG)^2]$; mais $\frac{GH}{3} = \frac{l}{6}$ & $(BH)^2 + BH \times AG + (AG)^2$ $= \frac{4aa + 4ab + bb}{9} + \frac{2ab + bb}{3} + bb = \frac{4aa + 10ab + 13bb}{9}$; ainsi le tronc de cone engendré par la révolution du trapèze $AGHB$ est $\frac{ml}{6}\left(\frac{4aa + 10ab + 13bb}{9}\right)$.

Ajoutant ensemble ces trois solides de révolution, on aura, après avoir tout réduit au même dénominateur, $ml\left(\frac{64aa + 37ab + 34bb}{135}\right)$ pour la capacité du demi-tonneau. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Donc si l'on fait l égal à la longueur entière GF du tonneau, on aura la capacité du tonneau entier $= ml\left(\frac{64aa + 37ab + 34bb}{135}\right)$.

COROLLAIRE II.

Donc $\left(\frac{64aa + 37ab + 34bb}{135}\right)$ est le quarré du rayon moyen du tonneau.

* REMARQUES.

* Pag. 392. in 4.

1. En considérant le tonneau comme deux troncs

troncs de cones, on trouveroit pour sa solidité $ml\left(\frac{aa+ab+bb}{3}\right)$.

2. En le considérant comme deux troncs de paraboloïdes, on trouveroit sa solidité $=ml\left(\frac{aa+bb}{2}\right)$.

3. En le considérant comme un ellipsoïde allongé & tronqué par les deux bouts, on auroit sa solidité $=ml\left(\frac{2aa+bb}{3}\right)$.

4. En donnant à ses douves la courbure d'une parabole dans leur milieu, & les faisant droites par les bouts, nous avons trouvé $ml\left(\frac{64aa+37ab+34bb}{135}\right)$.

5. A ces quatre formules j'en ajouterai une cinquième qui heureusement est extrêmement commode dans la pratique, elle donne la solidité du tonneau $=ml\sqrt[3]{(a^4bb)}$.

Dans ces cinq formules le quarré du rayon moyen est entre les crochets.

Examinons maintenant dans différens rapports du grand diamètre au petit, quelles différences il y a entre les quarrés des rayons moyens.

I.

Lorsque le grand rayon est 10, & le petit 9,

Les deux cones tronqués donnent.	90. 33.	Quarré du rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués. . .	90. 50.	
L'ellipsoïde tronqué donne.	93. 66.	
La courbure mixtiligne que je propose. .	92. 50.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$	93. 2.	

*Pag. 393. in 4.

*II.

Lorſque le grand rayon eſt 10, & le petit 8,

Les deux cones tronqués donnent. . . .	81. 33.	Quarré du rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués.	82.	
L'ellipſoïde tronqué donne.	88.	
La courbure mixtiligne que je propoſe.	85. 45.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$	86. 25.	

III.

Lorſque le grand rayon eſt 10, & le petit 7,

Les deux cones tronqués donnent. . . .	73.	Quarré du rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués. .	74. 50.	
L'ellipſoïde tronqué.	83.	
La courbure mixtiligne.	78. 93.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$	78. 8.	

IV.

Lorſque le grand rayon eſt 10, & le petit 6,

Les deux cones tronqués donnent. . .	65. 33.	Quarré du rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués.	68.	
L'ellipſoïde tronqué.	78. 66.	
La courbure mixtiligne.	72. 92.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$.	71. 2.	

Comme les douves courbées en parabole dans leur milieu, & droites dans leurs deux bouts, ont évidemment la figure que les tonneaux affectent le plus ordinairement, ce ſeroit cette figure qu'il faudroit prendre ſi la for-

formule qui vient de cette figure pour la capacité d'un tonneau, étoit commode dans la pratique; mais cette formule . . . . $ml\left(\frac{64aa+37ab+34bb}{135}\right)$ a trois termes avec des coefficiens différens, ainsi les opérations qu'elle demande, ne peuvent point se faire avec la promptitude qu'on souhaite * dans l'art de jauger, il faut donc avoir recours à une autre formule.

* Pag. 394. in 4.

Quoiqu'on puisse rejetter les deux cones tronqués & les deux paraboloïdes tronqués, comme donnant trop peu pour le quarré du rayon moyen, & qu'on puisse aussi rejetter l'ellipsoïde tronqué par la raison opposée, pour s'en tenir à la figure qui donne la formule $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ pour le quarré du rayon moyen; comme on peut rencontrer des tonneaux où ces figures conviendront mieux que tout autres, qu'il y a des vases qui sont réellement de ces figures, & qu'il y en a même de cylindriques, je donnerai les méthodes pour jauger les cylindres, & pour trouver les capacités des tonneaux suivant les cinq formules que j'ai rapportées.

PROBLEME I.

Jauger un Cylindre.

Mesurez le diamètre du cylindre avec l'échelle des diamètres, & la longueur du cylindre avec l'échelle des longueurs. Fig. 1 & 2.

Ensuite tirez la règle mobile jusqu'à ce que le Fig. 3.

le numéro du diamètre vienne à l'extrémité de la rainure.

Enfin cherchez ſur le bord de la rainure le numéro de la longueur, vous trouverez vis-à-vis ce numéro la quantité de ſeptiers & de pintes que contient le cylindre.

On peut auſſi tirer la règle mobile juſqu'à ce que le numéro de la longueur vienne à l'extrémité de la rainure; alors il faut chercher le numéro du diamètre ſur le bord de la rainure, & vis-à-vis ce numéro on trouvera la quantité de ſeptiers & de pintes contenus dans ce cylindre.

Par cette opération, la diſtance qu'il y a depuis le zéro de la règle mobile juſqu'au numéro qu'on a trouvé ſur le bord de la rainure, eſt la ſomme des logarithmes de la ſection du cylindre & de ſa longueur; ainſi le nombre de ſeptiers & de pintes qui convient à cette diſtance, eſt le produit de la ſection & de la longueur, & eſt par conſéquent la capacité du cylindrique *C. Q. F. T.*

*Pag. 395. in 4.

*PROBLEME II.

Jauger un Tonneau enflé par ſon milieu, en prenant pour le quarré de ſon rayon moyen $\sqrt[3]{(a^4bb)}$, *c'eſt-à-dire, la racine cubique de la quatrième puiſſance de ſon grand rayon, multipliée par le quarré de ſon petit rayon.*

SOLUTION.

Fig. 1. Le grand & le petit diamètre étant meſurés

rés avec l'échelle des diamètres, ajoutez au numéro du petit diamètre les deux tiers de la différence qu'il y a du numéro du petit au numéro du grand, & prenez cette somme pour le numéro du diamètre moyen, c'est-à-dire, pour le logarithme de la section moyenne du tonneau.

Mesurez aussi la longueur intérieure du tonneau avec l'échelle des longueurs. Fig. 2.

Enfin ayant tiré la règle mobile jusqu'à ce que le numéro du diamètre moyen vienne à l'extrémité de la rainure, cherchez sur le bord de la rainure le numéro de la longueur, vous aurez vis-à-vis ce numéro, sur le dessus de la règle mobile, la quantité de septiers & de pintes contenus dans le tonneau. Fig. 3.

DEMONSTRATION.

Prenant l pour signifier Logarithme:

Le numéro du grand diamètre est. $lmaa$.

Le numéro du petit diamètre. . . $lmbb$.

Les deux tiers de leur différence. $\frac{2}{3}lmaa - \frac{2}{3}lmbb$

étant ajoutés au numéro. . . . . . . $lmbb$,

on aura le numéro du diamètre moyen. $\frac{2}{3}lmaa + \frac{1}{3}lmbb$.

Et passant de ces logarithmes à leurs nombres, la section du diamètre moyen sera

$$\sqrt[3]{(m^2a^4)} \times \sqrt[3]{(mbb)} = m\sqrt[3]{(a^4bb)}$$, &

par conséquent $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ est le quarré du rayon moyen proposé.

* Par le reste de l'opération l'on a ajouté le logarithme de la section moyenne avec celui de la longueur du tonneau; ainsi on a dû trou-

* Pag. 396. in 4.

trouver au bout de la ſomme la capacité du tonneau en ſeptiers & pintes ſur le deſſus de la règle mobile *C. Q. F. D.*

PROBLEME III.

Jauger un Vaiſſeau qui a la figure de deux Conoïdes paraboliques tronqués.

SOLUTION.

Quoique les tonneaux n'ayent pas la figure du vaiſſeau qu'on propoſe de jauger, je ne laiſſerai pas de donner la façon de jauger un tel vaiſſeau, afin qu'on ne croie point que l'inſtrument que je propoſe, ſoit incapable de jauger les tonneaux conſidérés comme deux conoïdes paraboliques.

Fig 1, 2, 3. 1. On meſurera le plus grand diamètre avec l'échelle des diamètres; on meſurera auſſi la longueur avec l'échelle des longueurs, & ayant tiré la tringle mobile juſqu'à ce que le numéro du diamètre ſoit à l'extrémité de la rainure, on cherchera le numéro de la longueur ſur le bord de la rainure, & vis-à-vis ce numéro on trouvera la capacité que la pièce auroit ſi elle étoit un cylindre qui eût pour diamètre le plus grand diamètre meſuré.

2. On meſurera le petit diamètre, & ayant tiré la tringle juſqu'à ce que le numéro du petit diamètre ſoit à l'extrémité de la rainure, on cherchera encore ſur la rainure le numéro de la longueur, & l'on trouvera vis-à-vis ce numéro la capacité qu'auroit le vaiſſeau s'il étoit

étoit un cylindre qui eût pour diamètre ce petit diamètre.

3. Enfin on prendra la moitié de la somme de ces deux capacités, & cette moitié sera la capacité du vaisseau proposé.

Cette opération est évidente, car la capacité du vaisseau proposé est un moyen Arithmétique entre deux cylindres de même longueur que le vaisseau, dont l'un auroit pour diamètre le plus grand * diamètre du vaisseau proposé, & dont l'autre auroit pour diamètre le plus petit diamètre du même vaisseau. * Pag. 397. in 4.

PROBLEME IV.

Jauger un vaisseau conique.

SOLUTION.

Mesurez le diamètre de la base du cone avec l'échelle des diamètres, & la hauteur du cone avec l'échelle des longueurs; ensuite ayant tiré à l'extrémité de la rainure le numéro du diamètre, comme on a toujours fait, cherchez sur le bord de la rainure le numéro de la hauteur du cone, vis-à-vis ce numéro vous trouverez une capacité qui sera triple de celle du cone; ainsi en prenant le tiers de cette capacité, on aura jaugé le cone. Fig. 1, 2, 3.

Pour prendre le tiers de la capacité, j'ai mis sur le second bord de la rainure un chiffre 3 éloigné du bout de la rainure d'une quantité $= l\, 3$; ainsi ayant amené le numéro de la capacité triple vis-à-vis ce numéro 3, on trouvera sur la tringle vis-à-vis le bout de la

la rainure, une capacité qui ne sera que le tiers de la prémière, & qui sera par conséquent celle du cone proposé.

PROBLEME V.

Jauger un vaisseau qui a la figure d'un Ellipsoïde tronqué par les deux bouts.

SOLUTION.

La section moyenne du vaisseau proposé est $m\left(\frac{2aa+bb}{3}\right)$, ainsi ce vaisseau doit être jaugé en deux fois.

1. Ayant mesuré le plus grand diamètre & la longueur du vaisseau avec leurs échelles, tirez la tringle jusqu'à ce que le numéro du plus grand diamètre soit vis-à-vis $\frac{3}{2}$, & cherchez sur le bord de la rainure le numéro de la longueur, vous aurez vis-à-vis ce numéro la capacité de la prémière partie du vaisseau.

* Pag. 398. in 4. *2. Ayant mesuré le petit diamètre, tirez la tringle jusqu'à ce que le numéro de ce diamètre soit vis-à-vis le 3 qui est sur le second bord de la rainure, & cherchez sur le prémier bord le numéro de la longueur, vous trouverez à côté de ce numéro la capacité de la seconde partie de la pièce.

DEMONSTRATION.

1. Le numéro ou logarithme du grand diamètre étant vis-à-vis $\frac{3}{2}$ ou log. $\frac{3}{2}$, le numéro qui est à l'extrémité de la rainure, est le logarithme

garithme de la plus grande ſection, moins le logarithme de $\frac{1}{2}$; ainſi ce numéro eſt le log. de $m\frac{2aa}{3}$ ou de $\frac{2}{3}$ de la plus grande ſection, & la capacité qu'on a trouvée, eſt au bout de la ſomme des logarithmes des deux tiers de la plus grande ſection & de la longueur du vaiſſeau, ainſi cette capacité eſt le produit des deux tiers de la plus grande ſection & de la longueur, & répond par conſéquent à $ml\left(\frac{2aa}{3}\right)$.

2. Le numéro du petit diamètre, ou le logarithme de la petite ſection étant vis-à-vis 3, le numéro qui eſt au bout de la rainure, eſt le logarithme de la petite ſection moins le log. de 3, il eſt donc le logarithme du tiers de la petite ſection; ainſi la ſeconde capacité qu'on a trouvée, eſt au bout de la ſomme du logarithme du tiers de la petite ſection & de la longueur du vaiſſeau, & par conſéquent cette capacité eſt le produit du tiers de cette ſection & de la longueur, car ce produit eſt la ſeconde partie du vaiſſeau qui répond à $ml\left(\frac{bb}{3}\right)$.

PROBLEME VI.

Jauger un vaiſſeau conſidéré comme deux Cones tronqués, oppoſés par leurs plus grandes baſes.

SOLUTION.

La capacité de ce vaiſſeau eſt $ml\left(\frac{aa+ab+bb}{3}\right)$

* Pag. 399. in 4. ou * $ml\,[(a+b)^2 - ab]$; ainsi on le peut jauger en trois fois ou en deux fois ; nous allons le jauger en deux fois.

1. Pour jauger la partie $ml\left(\frac{(a+b)^2}{3}\right)$, on ajoutera ensemble la longueur du grand diamètre avec la longueur du petit, & ayant rapporté cette somme sur l'échelle des diamètres pour en avoir le numéro, on tirera la tringle jusqu'à ce que ce numéro soit vis-à-vis 3 ; on cherchera ensuite le numéro de la longueur sur le bord de la rainure, & l'on trouvera vis-à-vis ce numéro la capacité de la prémière partie de la pièce.

2. Pour jauger la seconde partie $ml\left(\frac{-ab}{3}\right)$, on mesurera avec l'échelle des diamètres le plus grand & le plus petit diamètre, & l'on prendra un numéro moyen Arithmétique entre leurs numéros, & ayent amené ce numéro moyen pris sur la tringle, vis-à-vis 3, on cherchera sur le bord de la rainure le numéro de la longueur, & vis-à-vis ce numéro on aura la seconde partie de la capacité, laquelle étant négative, doit être retranchée de la prémière.

La démonstration de cette opération est trop semblable à la précédente pour nous y arrêter.

PROBLEME VII.

Jauger un Tonneau dont la capacité est exprimée par $ml\left(\frac{64aa + 37ab + 34bb}{135}\right)$.

So-

SOLUTION.

La formule de la capacité du vaisseau proposé ayant trois termes, on jaugera le tonneau à trois fois.

1. Ayant mesuré la longueur & le plus grand diamètre avec leurs échelles propres, on amenera le numéro du diamètre pris sur la tringle, vis-à-vis le numéro $\frac{135}{64}$ écrit sur le second bord de la rainure, & cherchant sur le prémier bord le numéro de la longueur, on aura vis-à-vis ce numéro la prémière partie de la capacité du tonneau.

*2. Ayant mesuré le petit diamètre, on prendra un numéro moyen Arithmétique entre le numéro du grand & celui du petit, & on tirera la tringle jusqu'à ce que ce numéro moyen soit vis-à-vis $\frac{135}{57}$, & cherchant le numéro de la longueur sur le bord de la rainure, on trouvera vis-à-vis la seconde partie de la capacité de la pièce. * Pag. 400. in 4.

3. Enfin on tirera la tringle jusqu'à ce que le numéro du petit diamètre soit vis-à-vis $\frac{135}{34}$, & cherchant le numéro de la longueur sur le prémier bord de la rainure, on trouvera vis-à-vis ce numéro la capacité de la troisième partie du tonneau.

Il est évident que ces trois parties de capacité étant ajoutées ensemble, leur somme sera la capacité entière du tonneau.

La démonstration de cette pratique est encore la même, car les distances du bout de la rainure aux nombres $\frac{135}{64}$, $\frac{135}{57}$, $\frac{135}{34}$, sont les logarithmes de ces nombres.

PROBLEME VIII.

Jauger un Ellipsoïde, quel que soit le rapport de ses deux axes.

SOLUTION.

Ayant mesuré le diamètre du plus grand cercle, & la longueur de l'axe qui est perpendiculaire à ce cercle, chacun avec son échelle propre, tirez la tringle jusqu'à ce que le numéro du diamètre soit vis-à-vis le nombre $\frac{3}{2}$ marqué sur le second bord de la rainure, & cherchez sur le prémier bord le numéro de l'axe, vous trouverez vis-à-vis ce numéro la capacité du sphéroïde elliptique.

La démonstration est encore la même, car le solide de l'ellipsoïde est $ml\left(\frac{2aa}{3}\right)$.

Il est évident que cette opération convient aussi à la jauge d'une sphère, car la sphère est un ellipsoïde dont l'axe est égal au diamètre de l'équateur.

Si l'ellipsoïde n'étoit point un sphéroïde, & si toutes * les sections perpendiculaires à l'axe ou longueur étoient des ellipses, on prendroit un moyen Arithmétique entre les numéros des deux axes de la plus grande section, & l'on tireroit la tringle jusqu'à ce que ce numéro moyen fût vis-à-vis $\frac{3}{2}$, ensuite on chercheroit le numéro de la longueur perpendiculaire à cette section sur le prémier bord de la rainure, & vis-à-vis ce nu-

* Pag. 401. in 4.

numéro on trouveroit la capacité de l'ellipsoïde non sphréroïde.

PROBLEME IX.

Jauger des Parallélépipèdes.

SOLUTION.

On peut jauger les parallélépipèdes en deux manières.

1. On mesurera deux dimensions du parallélépipède proposé, avec l'échelle des diamètres, & l'on prendra une moyenne arithmétique entre les numéros de ces dimensions. On mesurera aussi la troisième dimension avec l'échelle des longueurs, ensuite on tirera, comme pour le cylindre, la tringle jusqu'à ce que le numéro moyen des deux prémières dimensions soit à l'extrémité de la rainure, & cherchant sur le côté du bord de la rainure le numéro de la troisième dimension, l'on aura vis-à-vis ce numéro une capacité qu'il faudra multiplier par $\frac{14}{11}$ ou par $\frac{400}{314}$ pour avoir celle du parallélépipède; mais on s'épargnera la multiplication, en apportant la capacité trouvée à l'extrémité de la rainure, car on aura alors la capacité demandée vis-à-vis une division cottée $\frac{14}{11}$ ou $\frac{400}{314}$ sur le second bord de la rainure.

La démonstration de cette opération est semblable aux précédentes, & est fondée sur ce que la division marquée $\frac{14}{11}$ ou $\frac{400}{314}$ est éloignée du bout de la rainure d'une distance qui est le logarithme de $\frac{14}{11}$ ou de $\frac{400}{314}$.

 2. On

2. On peut meſurer les trois dimenſions du parallélépipède propoſé, avec l'échelle des longueurs, alors il faudra tirer la tringle juſqu'à ce qu'on ait le numéro d'une dimenſion au bord de la rainure, & tirer encore la tringle d'une * quantité égale au numéro de la ſeconde dimenſion, ce qui eſt facile ; car ayant remarqué ſur le bord de la rainure le numéro de la ſeconde dimenſion, l'on peut aiſément tirer à l'extrémité de la rainure le point de la tringle qui eſt vis-à-vis ce numéra: enfin on cherchera ſur le bord de la rainure le numéro de la troiſième dimenſion, & vis-à-vis on trouvera la capacité en huitièmes de pintes, c'eſt-à-dire, qu'il faudra compter les ſeptiers pour pintes, & les pintes pour des huitièmes de pintes.

*Pag. 402. in 4.

La démonſtration de cette opération eſt fondée ſur ce que l'unité des meſures des longueurs eſt de 21. 8 lignes, qui eſt le côté d'un cube de 6 pouces cubiques, ou de la huitième partie d'une pinte.

J'aurois pu ajouter un plus grand nombre de Problèmes, pour faire voir que la Jauge que je propoſe, eſt un inſtrument propre à meſurer tous les ſolides dont on peut avoir les expreſſions ; mais je crois que les ſolides dont je me ſuis propoſé d'avoir la capacité, ſuffiſent pour donner une idée des opérations qu'il faudroit faire pour jauger d'autres ſolides.

RE-

Pl. 18. Pag. 516.

* REMARQUES
SUR
L'ASCENSION DROITE D'ARCTURUS.

* Pag. 403. in 4.

Par Mr. LE MONNIER le Fils (a).

COMME on a lu il y a quelques jours dans l'assemblée de l'Académie diverses réfléxions au sujet des Observations astronomiques publiées dans les Mémoires de l'année 1738, j'ai cru devoir les calculer de nouveau, ou plutôt les comparer à celles que j'ai continué de faire pendant ces trois dernières années. Je ne parlerai point ici des différences en ascension droite entre le Soleil & Arcturus, observées le 20 & le 21 Juin 1738; c'est aux Astronomes à se décider sur le choix de celles qui ont été faites suivant deux méthodes différentes, pour en déduire le vrai moment du Solstice d'Eté; d'ailleurs les différences qui en résultent ne paroissent peut-être pas assez considérables pour nous y arrêter. Toute la question roule donc principalement sur la situation d'Arcturus, que l'on auroit supposé trop avancé dans le Ciel: c'est du moins ce qui s'ensuivroit

(a) 23. Aout 1741.

vroit d'un calcul fondé ſur quelques obſervations qui donneroient, ſelon Mr. de Thury, le vrai tems du Solſtice d'Eté à 6h 36', au-lieu de 6h 23' que nous avions établi, en limitant l'aſcenſion droite d'Arcturus. Cette dernière détermination de l'heure vraie du Solſtice n'étoit fondée, comme l'on voit, que ſur les réſultats des deux prémières tentatives qui furent faites en 1738 pour déterminer la ſituation de cette Etoile, que nous jugeames pour lors n'être pas bien éloignée de ſa vraie poſition dans le Ciel, en fixant ſon aſcenſion droite au 21 Juin à 210° 56' 0".

Je trouve préſentement qu'au-lieu de ſuppoſer l'aſcenſion droite d'Arcturus plus petite que je ne l'avois faite, il faudroit au contraire l'augmenter d'environ un huitième de minute. On voit donc par-là qu'au-lieu de prendre 6h 36' pour le * tems vrai du Solſtice, il faudroit au contraire qu'il fût arrivé avant 6h 23'; mais il reſte à expoſer les principaux motifs qui m'ont déterminé deux fois conſécutives à augmenter l'aſcenſion droite de cette Etoile, en un mot pourquoi je l'ai faite dans l'Hiſtoire Céleſte de 15" plus grande que ſelon le 1. eſſai qui en a été publié dans les Mém. de l'Acad. & qui n'étoit fondé que ſur quelques obſervations correſpondantes faites environ 25 jours avant & après le Solſtice d'Eté.

* Pag. 404. in 4.

Pour cet effet nous remonterons d'abord à l'origine de toutes ces recherches. Pour peu que l'on veuille réfléchir ſur l'état préſent de l'Aſtronomie, il eſt certain qu'il n'y a perſonne qui ne ſente la néceſſité (ſur-tout après les nouvelles découvertes qui ont été faites

ſur

sur les mouvemens apparens des Etoiles depuis environ 20 ans) de rétablir par de nouvelles & par les plus exactes observations les vraies situations des Etoiles fixes dans le Ciel. Envain voudroit-on se servir de celles de Mrs. *de la Hire* & *Flamsteed*: ces observations, quoique faites avec de fort bons instrumens, ne peuvent guère nous donner les ascensions droites des Etoiles que pour la fin du dernier siècle, car il y a telle Etoile observée depuis 1680 jusqu'à 1690, dont l'ascension droite corrigée & réduite à l'année 1740, diffère de plus de 2′ de la véritable ascension droite.

Ayant dont remarqué que c'étoit aux Etoiles fixes de la 1. grandeur que les Astronomes comparent le plus communément le Soleil & toutes les Planètes, pour en déduire leurs vrais mouvemens en longitude, & par conséquent les équations de leurs orbites, je me préparai dès le commencement de 1736 à rechercher celles de Sirius & d'Arcturus; mais m'étant bientôt apperçu qu'il y avoit trop de difficultés à établir les ascensions droites de ces deux Etoiles, en les comparant immédiatement avec le Soleil, je m'attachai aussitôt après mon retour de la Lapponie, à rechercher celles de Procyon & de la Luisante de l'Aigle: ces deux Etoiles sont situées d'une manière plus avantageuse, parce que vers les Equinoxes, lorsque le mouvement du Soleil en * déclinaison est le plus rapide, on peut déterminer très commodément leurs différences de passages au Méridien avant ou après le Soleil; ce qu'il est facile de pratiquer en plein jour, ou

* Pag. 405. in 4.

 par

par des hauteurs égales prises à l'Orient & à l'Occident, ou par leurs passages observés aux filets verticaux de la lunette immobile d'un Arc mural de *Graham*. Il n'en est pas de même de Sirius & d'Arcturus: d'ailleurs la première de ces deux Etoiles ne monte pas assez vite sur notre horison; enfin Arcturus ne peut guère être comparé avec le Soleil qu'aux mois de Mai & de Juillet, & le mouvement diurne du Soleil en déclinaison est alors bien moins sensible que vers les Equinoxes: or il faut bien prendre garde ici que c'est principalement l'erreur que l'on commet dans les déclinaisons du Soleil observées qui doit influer le plus sur l'ascension droite de l'Etoile que l'on veut alors établir. Quand le Soleil passe dans la même ouverture de lunette qu'Arcturus le 24 Mai ou le 19 Juillet, son mouvement diurne n'est alors que de 13 à 11 minutes, c'est-à-dire, environ la moitié de celui qu'on observe vers les Equinoxes; mais plus on approche du Solstice d'Eté, plus une même erreur dans les déclinaisons observées doit influer sur les ascensions droites. Il pourroit donc arriver qu'au-lieu de déterminer les ascensions droites à quelques secondes près, comme cela se pratique vers les Equinoxes, on ne les connoitroit peut-être, en y employant toujours la même méthode, qu'à quelques minutes près, si l'on n'observoit que 5 ou 6 jours avant & après le Solstice.

C'est pour cette raison qu'il vaut mieux rechercher l'ascension droite d'Arcturus, en comparant cette Etoile avec Procyon ou la Luisante de l'Aigle. Voici du moins de quelle

le

le manière j'y ai procédé. On trouve dans les Mémoires de 1738 (*a*) & dans l'Histoire Céleste les principaux résultats sur l'ascension droite de Procyon. Après l'avoir vérifiée trois année de suite, j'ai recherché en même tems non seulement l'ascension droite de la Luisante de l'Aigle qui en est éloignée d'environ 183°, mais je me suis appliqué sur-tout à connoître sa différence en ascension droite avec Procyon. J'y * ai employé prémierement des hauteurs égales ou correspondantes, observées à différentes fois, & sur-tout en plein jour, le 18 & le 21 Septembre 1737. Je me suis servi aussi de lunettes fixes ou murales dont j'avois vérifié un grand nombre de fois la situation par rapport au Méridien; enfin j'ai vérifié toutes ces observations par plus de vingt passages observés à la lunette mobile autour de son axe horisontal, & il sembloit qu'après tant de vérifications il ne devoit plus rester aucun doute sur les ascensions droites de ces deux Etoiles; mais de plus ayant comparé cinq fois Arcturus avec la Luisante de l'Aigle par des hauteurs égales ou correspondantes, & deux fois avec Procyon, il m'a paru que j'avois un assez grand nombre de preuves évidentes pour augmenter l'ascension droite d'Arcturus d'environ ¼ de minute, c'est pourquoi je l'ai fixée au 1 Janvier 1740, à 210° 57′ 10″.

* Pag. 406. in 4.

(*a*) *Page* 299.

Observations (a) faites pour déterminer la différence en ascension droite entre l'Etoile Procyon & la Luisante de l'Aigle.

Le 18 Septembre 1737 au matin, hauteurs correspondantes.

à l'Orient	de Procyon		à l'Occid.	Pass. au Méridien à 7h 33′ 44″½
5h 13′ 53″½	37° 50′	00″	9h 53′ 36″½	7h 33′ 45″
5 14 15¾	37 50	+100p	9 53 13¾	44¾
5 18 08½	38 20	00	9 49 21	44¾
5 18 31	38 20	+100	9 48 58	44½
5 22 27	38 50	00	9 45 01½	44¼
5 22 50½	38 50	+100	9 44 37½	44

Passage de l'Aigle à 7h 44′ 15″¼ du soir.

Ainsi puisque 23h 56′ 12″ 30‴ de la Pendule répondoient à une révolution du Ciel ou 360 degr. on trouve qu'à proportion 12h 10′ 30″ 45‴ valent 183 degr. 6′ 36″ 30‴. Donc la vraie difference en ascension droite apparente entre ces deux Etoiles, 183 degr. 06′ 19″.

Le 21 Septembre 1737 au matin,

à l'Occident	Procyon		à l'Orient	Passage au Mérid.
5h 24′ 53″½	40° 20′	00″	9h 20′ 02″¾	7h 22′ 23″⅛
5 25 08	40 20	+100	9 19 37¼	22⅜
5 37 51¼	41 40	00	9 06 54	22⅝
5 38 19	41 40	+100	9 06 26	22½

* Le même jour au soir, (* Pag. 407. in 4.)

à l'Orient	l'Aigle		à l'Occident	Passage au Mér.
6h 0′ 57″½	45° 00′	00″	9h 04′ 50″¼	7h 32′ 53″⅞
6 4 41⅓	45 20	00	9 01 06	53[illegible]
6 8 34	45 40	00	8 57 14½	54¼
6 9 06¾	45 40	+100	8 56 43¼	55½
6 12 37	46 00	00	8 53 10	53½
6 13 11¼	46 00	+100	8 52 37¾	54½

C'est

(a) *Ces observations auroient dû être rapportées dans les Mémoires de l'année 1738, page 505, & suiv. mais on étoit persuadé pour lors qu'il suffisoit d'en donner un extrait.*

C'eſt pourquoi ſuppoſant que la Pendule retardoit chaque jour de 3′ 47″ ½ ſur la révolution des Etoiles fixes, conformément aux obſervations du ſoir & du matin, on doit conclurre la différence en aſcenſion droite apparente entre Procyon & la Luiſante de l'Aigle, de 183° 6′ 47″ ½. Prenant un milieu, & ayant égard à leurs aberrations & à la préceſſion des Equinoxes, on a leur vraie différence en aſcenſion droite au 1 Juillet 1738, de 183° 6′ 28″ ½.

Obſervations faites pour déterminer la différence en aſcenſion droite entre Arcturus & la Luiſante de l'Aigle.

Le 7 Juillet 1738 au ſoir, hauteurs correſpondantes.

à l'Orient	Arcturus	à l'Occident	Paſſage au Mér.
$5^h 37' 15'' \frac{3}{4}$	$55° 30'$ $00''$	$8^h 54' 52'' \frac{3}{4}$	$7^h 16' 04'' \frac{1}{4}$
5 37 28	55 30+50	8 54 40¾	04⅜
5 41 43	56 00 00	8 50 26½	04¾
5 41 55	56 00+50	8 50 14¼	04⅝

Le même jour au ſoir, & le 8 Juillet au matin,

à l'Orient	l'Aigle	à l'Occident	Paſſage au Mér.
$9^h 37' 15'' \frac{1}{2}$	$32° 50'$ $00''$	$4^h 01' 46''$	$12^h 49' 30'' \frac{3}{4}$
9 37 25	32 50+50	4 01 36½	30¾
9 40 44½	33 20 00	3 58 18½	31½
9 40 54¼	33 20+50	3 58 09	31⅝

No-

Notez que $23^h\ 56'\ 19''$ de la Pendule répondoient alors à $360^\circ\ 0'\ 0''$; c'est pourquoi selon ces observations la différence en ascension droite apparente entre Arcturus & la Luisante de l'Aigle auroit été de $83^\circ\ 34'\ 28''\frac{1}{4}$, mais corrigée par l'aberration, la vraie différence en ascension droite, $83^\circ\ 34'\ 15''$.

Comme on a déja publié dans les Mémoires de l'année 1738 les observations des hauteurs correspondantes de l'Etoile Arcturus, observées le 20 & le 21 Juin, on croit* qu'il est inutile de les répéter ici; mais on avoit trouvé pour lors par des hauteurs correspondantes de l'Aigle observées avant & après minuit, le moment du passage de l'Aigle au Méridien le 21 Juin au matin à $1^h\ 51'\ 18''$ de la Pendule, ce qui donnoit pour différence en ascension droite apparente entre les deux Etoiles, $83^\circ\ 34'\ 34''\frac{1}{2}$, ou plutôt $27''$ ayant égard à l'aberration. On peut donc conclurre par ces prémières observations la différence en ascension droite entre les Etoiles Arcturus & la Luisante de l'Aigle, de $83^\circ\ 34'\ 20''$ au prémier Juillet 1738.

* Pag. 408. in 4

Cette méthode de déterminer les différences en ascension droite des Astres nous a toujours paru la plus certaine, sur-tout lorsque nous avons observé en plein jour les hauteurs, tant orientales, qu'occidentales, ce qui n'avoit pas encore été tenté jusqu'ici. Il est vrai qu'on auroit pu parvenir à connoître ces différences en ascension droite avec bien moins de peine, & peut-être avec autant de certitude, si l'on eût employé à cette recherche un

un excellent instrument des passages ; mais outre que celui que nous faisions construire, n'étoit pas encore achevé, il y a d'ailleurs une infinité de précautions à prendre lorsqu'on se sert de cet instrument, qui néanmoins n'est pas sujet de même que nos anciens Quart-de-cercles muraux, aux variations causées par le froid & par le chaud, à moins que les rayons du Soleil ne l'échauffent inégalement en plein jour, si par hazard ils viennent à tomber dessus, ou plutôt lorsque cet instrument n'est pas renfermé dans une chambre obscure.

On remarquera que le mouvement d'Arcturus en ascension droite pour trois années, est de 2′ 2″ ½, & que le Catalogue de *Flamstéed* donne la différence en ascension droite entre Procyon & la Luisante de l'Aigle, de 1′ ¾ trop petite.

*DE LA FORMATION DE LA VOIX DE L'HOMME.

* Pag. 409 in 4.

Par Mr. FERREIN (a).

L'EXAMEN de la structure & du jeu de tous les organes du Corps humain est du ressort de l'Anatomie ; l'Anatomie est une des principales parties de la Médecine, on ne doit donc pas être étonné qu'un Médecin ait

(a) 15 Novemb. 1741.

ait fait des recherches ſur la formation de la Voix humaine: d'ailleurs ces recherches ne ſe bornent pas à de ſimples ſpéculations; les vérités qu'elles préſentent à la Phyſique ont leur utilité particulière dans la Médecine.

L'organe de la voix a ſes maladies; la voix elle-même eſt ſujette à des accidens dont la connoiſſance ſert à fixer en bien des occaſions les attentions & les vues d'un Médecin, & c'eſt, s'il m'eſt permis de le dire, dans les découvertes dont je vais rendre compte, qu'on peut puiſer les principes de cette connoiſſance.

I. Idée qu'on a de l'inſtrument de la voix humaine.

L'inſtrument de la voix de l'homme a été comparé aux flutes, aux jeux à bizeau de l'orgue, &c. Le larinx ſitué au haut du cou en eſt le principal organe, l'air en eſt la matière, le poumon eſt regardé comme le ſoufflet, la trachée-artère comme le porte-vent; on conſidère enfin l'effort de la poitrine ſur le poumon comme le poids dont on charge le ſoufflet de l'orgue.

La théorie de la voix eſt peut-être le ſujet de phyſique ſur lequel les Anciens & les Modernes ont été le moins partagés; c'eſt un même langage depuis plus de deux mille ans, & il ſemble que Mr. Dodart, membre illuſtre de cette Académie, a diſſipé tous les doutes qui auroient pu naître ſur ce ſujet.

II. L'organe de la voix eſt un inſtrument à corde & à vent.

Je ne viens point offrir de nouveaux commentaires ſur l'opinion des Anciens, je veux montrer au contraire que * leur théorie eſt peu d'accord avec la Nature, & préſenter un inſtrument nouveau également inconnu aux Anatomiſtes & aux Muſiciens. Il y a des in-

* Pag. 410. in 4.

instrumens à corde, tels que le violon, le clavecin; il y en a d'autres à vent, comme la flute, l'orgue, mais on n'en connoit point qui soient à corde & à vent tout à la fois : cet instrument, l'objet des vœux de deux grands hommes (*a*), je l'ai trouvé dans le corps humain. Cette découverte est fondée sur les expériences que j'ai faites; mais avant que de les rapporter, je crois devoir donner une idée des instrumens auxquels on a comparé celui de la voix, & de la doctrine qu'on a suivie jusqu'ici.

III. Deux différens genres d'instrumens de musique.

On convient parmi les Physiciens que les instrumens de musique se réduisent presque tous à deux genres (*b*): les uns tirent leurs propriétés de la nature, de la roideur, des dimensions, &c. de la matière dont ils sont faits, telles sont les cordes sonores, les cloches, &c. les autres au contraire, comme les flutes, les flageolets, les jeux à bizeau de l'orgue, tirent ces propriétés de la figure & de l'étendue de leurs cavités.

Les prémiers ne sonnent jamais sans être agités de tremblemens sensibles; leur son s'éteint au moment qu'on arrête ces tremblemens, il change suivant la qualité des matières, on les distingue même au son qu'elles rendent: on ne sauroit changer la longueur, la largeur & l'épaisseur de ces matières sans faire varier le son & le ton. Il n'en est pas de même des flutes & autres instrumens du se-

(*a*) *Les PP. Mersenne & Kircher.*
(*b*) *V. Perrault, Essais de Physiq. Traité du Bruit, part. 2. chap. 7. Euler*, Tentam. novæ theor. Musicæ.

ſecond genre; on peut les preſſer fortement (*c*), on peut les couvrir de plomb, d'argent, on peut leur donner indifféremment l'épaiſſeur d'une ligne ou d'un pied, on peut enfin employer tous ſes moyens propres à changer ou à éteindre les vibrations, ſans altérer en rien le ſon & le ton; la diverſité même des matières eſt incapable de le faire, il eſt du moins très difficile à l'oreille d'y reconnoître quelque différence (*d*), je m'en ſuis aſſûré par moi-même. Des flutes d'orgue faites de cuivre, d'étain, * de plomb, de carton, m'ont fait entendre le même ſon & le même ton avec le même degré de force; il faut écouter de fort près & prêter une oreille très attentive, il faut les faire ſonner d'abord les unes après les autres, & les comparer exactement pour en juger d'une autre manière; on s'y trompe même ſouvent avec ces précautions, & l'on s'y trompe toujours ſi on les néglige; on croit alors entendre un ſeul & même tuyau, ſans pouvoir ſoupçonner aucun changement à cet égard (*e*).

* Pag. 411. in 4.

Tout

(*c*) *Voy. ſur tous ces faits Mr. Perrault au même endroit.*

(*d*) *Voy. Merſenne, Harmonie univerſelle, liv.* 5. *&* 6. *en divers endroits; Perrault, ibid. Euler, ibid.*

(*e*) La longueur de ces tuyaux priſe depuis la bouche, eſt d'un pied, le diamètre eſt de 13 à 14 lignes: ſi l'on ſe met à la juſte portée de cet inſtrument ou dans une autre chambre, les différences les plus délicates échappent, je n'en ai pu ſentir aucune. Il y a même quelque choſe de fort ſingulier dans celles qu'on obſerve en les étudiant de plus près, c'eſt que le ſon du tuyau de plomb eſt un peu plus net & plus moelleux que les autres; celui de carton l'emporte encore à cet égard ſur celui de cuivre & d'étain; ce dernier eſt le moins bon de tous, cela peut dépendre des différences inévitables dans la conſtruction. On ſait que dans les tuyaux

Tout ce que nous venons de dire, sert à établir deux vérités importantes. La prémière est que dans les cordes sonores, les timbres & autres instrumens du prémier genre, les vibrations du solide sont essentielles à la production du son (*f*), au-lieu qu'elles ne servent en rien au son des flutes, * des flageolets, des jeux à bizeau de l'orgue, &c. Je sais que Mr. Perrault & quelques Physiciens modernes ont voulu modifier cette propo-

* Pag. 412. in 4.

tuyaux de même matière & de même grandeur, souvent le son est simple dans l'un, & accompagné de son octave dans l'autre, ici plus sec, plus aigre, plus perçant; là plus doux, plus net, plus moelleux; un bizeau plus ou moins saillant, une surface plus ou moins unie, un peu de poussière, le changement de tems, tout enfin peut produire de pareils effets; le tuyau de carton devient sensiblement plus sourd en tems humide. Au reste j'ai entendu jouer le Sr. Bellejambe, d'Etampes, sur une flute de terre qu'il a faite lui-même, & qui ne diffère en rien des flutes ordinaires par la qualité, la force & l'agrément du son.

Je pourrois rappeller ici les expériences rapportées 1. par Mr. Perrault au sujet des flutes d'argent, d'yvoire, de cuivre, de bois, de plomb, de carton (*Traité du Bruit*, *p.* 2. *ch.* 7.) 2. Par le P. Mersenne au sujet des trompettes d'argent, de fer, d'étain, de bois, de laiton (*Harmonie univers. liv.* 5. *prop.* 11. *p.* 237.) & au sujet des tuyaux d'orgue de plomb, d'étain, de bois, de fer, de carton, de cire, de plume (*Ibid. liv.* 6. *prop.* 5. *p.* 221. *& prop.* 18. *p.* 346.). Je pourrois enfin ajouter ce que dit Mr. Euler dans son *Tentamen novæ theoriæ Musicæ*, & faire voir l'accord de leurs expériences avec les miennes.

(*f*) C'est pour cela qu'ils doivent rassembler l'élasticité & la flexibilité jointes à une certaine roideur, qui les rendent capables de prêter & de se remettre promptement: les corps trop longs & trop grèles ont rarement cette roideur; on peut leur donner ce qui leur manque, & les mettre en état de sonner par le moyen de la tension, & c'est ce qu'on fait dans les instrumens à corde.

position; ils n'ont garde d'attribuer à ce dernier genre d'instrumens les ébranlemens qu'on découvre si sensiblement dans les prémiers, & dont ils reconnoissent d'ailleurs la nécessité, mais ils leur prêtent des vibrations insensibles, des vibrations qui n'ébranlent que les particules de la surface, des vibrations enfin supposées, inutiles & incompatibles avec les phénomènes de ces instrumens, comme de savans Physiciens (*g*) l'ont démontré avant moi.

La seconde vérité est que les cloches, les cordes sonores & tous les instrumens du prémier genre nous font entendre le son de l'or, de l'argent, du cuivre, &c. dont ils sont faits, mais qu'il n'en est pas ainsi des flutes, des sifflets, &c. les matières qu'on emploie pour les faire, le bois, le plomb, l'étain, l'yvoire, ne servent pas plus au son de ces instrumens que les forêts & les vallées au bruit de l'écho. Ces matières n'ont d'autre usage que celui de former des cavités, ou de présenter des surfaces favorables à certains mouvemens de l'air (*h*); l'argent sonne dans une cloche, mais non pas dans une flute (car on en fait quelquefois de ce métal): ce sont des faits avoués de tous les Physiciens (*i*).

On

(*g*) Voyez *Euler*, *ibid.*

(*h*) Je n'examine pas si c'est un mouvement de toute la colomne, ou seulement des parties *toniques* de l'air, suivant l'ingénieux systême de Mr. de Mairan, qu'il seroit aisé d'accorder avec nos principes. Voyez *les Mém. de l'Acad.* 1737. *p.* 1, *& suiv.*

(*i*) V. *Mersenne*, *Kircher*, *& principalement Perrault dans l'endroit que j'ai déja cité.*

IV. Exposition du système qui a règné jusqu'ici.

On n'a jamais cru que l'organe de la voix humaine fût capable de sonner comme les timbres, les cordes sonores, &c. on l'a toujours comparé aux flutes, aux flageolets, aux jeux à bizeau de l'orgue. Ce que disent là-dessus les Anciens n'est pas moins formel que ce qu'en ont dit de nos jours Mrs. Perrault & Dodart. C'est un point qui paroit décidé par le consentement unanime de tous les siècles, & *l'on ne sauroit, ce semble, penser autrement, lorsqu'on vient à examiner l'organe qui fait, dit-on, la partie principale de l'instrument.

* Pag. 413. in 4.

On trouve dans le larinx même une voute en *tiers-point*, dont la clef laisse une fente horisontale, longue de 8 à 10 lignes, & profonde d'une ligne au plus; cette fente est connue sous le nom de *glotte*: l'air que nous respirons n'a pas d'autre passage; les portions de la voute qui terminent cette ouverture à droite & à gauche, sont appellées *lèvres de la glotte*; on l'a comparée à la fente de l'embouchure des flutes ou à celle des jeux à bizeau de l'orgue, & considérée comme l'organe essentiel de la voix, mais comme un organe passif, uniquement propre à gêner le passage de l'air, semblable à cet égard aux fentes de rocher que l'air traverse en sifflant. On a donc jugé que la voix n'étoit que le son de l'air lancé impétueusement dans l'air qui repose (*k*), ou brisé par les obstacles qui s'opposent à son cours. C'est précisément le système que Mr. Do-

(*k*) *Galen. passim*; *Fabricius*, de laringe, vocis organo; *Casserius*, de organo vocis.

Dodart adopte dans son dernier Mémoire sur la Voix (*l*), & qu'il croit pouvoir démontrer par l'exemple du sifflement humain; il est vrai qu'il joint quelquefois à cette cause le frémissement que Mr. Perrault, son illustre Maître, attribuoit aux particules insensibles de la surface des flutes & des lèvres de la glotte, mais ce prétendu frémissement ne vient qu'en second, il est étranger à l'idée générale de son systême & à l'explication qu'il donne des phénomènes, & son Auteur paroit le désavouer en plus d'un endroit (*m*).

*Pag. 414. in 4. * Mr. Dodart croit aussi après Aristote, Galien, Boëce (*n*), &c. que les tons aigus de la voix dépendent du rétrécissement de la glotte & des degrés de la vitesse de l'air causée par ce rétrécissement : cette opinion à pour elle le suffrage de tous les Auteurs qui ont écrit depuis deux mille ans, & un grand nombre de preuves qui forment le fond principal des Mémoires de Mr. Dodart. Les plus grands Physiciens de nos jours regardent les preu-

(*l*) *Mémoires de l'Académie, année* 1707, *pag.* 92, *& suiv.*

(*m*) Mr. Dodart n'a jamais paru tenir beaucoup à ces vibrations des parties insensibles que la plupart des Physiciens de son tems admettoient dans les flutes ou autres instrumens semblables, & par conséquent dans la circonférence de la glotte; il les suppose néanmoins dans plusieurs endroits de ses Mémoires, mais dans d'autres il semble qu'il seroit assez porté à s'en éloigner, & principalement dans son Mémoire de 1707. *V. les Mem. l'Acad. ann.* 1707. *pag.* 93, *& suiv.* Voyez *aussi les Mémoires de l'année* 1700, *depuis la page* 343, *jusqu'à la page* 360, *avec la note N. pag.* 354 *&* 383, 384.

(*n*) On peut ajouter Fabricius, Casserius, le P. Mersenne, Kircher, Perrault, & une infinité d'autres.

preuves rapportées par ce savant Médecin, comme autant de démonstrations.

On a attribué la force du son de la voix à la dilatation de la glotte & à la quantité d'air lancé par cette ouverture; l'autorité des Anciens & les raisons de Mr. Dodart se réunissent encore en faveur de ce sentiment.

V. Réfutation de ce système.

Cette théorie, quoique soutenue de l'autorité des Anciens & des Modernes, ne m'a point frappé; j'y ai trouvé des difficultés insurmontables, & malgré ma vénération pour l'Antiquité, malgré le respect que doit inspirer le nom des célèbres Auteurs qui l'ont adoptée, j'ai osé en douter; j'ai fait plus, je me suis mis en état de faire voir qu'elle pèche dans le principe & dans les conséquences. En effet, on compare la glotte à la fente des flutes, des jeux à bizeau de l'orgue, &c. elles ont, dit-on, l'une & l'autre les mêmes usages: j'y consens, & j'en conclus évidemment que la glotte n'est pas l'organe de la voix, car il est certain que la fente des flutes & des tuyaux d'orgue n'est ni l'instrument, ni une partie essentielle de l'instrument proprement dit; la flute *traversière* n'en a point, l'ouverture des lèvres du joueur y supplée: cette fente sert uniquement à diriger l'air sur le bizeau, sans contribuer en rien par elle-même à la production du son.

Le rétrécissement de la glotte & la vitesse de l'air ne sont pas plus propres, même dans ce système, à expliquer la diversité des tons de la voix. Mr. Dodart & ceux qui l'ont précédé, ignoroient que les fentes des flutes, des * flageolets, des tuyaux d'orgue, &c. ne

* Pag. 415. in 4.

 font

font ni monter ni descendre le ton, quelque changement qu'on suppose dans leurs dimensions; le diamètre même des tuyaux y contribue si peu (*o*), que l'un des grands connoisseurs en ce genre compte pour rien la différence qui en résulte (*p*).

La part qu'on donne à la vitesse de l'air dans la production des tons n'est pas mieux fondée. Aristote croyoit que les sons aigus de tous les corps consistent dans cette vitesse (*q*), il fit l'application de cette doctrine aux tons de la voix (*r*): personne n'ignore aujourdhui la fausseté du principe, malgré les efforts que Mr. Dodart a faits pour le renouveller (*s*). Il y a donc lieu de s'étonner qu'on n'ait pas apperçu l'erreur d'une conséquence qui tient de si près à ce principe.

Les exemples tirés des instrumens à vent n'ont rien d'imposant que la manière dont Mr. Dodart les présente. Il est vrai que souvent les instrumens compris sous le genre de flutes, montent à l'octave par un vent forcé (*t*), mais ils y montent de même par un souffle presque insensible, je l'ai éprouvé sur les flutes d'orgue; d'ailleurs ces octaves n'ont aucun rap-

(*o*) Voyez *les expériences du* P. *Mersenne dans son Harm. univers. Liv.* 6.

(*p*) *Euler*, Tentam. novæ theor. Musicæ.

(*q*) *Aristotel.* de generat. animal. *Lib.* 5.

(*r*) *Ibidem.*

(*s*) *Mém. de l'Acad. an.* 1707, p. 83.

(*t*) Les tuyaux d'orgue fort courts à proportion de leur diamètre, & ceux dont la bouche est fort haute, ne font pas sujets à *octavier*, quelque vent qu'on puisse leur donner.

rapport avec la ſuite des tons de la voix humaine.

Il eſt encore vrai qu'indépendamment des octaves, ces tuyaux montent auſſi comme par nuances à meſure qu'on pouſſe le vent, mais cette différence eſt ſi peu conſidérable qu'elle échappe aux oreilles peu attentives. Je conſentirai néanmoins, ſi l'on veut, que toutes ces raiſons ſoient comptées pour rien, & que les différens degrés de viteſſe de l'air puiſſent produire tous les degrés imaginables d'aigu & de grave; mais on ſait que la force du ſon des inſtrumens à vent augmente par celle de l'air & par ſa viteſſe,* il eſt donc certain que les octaves, que les ſons aigus qui dépendent de cette viteſſe ſeront conſtamment plus forts, plus pleins & plus éclatans que les ſons graves, ſans que cela puiſſe être autrement (*u*), & je ne connois point d'exemple qui ne juſtifie l'univerſalité de la règle : les tons de la voix ſeroient donc dans le même cas, s'ils dépendoient de cette cauſe; on ne pourroit faire monter le ſon ſans le forcer, ni le faire deſcendre ſans l'affoiblir. Cette réfléxion ſuffit elle ſeule pour anéantir toutes les inductions qu'on a voulu tirer de quelques faits préſentés ſous des couleurs différentes.

* Pag. 416. in 4.

VI. L'inſtrument de la voix comparé à une viole.

Ces obſervations m'ayant découvert les défauts du ſyſtème qui a regné juſqu'ici, j'ai cherché une théorie qui pût mieux expliquer le méchaniſme admirable qui produit tous les ſons

(*u*) A moins qu'à force de pouſſer le vent, ces octaves ou ces ſons aigus ne viennent à excéder la juſte portes de l'inſtrument.

sons différens qui charment nos oreilles. L'examen du larinx m'en a d'abord fourni l'idée. J'ai cru trouver dans les lèvres de la glotte des cordes capables de trembler & de sonner comme celles d'une viole ; j'ai regardé l'air comme l'archet qui les met en jeu, l'effort de la poitrine & du poumon comme la main qui fait promener l'archet, & je me suis servi de ce principe pour expliquer la force du son de la voix, la diversité de ses tons, & beaucoup d'autres phénomènes dont la cause avoit paru jusqu'ici se dérober à nos connoissances; je me suis même cru en droit d'ôter à la glotte le titre d'*organe de la voix*, pour en revêtir les cordes dont j'ai parlé. Mais comme je sais que l'Académie ne se contente pas de vraisemblances, j'ai voulu, avant que de proposer mon idée, l'établir sur des expériences certaines. L'entreprise étoit difficile : tout le monde croyoit, & Mr. Dodart l'avoit assuré (*x*), qu'on ne pouvoit rendre l'organe de la voix humaine visible en action, ni le faire sonner quand il n'est plus animé par le principe de la vie, cependant je résolus de le tenter. Je pris un cadavre, je soufflai à plusieurs reprises de bas en haut dans la trachée-artère, le larinx fut muet en cette occasion.

* Pag. 417. in 4. VII. Voix de l'homme

*Je fis réfléxion dans la suite que la voix ne demande pas seulement un vent plus fort, mais encore un nouveau degré de rétrécissement dans le larinx : je pris celui d'un chien, je

(*x*) *Voyez les Mém. de l'Acad. année* 1707. *p.* 83.

je rapprochai les lèvres de la glotte (*y*), & je souffłai fortement dans la trachée-artère; à ce coup l'organe parut s'animer, & fit entendre, je ne dis pas seulement un son, mais une voix éclatante, plus agréable pour moi que les concerts les plus touchans. & des animaux après la mort.

J'avois un cadavre humain destiné à des usages publics, je ne pus m'empêcher de le sacrifier à mon impatiente curiosité, elle fut pleinement satisfaite; les moyens dont j'ai parlé, ayant été mis en œuvre, le larinx du cadavre répondit par un éclat qui étonna les assistans, & c'est, je pense, la prémière fois qu'on ait vu pareil phénomène: ces expériences ont été souvent répetées avec le même succès. La voix du bœuf, celle du cochon, &c. se sont encore fait distinguer par la force & par la qualité du son qui les caractérisent.

Après ces expériences, je tournai mes réfléxions sur les instrumens à vent connus en musique, & j'en tirai des conséquences peu favorables au systême reçu de tout tems: je me représentai les dimensions de ces instrumens réduites à celles de la glotte & de ses lèvres, à l'étendue de quelques lignes, & je compris évidemment qu'ils ne pourroient rendre qu'un son extrêmement foible & aigu en comparaison de ceux que ces larinx venoient de me faire entendre, ils alloient à l'unisson d'un tuyau long de plusieurs pieds. J'avoue que les cordes sonores placées dans ce point de

(*y*) Voyez l'*Instruction qui est à la suite de ce Mémoire sur la manière de faire ces expériences.*

de vue ne présentent pas des idées plus justes, mais un instrument à corde & à vent tout à la fois ne pourroit-il pas réunir des perfections que ces instrumens n'ont point séparément? & ce prodige est-il au dessus des forces de la nature? Voila l'idée qui me frappa; mais avant que de la suivre, je voulus éprouver d'abord s'il étoit vrai que l'élargissement de la *glotte réglât la force du son, comme on l'a cru depuis Aristote. Je repris donc mes expériences, j'examinai l'effet des différens degrés d'ouverture de la glotte, & je découvris au contraire que l'éclat de la voix augmentoit beaucoup par le rétrécissement, & qu'il diminuoit par l'élargissement.

* Pag. 418. in 4.

VIII. Expériences qui détruisent le systême reçu touchant les causes qui produisent la force de la voix.

Après m'être satisfait là-dessus, je donnai un vent tantôt plus fort & plus rapide, tantôt plus foible & plus lent, & je vis ce que la raison & l'exemple des instrumens m'avoient déja fait comprendre, c'est-à-dire, que la force du son dépendoit aussi de celle du vent. L'une & l'autre suivoient sensiblement la même proportion.

IX. Ce qui cause la force du son de la voix.

Le rétrécissement de la glotte & la vitesse de l'air sont donc les deux différens moyens, & je puis dire les seuls que la nature emploie pour augmenter l'éclat de la voix, & pour aller du prémier au dernier degré de son *intensité.* Toutes les expériences que j'ai faites, s'accordent parfaitement à cet égard, & la moindre est capable de convaincre les plus incrédules.

X. Erreur du systême reçu tou-

Cette découverte suffit pour anéantir tout ce que les Anciens & les Modernes ont avancé sur la cause des sons aigus de la voix; on

on ne peut plus les attribuer au rétrécissement de la glotte & à la vitesse de l'air, l'éclat de la voix en dépend, & ces deux effets ne sauroient être le produit de la même cause; les sons aigus (car il n'est pas inutile de le répéter) seroient nécessairement plus pleins & & plus forts que les sons graves. chant les causes qui produisent les sons aigus de la voix.

Quoiqu'il soit impossible d'éluder la force de cette démonstration, je ne laisserai pas de joindre ici les expériences que je fis au sujet du système que je combats.

Pour m'assurer s'il étoit vrai que l'élargissement ou le rétrécissement de la glotte, que le vent plus ou moins poussé donnât les variations de ton, je pris des larinx d'homme & de chien, je soufflai par degrés dans la trachée-artère, je serrai de même la glotte, j'observai toutes les gradations imaginables; la force du son varia à l'infini, sans que le ton souffrît aucun changement considérable, ou qu'il suivît à *cet égard aucune règle: souvent la voix se soutient au même degré d'aigu ou de grave, souvent elle monte d'un demi-ton, quelquefois d'un ton (z); une dilatation excessive, un souffle extrêmement foible, l'ont fait monter aussi plus d'une fois. Tout ce qu'il y a de constant là-dessus, c'est que le resserrement de la glotte & la vitesse de l'air n'ont jamais pu changer tant soit peu le ton, sans augmenter considérablement la force du son.

*Pag 419. in 4.

Je

(z) On se ressouviendra que ces expériences ont été faites sur le larinx de l'homme & du chien; la différence peut être plus ou moins grande dans d'autres. Voyez *l'Instruction qui est à la suite de ce Mémoire.*

XI. Observation remarquable.

Je voulus chercher la cause des différences dont j'ai parlé, voici ce que j'observai par rapport aux effets de ce rétrécissement & de cette vitesse. L'air gêné dans son passage, pressant les lèvres de la glotte du dedans au dehors, les forçoit de s'étendre, de se courber & de s'écarter l'une de l'autre, & je vis que le son montoit plus ou moins sensiblement, suivant que la distension étoit elle-même plus ou moins considérable. C'est ainsi qu'une corde plie sous l'archet, & qu'elle peut monter plus ou moins suivant le degré de force qui la presse. Cette expérience a été faite, à ma prière, par un des plus grands maîtres que nous ayons en musique (*a*).

XII. L'Anatomie fait voir que l'organe de la voix est un instrument à corde.

On voit combien ces observations sont favorables au sentiment que j'avois embrassé, & que tout nous invite à tourner nos vues du côté des instrumens à corde. Il est étonnant que personne n'ait eu cette idée : la prémière inspection des lèvres de la glotte de l'homme, & plus encore de celle du chien, auroit dû suffire pour la faire naître. Le bord de chaque lèvre est une espèce de ruban large d'une ligne, couvert d'une membrane très fine (*b*). Ce ruban * tendu horisontalement est arrêté par les deux bouts; il est formé de fibres tendi-

* Pag. 420. in 4.

(*a*) Mr. Mondonville, maître de musique & violon de la Chapelle & de la Chambre du Roi. Il a trouvé que cette différence pouvoit aller à un démi-ton lorsqu'on tient les cordes fort lâches, quoique la gradation qu'on observe en renflant & en adoucissant le son, rende ordinairement cette différence insensible à l'oreille.

(*b*) Dans le cochon cette membrane est beaucoup plus épaisse, elle forme seule le ruban, car le plan tendineux manque.

dineuses très élastiques, la glotte est l'intervalle qui sépare les deux rubans ; l'action de l'air qui la traverse ne peut se déployer que sur eux, d'où j'ai conclu que cette action devoit exciter dans les rubans, je ne dis pas précisément un frémissement ou une vibration des parties insensibles (*c*), mais des vibrations *totales*, & les faire sonner comme les cordes des instrumens de musique ; ce n'étoit qu'un raisonnement, je voulois des démonstrations ; j'eus recours aux nouvelles expériences : ce furent d'abord plusieurs tentatives inutiles mais enfin je m'avisai de retrancher du larinx tout ce qui pouvoit m'empêcher de voir distinctement les lèvres de la glotte, je le fis ensuite sonner, & dans le tems qu'il faisoit entendre un bruit considérable, je l'examinai au grand jour, les yeux armés d'une loupe ; le succès passa mon attente, j'y découvris, & si je l'ose dire, avec une espèce de ravissement, les vibrations totales des rubans tendineux, semblables à tous égards à celles des cordes d'un clavecin ou d'une viole ; j'en croyois à peine mes yeux, mais malgré leur extrême promtitude, elles se firent appercevoir d'une manière si claire & si distincte que la loupe ne fut plus nécessaire, & que tout le monde

XIII. Preuves tirées des vibrations des rubans tendineux.

(*c*) Plusieurs Physiciens ont supposé un frémissement ou un mouvement des parties insensibles dans les flutes & autres instrumens dont la matière ne sonne pas, parmi lesquels on a comté l'organe de la voix, mais ils leur ont refusé ces vibrations *totales* qu'on remarque sensiblement dans les cordes & dans toutes les matières qui sonnent : ces dernières sont les seules qui nous intéressent ; les autres sont un être supposé, & d'ailleurs fort étranger à l'objet que nous nous proposons ici.

monde peut aisément voir la même chose ; l'image tracée par ces vibrations semble effacer la cavité de la glotte. J'ai vérifié cent fois l'observation sur le larinx de l'homme, du chien, du cochon, &c. je ne crains pas de le dire, ces ébranlemens sont aussi apparens & presque aussi considérables que ceux des cordes d'un clavecin.

Puisque les rubans tendineux ont des mouvemens semblables à ceux des cordes, & des mouvemens aussi promts * & aussi considérables, ne doit-on pas croire qu'ils sonnent aussi de même, & que le son de l'un est indépendant de celui de l'autre? cela suit nécessairement de l'observation que nous venons de faire. Mais comme les anciens préjugés laissent presque toujours quelque tache dans l'esprit, je veux bien qu'on ne s'en fie qu'à l'oreille. Voici les moyens que j'ai imaginés pour cela.

* Pag. 421. in 4.

XIV. Preuves tirées de plusieurs expériences nouvelles.

Je presse du bout du doigt (*d*) ou je serre avec des pincettes les rubans tendineux ; leurs vibrations & le son qui en est l'effet, cessent dans le moment.

Je me contente ensuite de fixer une partie, la moitié, par exemple, ou le tiers de la longueur des rubans ; l'autre portion monte aussitôt à l'octave, à la quinte, &c. suivant les règles connues des instrumens à corde.

Je saisis le point du milieu, je le fixe, je partage en un mot les rubans en deux portions à peu-près égales ; ces deux portions tremblent alors séparément, & font entendre en même

(*d*) Voyez *l'Instruction qui est à la suite de ce Mémoire.*

même tems leur son à l'octave aigue du son de la totalité. Si les portions sont inégales, l'une monte au-dessus, & l'autre s'arrête au-dessous de l'octave.

Je fixe l'un des rubans dans toute sa longueur, tantôt le droit, tantôt le gauche; celui qui est en liberté tremble visiblement, & se fait entendre séparément, quelquefois même sur un ton différent de celui de l'autre.

J'arrête tout-à-fait l'un des rubans que j'appelle *A*, & je me borne à examiner l'effet des expériences précédentes sur le ruban *B* considéré en particulier; elles ont encore le même succès, si je fixe la moitié ou le tiers de ce ruban *B*, l'autre portion donne l'octave aigue, la quinte, &c. si je fixe seulement le milieu, les deux moitiés tremblent, sonnent à l'octave du son de la totalité.

Je cherche ensuite à marier ensemble & à comparer les différens sons de ces deux rubans; dans ce dessein, après les avoir fait sonner séparément, & avoir étudié leur son en particulier, je les mets tous deux en liberté; le son devient * beaucoup plus fort, & l'on croit y démêler ceux qu'on avoit étudiés auparavant.

* Pag. 422. in 4.

Je fais agir en même tems la totalité du ruban *A*, & environ la moitié du ruban *B*; que j'ai déja entendus séparément, & qui sont à l'octave ou presqu'à l'octave l'une de l'autre; c'est alors un accord dans lequel l'oreille la moins expérimentée en harmonie distingue nettement les deux sons simples qui l'avoient frappée auparavant.

Enfin je sépare, je détache toutes les par-

ties qu'on pourroit ſoupçonner avoir quelque part au ſon de la voix ; je laiſſe uniquement les rubans attachés par les extrémités aux cartilages du larinx & par un bord ſeulement à la membrane qui tapiſſe la voûte de cet organe ; les rubans rendent encore le même ſon avec le même degré de force. On peut faire ſur eux toutes les expériences dont j'ai parlé, le ſuccès en eſt toujours le même.

Je fais plus, je ſépare entierement l'un des rubans dans toute ſa longueur, de manière qu'il ne tient à rien que par les bouts, comme les cordes des inſtrumens de muſique ; la totalité, la moitié du ruban ſonnent comme auparavant & donnent les mêmes phénomènes.

Quand on fait ces expériences, on ne peut manquer d'appercevoir, d'admirer même le rapport qui règne entre les vibrations & le ſon des rubans tendineux. Ce ſon frappe ou ceſſe de frapper l'oreille au moment qu'on voit commencer ou finir les vibrations : s'il vient à monter d'une quinte, d'une octave, on obſerve que les vibrations ſont beaucoup plus promtes ; s'il devient plus fort ou plus foible, on voit augmenter ou diminuer la grandeur des vibrations. En un mot, l'œil découvre avec facilité preſque tous les changemens qui arrivent par rapport au ſon & au ton.

XV. L'Inſtrument de la voix comparé au clavecin.

Ces rubans, que je nommerai dans la ſuite *cordes vocales*, peuvent donc être comparés aux doubles cordes iſochrones du clavecin : la glotte n'en eſt que l'intervalle. Le vent qui choque les cordes vocales, fait la fonction des plumes qui pincent celles du clavecin ; la colomne d'air qui pouſſe celui * qui précède dans la glotte

* Pag. 423. in 4.

glotte, tient lieu du sautereau qui fait monter la languette & les plumes; enfin l'action de la poitrine & du poumon fait l'office des doigts & des touches qui élèvent le sautereau.

J'avois promis un instrument à vent & à corde tout à la fois, cet engagement est rempli: on vient de voir un *dicorde pneumatique* plus varié dans ses sons & plus harmonieux que tout ce que l'industrie humaine a pu imaginer.

Les expériences précédentes suffisent pour constater l'existence de cet instrument, & pour démontrer que la glotte ou fente du larinx ne mérita jamais le titre d'*organe de la voix*; que ce titre appartient uniquement aux rubans tendineux, & qu'enfin ces rubans ne sont que deux cordes sonores d'un nouveau genre.

XVI. Les tons de la voix ne sont autre chose que le son grave ou aigu des cordes vocales.

Les changemens de la voix par rapport à l'aigu & au grave sont un prodige sur lequel Mr. Dodart a épuisé son admiration.

On voit, après ce que nous venons de dire, que les différens tons ne sont autre chose que le son grave ou aigu des cordes vocales, car il est certain que la bouche & le nés n'ont aucune part à ce changement. Le nombre des vibrations règle le ton des cordes sonores, une quantité double en tems égal donne l'octave & les autres accords à proportion. Mais quel art est capable de monter celles du larinx sur tous les tons & sur toutes les parcelles imaginables de ces tons? On ne sauroit soupçonner que trois moyens,

le prémier ſeroit de partager ces cordes, ou de n'en laiſſer agir qu'une partie, la moitié pour l'octave aigue, le quart pour la double octave, &c. ce qui eſt évidemment impraticable. Le ſecond moyen ſeroit la *contraction* volontaire des cordes vocales, mais cette contraction eſt une propriété réſervée aux fibres charnues, & ces rubans n'ont rien qui en approche. Le troiſième & dernier moyen, le plus ſimple & le plus aiſé de tous, eſt l'alongement ou plutôt la *diſtenſion* produite par l'alongement des cordes vocales, en ſuppoſant des puiſſances qui les tirent * en ſens contraires, c'eſt le ſeul méchaniſme qu'on puiſſe imaginer avec quelque vraiſemblance. Nous allons voir par une expérience frappante combien cette cauſe eſt propre à produire la variété des tons de la voix.

* Pag. 424. in 4.

XVII. La diverſité des tons de la voix eſt cauſée par la diſtenſion & l'alongement des rubans tendineux. Expériences ſur cela.

Je ſépare le larinx d'un homme ou d'un chien indifféremment, je ſaiſis avec les doigts ou avec des pincettes l'extrémité poſtérieure des rubans tendineux, & je les tire d'avant en arrière, ils ſont forcés de s'alonger & de ſe tendre, je fais alors ſonner ce larinx, & je conſidère le mouvement des rubans; je vois diſtinctement que la promtitude de leurs vibrations augmente avec la tenſion juſqu'à ce que leur viteſſe exceſſive les dérobe enfin à la vue, j'entends au même inſtant leur ſon qui monte à la quarte, la quinte, l'octave, ſuivant le degré de tenſion des cordes vocales & le nombre de leurs tremblemens.

Si je tire inégalement ces cordes, elles quittent l'uniſſon, elles jouent différentes parties,

ties, tantôt ſur de bons accords, tantôt ſur de mauvais.

Ces effets ſont conſtans; le ton monte par la diſtenſion, ſoit qu'on élargiſſe ou qu'on rétréciſſe la glotte pendant l'expérience, ſoit qu'on augmente ou qu'on diminue la force du vent.

Un ruban détaché dans toute ſa longueur, tenant uniquement par les deux bouts, monte de même à meſure qu'on le diſtend.

La tenſion acquiſe par l'alongement de deux ou trois lignes m'a paru ſuffire pour remplir toute l'étendue de la voix humaine.

L'artifice que nous venons de mettre en œuvre, ne fait qu'imiter celui de la nature. J'ai découvert que les cartilages du larinx tirent les bouts des cordes vocales en ſens opposés, qu'ils les tendent par ce moyen, & les font monter à tous les degrés de l'étendue de la voix: ce n'eſt pas une conjecture, mais un fait conſtaté par ceux qui ſuivent.

Démonſtration tirée de l'Anatomie.

* *Prémier fait Anatomique.*

* Pag. 425. in 4.

Les cordes vocales vont horiſontalement d'avant en arrière, elles tiennent par le bout antérieur au cartilage ſcutiforme qui fait le nœud de la gorge, & par le bout poſtérieur aux cartilages *Aryténoïdes.*

Second fait Anatomique.

Le cartilage ſcutiforme a un mouvement pro-

propre & volontaire d'arrière en avant (*e*), comme tout le monde peut s'en convaincre par la diſſection du larinx. Les cartilages aryténoïdes en ont un autre d'avant en arrière, moins étendu que le précédent, mais connu de tous les Anatomiſtes.

Troiſième fait Anatomique.

A la faveur d'un tel mouvement, ces cartilages tirent les cordes vocales en ſens oppoſés, le ſcutiforme d'arrière en avant, & les aryténoïdes d'avant en arrière. Les cordes s'alongent donc & ſe tendent à proportion: la quantité de cet alongement peut aller à deux ou trois lignes dans les grands mouvemens.

Il n'y a point à raiſonner ni à deviner ſur tout cela, ce ſont des faits qu'on peut voir aiſément ſur les pièces d'un cadavre.

La conſéquence eſt évidente: on vient de s'aſſurer par expérience, 1. que ces cartilages tirent en ſens oppoſés les extrémités des cordes vocales; 2. qu'ils les alongent ſuivant tous les degrés compris dans l'étendue de deux ou trois lignes; 3. qu'ils les tendent à proportion; 4. qu'une diſtenſion pareille ſuffit pour faire monter le ton de la voix juſqu'aux derniers intervalles de ſon étendue. Il eſt donc évident que les tons aigus ſont l'effet de la diſtenſion des cordes vocales* cauſée par le

* Pag. 426. in 4.

(*e*) Le cartilage ſcutiforme eſt appuyé à droite & à gauche ſur le cartilage *annulaire*; il ſe meut ſur ces appuis comme autour d'un centre, en décrivant un arc de cercle; il ſe porte tantôt d'arrière en avant & de haut en bas, & tantôt en ſens contraires.

le mouvement de ces cartilages. Les tons graves dépendent des causes contraires.

Dans le dessein de rendre cette vérité plus sensible, s'il est possible, je fais sonner le larinx du bœuf, du chien, du cochon, &c. & pour imiter cette suite de tons différens qui caractérisent les plaintes, les cris qu'ils font souvent entendre, je fais mouvoir les cartilages du larinx pour tendre ou relâcher plus ou moins les cordes vocales; par-là j'exprime le mugissement du bœuf, les plaintes du chien, les cris perçans du cochon, & souvent d'une manière qui imite parfaitement la nature même.

Autre expérience sur le même sujet.

Quoiqu'on ne puisse rien ajouter à la certitude & à l'évidence de ces faits, je vais encore donner les moyens de s'en assurer dans l'homme vivant, & d'y decouvrir la méchanique que je viens d'expliquer. Si on porte les doigts sur le nœud de la gorge, on sent que le cartilage scutiforme se meut d'arrière en avant dans les tons aigus, & d'avant en arrière dans les tons graves; mais voici un moyen plus sûr encore & plus exact, & qui ne laisse rien à desirer là-dessus. J'enfonce le bout du doigt dans un creux qu'on rencontre au-dessous du nœud de la gorge ou du cartilage scutiforme; ce cartilage ne sauroit se mouvoir d'arrière en avant, & alonger les cordes vocales sans rétrécir ce creux & sans presser un peu le doigt: voila précisément ce qui arrive en faisant cette expérience; on ne peut faire monter la voix d'une octave, d'une tierce, d'un seul intervalle, sans faire sentir au doigt les effets de ce mouvement, c'est-à-dire,

Expérience sur l'homme vivant.

dire, les nouveaux degrés de preſſion. On éprouve au contraire, en baiſſant le ton, que ce cartilage ſe meut en ſens contraire, & qu'il rend au doigt ſa prémière liberté ; on ſent enfin l'alternative de ces mouvemens dans les cadences. Cela poſé, mettons à côte le larinx d'un cadavre, faiſons-lui rendre le ſon dont nous l'avons trouvé capable, & donnons à ſon cartilage ſcutiforme le même mouvement que nous venons de lui trouver en nous examinant nous-mêmes: qu'eſt-ce qui arrive en conſéquence? mêmes effets de part & d'autre; le mouvement * qui rétrécit le creux, ou qui preſſe le bout du doigt, hauſſe le ton d'une tierce, d'une octave, dans le mort comme dans le vivant; le mouvement oppoſé le fait deſcendre.

* Pag. 427. in 4

Tel eſt le méchaniſme de la Nature dans la production des tons; il ne ſuffit pas ſeulement pour remplir l'étendue de la voix pleine, mais encore celle du fauſſet & d'un petit filet de voix que nous entons ſur le fauſſet.

Paſſons en montant d'une de ces voix à l'autre; ſuivons par degrés *conjoints* tous leurs intervalles ſelon l'ordre *diatonique*, chaque ton, chaque demi-ton fera ſentir au doigt le mouvement du cartilage & le rétréciſſement du creux dont j'ai parlé. Une choſe bien remarquable, c'eſt que ni le paſſage d'une voix à l'autre, ni les ports de voix, ni le rire, ni les larmes, ni les ſanglots, rien en un mot ne ſauroit déranger ce mouvement, ou lui faire quitter l'échelle des tons. Si on tient ferme ſur une même note dans quelque circonſtance que ce ſoit, en paſſant, par exemple, de la voix plei-

ne

ne au fausset, le cartilage s'arrête pendant toute la tenue, prêt à partir au prémier changement de ton; on peut avancer là-dessus un paradoxe des plus singuliers, c'est qu'un homme qui auroit perdu l'ouie, pourroit connoitre, à quelque chose près, de combien la voix monte ou descend, il n'auroit qu'à porter le doigt dans le creux pour juger de la quantité du mouvement de ce cartilage & de la distension des cordes vocales.

XVIII. Merveille de la Nature dans la production des tons.

Ce que nous venons de dire suffit pour mettre en évidence la cause de cette variété prodigieuse de tons & d'accords qui font l'objet principal de la Musique; la délicatesse, la justesse & la promtitude des mouvemens qui la produisent, sont admirables, tout dépend d'un alongement & d'un raccourcissement dont les différences sont renfermées dans les bornes de deux ou trois lignes. Cette petite étendue fait, pour ainsi dire, le manche de l'instrument.

Un Mathématicien célèbre divise l'octave en 301 parties, qu'une voix juste, conduite par une oreille fine, peut aisément entonner. Il n'y a rien que de très ordinaire à une voix * qui va à trois octaves, en comptant les tons forcés au-dessous de la voix pleine & au-dessus du fausset; ce sont donc 903 parties de ton qui doivent être marquées dans ce petit espace par des divisions & des subdivisions qui leur soient propres. L'imagination les confond, mais la nature les distingue; elle choisit le point nécessaire pour chaque parcelle de ton, & elle passe de l'une à l'autre avec une justesse qu'il est difficile de concevoir, & avec une

* Pag. 428. in 4.

une rapidité que l'oreille a bien de la peine à ſuivre.

A la faveur d'un mouvement ſi ſimple en lui-même, deux petits rubans remplacent tout ce qu'il y a, que dis-je! tout ce qu'on pourroit imaginer de cordes ou de tuyaux dans l'étendue de trois octaves du clavecin ou de l'orgue: nous voyons à la vérité qu'un ſeul tuyau ſuffit dans quelques inſtrumens pour un certain nombre d'intervalles, mais la diviſion des tons y eſt très bornée; d'ailleurs combien de ſecours empruntés! quelle diverſité dans les coups de langue du joueur, quelle variété dans le mouvement des lèvres, quelle combinaiſon dans l'action des doigts, quelle contention enfin dans le jeu de tant de muſcles! que faudra-t-il donc, ou plutôt que ne faudra-t-il pas pour tous les tons & pour toutes les parties imaginables des tons de la voix? Cependant deux cordes, trois cartilages & quelques petits muſcles font cette grande manœuvre: cela ſuffit à la nature pour exprimer toutes les différences qu'on peut peut concevoir dans la parole, dans la déclamation, & dans ce que les différentes parties de la muſique vocale ont de plus recherché.

XIX. L'inſtrument de la voix comparé à un inſtrument peu connu.

Après tout ce qu'on vient de dire, il eſt aiſé de voir que les inſtrumens à vent les plus propres à l'harmonie, ne ſauroient être comparés à celui de la voix; les flutes, les trompettes, les jeux à bizeau de l'orgue n'y reſſemblent en rien: en un mot, un inſtrument à corde & à vent eſt encore inconnu en muſique; mais ce qu'on ne ſauroit découvrir parmi

mi les chef-d'œuvres de l'art, je le trouve au milieu des jeux de l'enfance, c'est un ouvrage fait en trois minutes.

On taille deux pièces de bois, longues de trois ou quatre * pouces, larges d'autant de lignes; on les couche en long l'une sur l'autre, de manière qu'elles laissent une fente qui ressemble un peu à la glotte; cette fente, dans toute sa longueur, est séparée en deux par le moyen d'un petit ruban arrêté par un bout & pendant par l'autre, on met l'instrument entre les lèvres sans l'enfoncer plus avant dans la bouche, le souffle le plus léger excite dans le ruban des vibrations très sensibles à la vue, comme je l'ai souvent observé. Ces vibrations produisent un son assez perçant, qui imite quelquefois la voix d'un petit enfant: on prend avec les doigts le bout pendant du ruban, on le tire pour le tendre & le faire monter à l'aigu; on le lâche au contraire pour le faire descendre. Il n'y a point de ton ou de partie de ton dont il ne soit capable, c'est donc un instrument à corde & à vent comme celui de la voix: le méchanisme de la production des tons est le même de part & d'autre.

* Pag. 429. in 4.

Quelque vil que paroisse cet instrument, j'ai cru que l'avantage qu'il a de ressembler à celui de la voix, & de contribuer à éclaircir ses usages, méritoit cette description.

La nature agit par les voies les plus simples; elles n'ont pas à nos yeux ce brillant fastueux que nous admirons dans les ouvrages de l'art, nous n'en jugeons que par nos sens,

qui

qui ne peuvent nous en repréſenter toutes les beautés.

La méchanique du vent appliquée aux cordes ſonores eſt une ſource de prodiges, c'eſt elle qui fait que des cordes qui n'ont pas un pouce de longueur, ſont capables de rendre un ſon mâle & vigoureux à l'uniſſon du *C-ſol-ut* du clavecin. J'en donnerai la démonſtration dans un autre Mémoire; j'expliquerai les cauſes qui font octavier la voix de certains animaux, & quelquefois celle de l'homme. Je développerai l'origine de ſes variétés dans les différens âges, dans les différens ſexes, & même dans ceux qui n'ont point de ſexe.

XX. Second organe de la voix.

Avant que de finir, je me crois obligé de faire une reſtriction à laquelle on ne s'attend pas, c'eſt que les cordes vocales ne ſont pas l'organe de toutes les eſpèces de voix; telles ſont une certaine voix du goſier, & un fauſſet de * même nature. Les gens que nous entendons chanter dans les rues de Paris, & au lutrin dans nos provinces, ne font ſouvent aucun uſage ni de la glotte, ni des cordes vocales que nous avons décrites; ils ſe ſervent d'un nouvel organe que j'ai découvert, & dont j'ai eu grand ſoin de conſtater l'exiſtence. Je connois des animaux qui font agir en même tems ces deux organes, & on diſtingue dans cet accord deux différentes voix qui ſont à plus d'une octave l'une de l'autre. Ce ſont des faits qui ſeront éclaircis dans un autre Mémoire, d'une manière à lever tous les doutes.

* Pag. 430. in 4.

INSTRUCTION

Sur la manière de faire les Expériences rapportées dans le Mémoire précédent.

POUR faire ſonner le larinx, il faut ſerrer avec le pouce & l'indice les cartilages aryténoïdes l'un contre l'autre, & ſouffler de bas en haut dans la trachée-artère à la faveur d'un tuyau de 4 ou 5 lignes au moins de diamètre.

La poitrine a peine à fournir au larinx du bœuf, du cochon, &c. & je me ſers alors d'un ſoufflet ſemblable à celui des Emailleurs.

Lorſque je veux donner un plus grand degré de tenſion aux cordes vocales, & faire monter le ſon de la voix, je preſſe le cartilage ſcutiforme ſur la partie antérieure du cartilage *annulaire*, & j'imite par-là ſon jeu naturel. *Voyez la page* 567 & 568 *avec la note* (*e*), *& la page* 569 *du Mémoire.*

On a quelquefois de la peine à bien rencontrer pour tirer la voix du larinx de cochon; en revanche bien ſouvent elle imite ſi parfaitement la nature, qu'il ſeroit impoſſible de la diſtinguer de celle d'un cochon vivant qu'on bat & qu'on fait crier à outrance, & je n'y ai jamais mieux réuſſi qu'avec un larinx qui trempoit dans l'eau depuis plus de dix jours.

Lorſqu'on veut voir les vibrations des cordes vocales, il faut retrancher du larinx toutes les parties qui ſont au-deſſus d'elles.

Pour faire plus commodément la plupart des expériences rapportées dans le Mémoire, on aura une machine fort ſimple, compoſée d'une petite planche de bois & de trois bâtons hauts de 8 pouces, fichés perpendiculairement dans la planche; chaque bâton porte une cheville mobile ſur ſon

ſon axe comme celles d'un violon. Je ſuſpens le larinx par le moyen de trois fils aſſez forts qui ſe roulent chacun autour d'une cheville, & qui tiennent par l'autre bout, l'un à la partie antérieure du larinx, vis-à-vis l'extrémité des cordes vocales, le ſecond au cartilage * aryténoïde droit, & le troiſième au cartilage aryténoïde gauche ; ces fils ſervent à tirer en ſens contraires les cordes vocales, à les tendre toutes deux également ou inégalement, & à les ſoutenir dans tel degré de tenſion qu'on veut leur donner. J'enfile auſſi les deux cartilages aryténoïdes avec une aiguille ſur laquelle on les fait enſuite couler pour les rapprocher ou les éloigner, & mettre la glotte au point de rétréciſſement ou de dilatation qu'on peut ſouhaiter.

* Pag. 431. in 4.

Lorſque je veux arrêter les vibrations, & faire ceſſer le ſon d'une corde ou d'une partie de la corde, comme dans les expériences des pages 562, 563, & 564 du Mémoire, je ſaiſis cette partie avec de petites pincettes de fer blanc, ou de bois, qui meurtriſſent moins que les autres, & je me ſers alors des larinx d'homme, de chien, de cochon, &c. Ceux des jeunes animaux qui croiſſent encore, m'ont paru beaucoup moins bons que les autres. Comme la glotte du cochon eſt fort longue & la dépenſe d'air très conſidérable, ſouvent je la raccourcis en faiſant un point d'aiguille près des cartilages aryténoïdes.

Quand les cordes vocales ſont inégalement tendues, celle qui ſonne l'aigu reſte quelquefois immobile.

Une portion de ces cordes, une moitié qu'on voudra faire monter à l'octave, ſonne auſſi d'autant plus difficilement qu'elle a moins de longueur, cependant cela me réuſſit à l'Académie ſur le larinx du chien dès la prémière tentative, quoique ces moitiés ne fuſſent que d'environ 3 lignes,

lignes, & que je n'eusse pas le secours de la machine; mais le larinx du cochon qui a les cordes vocales beaucoup plus longues & même plus mobiles, vaut mieux en cette occasion, sur-tout quand il s'agit d'accorder le son de la moitié, par exemple, ou des deux moitiés de l'une avec le son de la totalité de l'autre (*Voyez les expériences des pages 563, 564 du Mémoire*). Le plus souvent on y réussit du prémier coup, & même à tous les coups, comme il arriva en faisant ces expériences devant Mr. le Comte de Caylus, Mr. le Marquis de Gouvernet, & quelques-uns des Membres des Académies des Sciences & des Belles-Lettres; & dans une autre occasion, en présence de Mr. de Nicolaï, prémier Président de la Chambre des Comptes, de Mr. de Fouchy, de cette Académie, & bon juge en pareille matière, & de plusieurs curieux. Les deux sons, l'un à l'octave grave, l'autre à l'octave aigue, étoient même dans ces deux occasions forts & perçans.

Dans toutes ces expériences, quand on doute si l'une des cordes, ou si une partie des cordes sonne, il est aisé de savoir à quoi s'en tenir, il suffit d'y jetter les yeux, on voit si elle s'agite, ou si elle est sans mouvement. *V. les pages 563, 564.*

Dans le cours de ces expériences j'ai remarqué plus d'une fois des effets bizarres en apparence, mais dans le fond toujours soumis aux mêmes règles: 1. Nous avons fait observer que la force de la voix augmente par celle de l'air & par le rétrécissement de la glotte, ou, ce qui revient au même, par l'approche mutuel des cartilages aryténoïdes *(*Voyez les pages 538, 539 du Mémoire*), c'est que l'air a plus de prise sur les cordes vocales, & qu'il leur imprime des mouvemens plus considérables; par la même raison cet air semblable à un archet, faisant courber ces mêmes cordes, & les écartant l'une de l'autre, doit augmenter un peu

* Pag. 432. in 4.

leur tenſion, & faire monter le ton en forçant le ſon, ſoit que d'ailleurs il le faſſe monter d'une quantité ſenſible ou inſenſible (*page* 559, & *ſuiv.*). J'avois fait plus d'une fois cette expérience ſur des larinx d'homme & de chien, ſans fixer les cartilages auxquels les cordes vocales ſont attachées: je n'avois remarqué nul changement ſenſible dans le ton ; mais je l'ai répétée depuis ce tems-là ſur des larinx dont les cartilages étoient arrêtés ſur la machine par le moyen des fils, cela m'a donné le plus ſouvent la différence d'un demi-ton, quelquefois d'un ton, &c. On voit aiſément pourquoi le ſuccès n'a pas été le même dans ces deux cas, c'eſt que les cordes pouvoient céder à l'effort de l'air dans le prémier & non pas dans le ſecond, parce que leurs extrémités étoient fixées dans celui-ci. 2. J'ai fait remarquer dans le Mémoire un effet bien différent de celui dont nous venons de parler: quelquefois le ton monte par la dilatation de la glotte & par la lenteur du mouvement de l'air (*p.* 559, & *ſuiv.*); c'eſt ce qui arriva pluſieurs fois en faiſant les expériences devant Mrs. de Mairan, Nicole & Camus, de cette Académie; le rétréciſſement de la glotte & la viteſſe de l'air firent toujours deſcendre le ton, & au contraire la dilatation de l'une & le peu de mouvement de l'autre le firent monter très ſenſiblement. La raiſon eſt que les cordes vocales n'étant pas d'elles-mêmes auſſi libres & auſſi mobiles que celles des inſtrumens ordinaires, ne cèdent ſouvent qu'en partie, lorſque le vent n'a pas aſſez de priſe ſur elles: quelquefois le bord inférieur eſt en repos, quelquefois les extrêmités n'agiſſent pas, parce que ces endroits ſont plus gênés que le reſte. Dans le prémier cas, c'eſt une corde plus grêle qui ſonne; dans le ſecond, c'eſt une corde plus courte. Il en eſt de même lorſque les cordes vocales forment enſemble de angles trop aigus, & que les vibrations n'ont

n'ont pas un eſpace ſuffiſant, de manière qu'elles ſe nuiſent ou s'arrêtent mutuellement, ſur-tout lorſqu'elles ſont fort conſidérables.

Il eſt inutile de dire que ces expériences ſuppoſent un peu d'habitude avec la muſique-pratique, & quelque connoiſſance de la théorie des inſtrumens à corde & à vent ; j'en ai rappellé les principaux chefs dans le Mémoire (*pages* 546, 547, 548, 549, 550, 552, 553, 554.)

Au reſte le creux dans lequel j'ai dit qu'on pouvoit porter le doigt pour juger de la tenſion des cordes vocales, n'eſt que l'eſpace qui ſe trouve entre les cartilages ſcutiforme & annulaire (*pages* 569, 570, 571).

* ECLIPSE DE LUNE

* Pag. 433. in 4.

Obſervée le 13 Janvier 1740, à l'Hermitage qui eſt ſur la Montagne de Sainte-Victoire, à trois lieues à l'orient d'Aix en Provence.

Par Mr. l'Abbé DE LA CAILLE (*a*).

J'AI obſervé cette Eclipſe avec une lunette de 7 pieds de longueur. La Lune étoit d'abord dans une brume fort épaiſſe, qui a duré juſque vers les dix heures & demie, tems auquel le Ciel s'eſt éclairci parfaitement. Les tems vrais de cette obſervation ont été marqués à une excellente Pendule de Mr. Julien le Roy, elle étoit réglée depuis un mois

(*a*) 22 Mai 1743.

mois par des hauteurs correſpondantes au Soleil.

A 8h 46′ 50″ du ſoir, commencement incertain à cauſe de la brune.
8 53 53 Képler ne paroit plus.
8 59 0 l'ombre à *Mare Humorum*.
9 2 34 on ne voit plus Skikardus.
9 3 50 on ne voit plus Copernic.
9 9 37 on ne diſtingue plus Tycho.
La brume eſt ſi épaiſſe, qu'on ne voit plus aucune tache évidemment.
9 43 0 on ne voit plus *Mare Criſium*.
9 50 25 immerſion totale de la Lune, aſſez exacte.
9 50 50 on ne diſtingue plus le bord de la Lune.

11 38 16 commencement de l'émerſion.
11 38 30 l'émerſion eſt certainement commencée, & l'ombre eſt fort bien terminée.
11 42 27 Grimaldi commence à ſortir.
11 42 52 il eſt ſorti.
11 45 16 Galilée ſort.
11 47 3 Képler commence à paroître.
11 48 15 il eſt ſorti.
* Pag. 434. in 4. * 11 51 14 *Mare Humorum* ſur le bord de l'ombre.
11 57 34 *Mare Humorum* totalement hors de l'ombre.
12 1 18 Copernic paroit.
12 4 29 il eſt ſorti.
12 8 13 Tycho au bord de l'ombre.

12h	9′	13″	il est entierement hors de l'ombre.
12	16	58	Manilius est sorti.
12	20	5	Menelaüs est sorti.
12	24	54	*Mare Serenitatis.*
12	33	32	*Mare Nectaris* hors de l'ombre.
12	38	37	*Mare Crisium* est sortie.
13	43	33	l'Eclipse paroit finie.
12	43	56	l'Eclipse est certainement finie.

A 12h 7′ je remarquai que quoique l'ombre de la Terre fût bien terminée, elle paroissoit cependant courbée vers le milieu en forme d'un angle sphérique de 140 à 150 degrés. A 12h 30′ cette apparence ne subsistoit plus, l'ombre paroissoit très bien projettée.

Cette Eclipse n'a pu être observée à Paris à cause du mauvais tems. Pour l'y réduire, il faudra retrancher 12′ 58″ de toutes les phases précédentes. C'est la différence exacte des Méridiens de Paris & de cet Hermitage, qui résulte des observations immédiates & des opérations géométriques. On en peut voir le détail dans le Livre que Mr. de Thury vient de publier sur la vérification de la Méridienne de l'Observatoire, dans toute l'étendue du Royaume.

*Pag. 435. in 4.

*RECHERCHE DU NOMBRE DES RACINES REELLES OU IMAGINAIRES, REELLES POSITIVES OU REELLES NEGATIVES,

Qui peuvent se trouver dans les Equations de tous les degrés.

Par Mr. l'Abbé DE GUA.

PLUSIEURS habiles Géomètres ont déja écrit sur la matière que j'entreprends de traiter: mais quoique ces Auteurs aient fait successivement sur ce sujet des découvertes importantes, les règles qu'ils nous ont laissées n'ont cependant pas l'avantage d'être tout à la fois exactes, générales, & aussi simples qu'elles pourroient l'être. C'est cet ouvrage imparfait que je me propose de porter, s'il m'est possible, à la perfection dont je le crois susceptible.

Je diviserai ce Mémoire en deux parties.

La prémière contiendra un abrégé Historique des règles qui ont été imaginées jusqu'à aujourdhui pour déterminer le nombre des Racines; je ferai mention à cette occasion de la plupart des autres découvertes de l'Analy-

se

fe, & je tâcherai en même tems de remplir l'engagement que j'ai pris dans mon dernier Mémoire, de détruire l'opinion que Wallis paroit avoir voulu établir, que c'étoit à Harriot, Auteur Anglois, plutôt qu'à Viète & à Descartes nos compatriotes, qu'on en étoit principalement redevable.

Dans la seconde, j'expliquerai les règles que j'ai trouvées pour déterminer le nombre des Racines, réelles ou imaginaires, réelles positives ou réelles négatives, dans une Equation d'un degré quelconque; je comparerai ces règles à celle que Mr. Stirling a donnée pour connoitre le nombre * des Racines imaginaires, & avec laquelle elles ont assez de rapport; enfin j'en ferai l'application aux Equations du 3 & du 4 degré, & dans le dernier de ces deux degrés leurs résultats se trouveront un peu différens des règles qu'on a eües jusqu'à présent.

* Pag. 436. in 4.

PREMIERE PARTIE.

Luc Paciolo, Cordelier Italien, connu aussi sous le nom de *Frater Lucas à Burgo sancti Sepulchri*, a été le prémier qui ait rendu publiques les règles d'Algèbre (*a*), que les Arabes &

(*a*) Je n'examine point si Platon est en effet le prémier inventeur de l'Analyse, selon que Théon paroît l'avoir cru. Je ne rechercherai point quel progrès pouvoient y avoir fait ou Diophante ou d'autres Auteurs anciens, qui, selon que Pappus nous l'apprend, s'y étoient principalement appliqués; Euclide, par exemple, Apollonius, Aristée, Eratosthène & Pappus lui-même, non plus que Mahomet ben Musa ou Geber & les autres Arabes cités par Wallis. Je me borne à ce que nous ont

& les Maures avoient apportées dans l'Espagne, & qui delà s'étoient répandues dans tout le reste de l'Europe (*b*).

* Pag. 437. in 4. *L'ouvrage de ce Religieux, composé en mauvais Italien, & qui a pour tire *la divina proporzione della Disciplina Mathematica*, a été imprimé à Venise en caractère Gothique l'an 1494,

ont laissé là-dessus différens Auteurs qui ont écrit depuis le renouvellement des Mathématiques en Europe. Or, me resserrant dans cet espace de tems, ce que j'avance ici sur l'Algèbre est absolument certain; car on ne connoît personne qui ait donné des règles de cette science avant Paciolo. Ne pourroit-on pas même en dire autant de l'Arithmétique, puisque le traité que Jean Sacrobosco, ou Halifax composa en 1232, selon Vossius, a toujours resté manuscrit?

(*b*) J'embrasse ici avec Wallis le sentiment le plus commun. Je sais néanmoins que quelques Auteurs Italiens, trop jaloux peut-être de la gloire de leur nation, ont prétendu que Léonard de Pise avoit été s'instruire dans l'Arabie même, & qu'il en avoit apporté immédiatement en Italie l'Arithmétique & l'Algèbre. Cette opinion est sur-tout fondée sur l'autorité de Tartaglia, qui s'exprime en ces termes: *M'e stato anchor referto da piu persone, ch'un Leonardo Pisano trasportò la prattica di queste tre scienze, over discipline, Arithmetica, Geometria, ed Algebra di Arabia in Italia; perche essendo stato un tempo in quelle bande, ed havendo ottimamente imparato la prattica di dette tre scienze, ed essendo poi alla patria ritornato, compose una degna opera in la prattica di tai discipline, la qual opra giamai è stata data alla luce.* &c. Tartagl. Gen. Trat. di num. Par. 1, p. 1. fol. v°. Vineg. 1556.

Pour Cardan qui étoit Italien, ainsi que Tartaglia, il garde le silence sur cet article en particulier, & voici ce qu'il se contente de dire: *Hæc ars olim à Mahomete Mosis Arabis filio initium sumpsit: etenim hujus rei locuples testis Leonardus; reliquit autem capitula quatuor cum suis demonstrationibus quas nos locis suis adscribemus. Post multa verò temporum intervalla tria capitula derivativa addita illis sunt incerto Autore, quæ tamen cum principalibus à Luca Paciolo posita sunt. Demum....* &c. Card. initio Art. magn. Basil. 1570.

1494, 32 ou 33 ans seulement après la découverte de l'art de l'Imprimerie, & un an avant qu'on commençât à se servir du caractère Italique. On en fit dans l'année 1509 en ce nouveau caractère une seconde édition, qui a été la dernière ; de sorte que par son ancienneté ce Livre est devenu aujourd'hui extrêmement rare, sur-tout en deça des Monts.

On y apperçoit, pour ainsi dire, les prémières traces de la détermination du nombre des Racines des Equations. L'Auteur, dont les recherches analytiques se bornent à la solution des Equations du second degré, & qui ne connoit d'utiles à cette solution que les seules Racines réelles positives, regarde comme insoluble le cas où les trois termes de l'Equation auroient le même signe, & se trouveroient placés du même côté du signe d'égalité ; d'où il s'ensuivroit que l'Equation ne pourroit avoir que des Racines négatives. Il ne se propose donc en tout que trois cas à résoudre, & il donne la solution convenable à chacun d'eux dans autant de strophes de mauvais vers techniques Latins, qui comprennent quatre vers chacune. Les deux prémiers de ces cas pourroient s'exprimer par les formules suivantes, $xx + ax = b$, $xx = ax + b$, & Paciolo assigne à chacun une Racine seulement; ce qu'il doit faire en effet dans ses principes, puisque ces deux cas ont, comme on sait, l'un & l'autre une Racine réelle positive & une Racine réelle négative. Quant au troisième cas, qui pourroit être représenté par cette formule $xx + b = ax$, il lui donne deux solutions,

 selon

selon qu'on le peut voir par les vers dont j'ai parlé, & dont voici les derniers:

1 2 3
At si cum numero census radices æquabit,
4 5
Drachmas a quadrato deme rei medietatis,
6
Hujus quod superit radicem adde trahe-ve
7 8 9
A rebus mediis; sic census costa notescet.

* Pag. 438. in 4.

1. Le terme constant.
2. Le terme où se trouve le quarré de la Racine cherchée.
3. Le terme qui renferme la Racine linéaire.
4. Le terme constant.
5. Le coëfficient de la Racine linéaire.
6. Au-lieu de *supererit*.
7. Le coëfficient de la Racine linéaire.
8. Au-lieu de *à rerum dimidio*.
9. La Racine du quarré proposé, ou la Racine cherchée.

Ce n'est pas néanmoins qu'il pense que dans ce cas la solution soit toujours possible; il détermine au contraire les conditions qui le rendent *résoluble*, dans une remarque qu'on trouve après la distinc. 8 du 5 trait. p. 147, fol. v.° de la prémière édition, & à laquelle il a donné pour titre, *Notandum utilissimum*; car les titres de cet ouvrage sont en Latin, quoique l'ouvrage même soit en vieux langage de Romagne, assez semblable au Napolitain (c).

A

(c) *El perche ancora*, dit-il dans cette remarque, *è da sapere, quando el censo el numero se agnagliano a le cose, recata che sia la equazione a un censo, sel numero qual si trova in la detta equazione, sel non è minore o veramente eguale al quadrato de la mita de le cose, il caso essere*

A juger du mérite de Paciolo par les seules règles dont nous venons de parler, on pourroit dire qu'à cela près qu'il ne connoissoit pas quel parti on pouvoit tirer des Racines négatives, il auroit donné un traité assez exact des Equations du prémier & du second degré.

Mais s'il n'a point ignoré que les Equations pouvoient avoir plus d'une Racine, il s'en faut bien qu'il ait connu toute l'étendue des usages de cette découverte : au contraire, dans le cas des deux Racines réelles positives, il paroit douter que les deux Racines puissent l'une & l'autre satisfaire généralement à la question proposée (*d*), & il est encore moins *excusable de penser, comme il le témoigne ailleurs, que l'Analyse doive se borner aux règles seules qu'il donne pour les Equations du second degré, ou pour celles des degrés su- *Pag. 459. in 4.

essere insolubile, e per conseguente detto agguagliamento non posse avvenire per alcun modo, come averria chi dicesse, trova mi uno numero che sopra il suo quadrato postovi 7, ovvero 8, ovvero qualunch'altra quantità moggiore di $6\frac{1}{4}$, *faccia quanto el detto numero moltiplicato per 5, dico questo essere impossibile, perrocche tu porrini.* . . . . &c.

(*d*) *Sicchè*, dit-il, *l'uno e l'altro modo satisfa el tema. Ma a le volte se have la verità à l'uno modo, a le volte, a l'altro; el perche se cavando la radice del ditto remanente de la mità de le cose non satisfacesse al tema; e tu la ditta radice aggiongni a la mità de le cose, e averai el quesito; e mai fallarà che a l'uno di li doi modi non sia satisfatto el quesito; cioe giongnendola, ovvero cavandola del dimeccamento de le cose* . . . . &c. Et plus bas il ajoute : *E mai avvirrà che a l'uno o l'altro modo non venga el quesito; purche (come di sopra l'ho detto) lo numero che si accompagna con lo censo sia minore ovvero eguale al quadrato de la mità de le cose* . . . &c. . . Ibid.

supérieurs, qui par quelques transformations simples seroient réductibles au second (*e*).

Au reste, quoique nous ayons dû reprendre ces deux fautes dans le Livre dont nous parlons, si l'on juge néanmoins de cet ouvrage à d'autres égards, & sur-tout rélativement au tems dans lequel il a été écrit, nous conviendrons sans peine avec Raphaël Bombelli (*f*), qu'il mérite de grands éloges. Outre les élémens précieux d'Algèbre & d'Analyse qu'on a vu qu'il contenoit, il comprend encore un traité d'Arithmétique fort étendu, & qu'on peut même regarder *comme complet, quoique ce soit le prémier qui ait été imprimé, & que

* Pag. 440. in 4.

(*e*) *Le quali cose*, ce sont ses termes, *se perfettamente conoscerai (com'ho detto) senza dubbio a ciascuna quistione proposta potrai retta risposta dare; e mai te potrà occorrere caso del quale fin ora lo intelletto humano n'abbia potuto avere notizia, del quale mediante alcuno de lè sei date regole, ovvero capitoli, ovvero de lor proporzione, ovvero proporzionalità non possi expedire; li quali capitoli (massime li tre composti) tutti sono fondati in sù la sancta verita de la 5a e 6a conclusione del secondo, ed a quelli doi tutte le quistioni che mai possino a l'operante pervenire a modo detto si possono redorre* . . . &c. . . . Ibid.

(*f*) Cet Auteur, dans la préface de son Algèbre, dont nous parlerons plus bas, parle de Frère Luc de cette sorte: *Il quale in vero (sebben fù scrittore trascurato, e preciò commise qualch'errore), non dimeno egli il primo fù che Luce diede a questa scienza, ancorche alcuni sieno che se ne facciano cavaglieri, ed a se attribuiscano tutto l'onore, malvagiamente accusando i pochi errori del frate, e tacendo l'opere sue bone* . . . &c. Le Géomètre que Bombelli a ici le plus en vue, est sans doute Tartaglia, qui, à la suite du passage que nous avons déja rapporté de lui à la note (*b*), ajoute: *La qual opra (di Leonardo Pisano) giamai è stata data in luce, e dicono che la causa di questo è processa perche frate Luca Paciolo (come che ancora lui medesimo in piu luoghi testifica) ne ricolze tutti i fiori, e li interpose nell'opra sua: ma per quanto ho visto, e discorso, lui vi li interpose senza ordine alcuno* . . . . . &c.

que l'Auteur, lorsqu'il l'a composé, n'ait guère pu être aidé que des manuscrits de Sacrobosco & de Léonard de Pise (*g*).

La prémière découverte marquée qui se soit faite dans l'Analyse depuis Luc Paciolo a été celle de la formule générale pour la résolution des Equations du troisième degré. Si nous en croyons Jérôme Cardan, Médecin de Milan (*h*), c'est principalement à Scipion Fer-

(*g*) Voyez ce qui a été dit notes (*a*) & (*b*).

(*h*) Cardan au 4. ch. de l'édit. de Lyon 1663, pag. 262, s'exprime en ces termes: *Verùm temporibus nostris Scipio Ferreus Bononiensis capitulum cubi & rerum numero æqualium invenit .... Hujus æmulatione Nicolaus Tartaglia Brixellensis, amicus noster, cùm in certamen cum illius discipulo Antonio Mar. Florido venisset, idem capitulum ne vinceretur invenit ...... qui mihi illum multis precibus exoratus tradidit.* Et plus haut, chap. 2: *Scipio Ferreus Bononiensis, jam annis abhinc triginta ferme, capitulum hoc invenit, tradidit verò Ant. Mar. Florido Veneto, qui, cùm in certamen cum Nic. Tartaglia Brixellensi aliquando venisset, occasionem dedit ut Nicolaus invenerit, & ipse, cùm nobis rogantibus tradidisset suppressâ demonstratione, freti hoc auxilio demonstrationem quæsivimus, eamque ....* Il avoue, après le prémier passage, avoir été aidé dans la recherche de cette démonstration par Louis Ferrari de Bologne son écolier.

Au reste Tartaglia parle lui-même de cette dispute avec Antoine Mar. Fiore dans son 25. dialogue, en date du 10 Décembre 1536, avec Maestro Zuanne de Tonnini; il nous y apprend qu'ils y étoient convenus, Fiore & lui, de consigner chacun 30 problèmes entre les mains d'un Notaire, pour être échangés respectivement, sous condition qu'après 40 ou 50 jours celui qui en auroit résolu le plus seroit réputé le plus habile, & outre cela qu'il recevroit de l'autre un petit repas par problème: *oltra non so che puocho di scotto che limitasti per ogni quesito.* Fiore qui se vantoit, pour faire peur à Tartaglia, *per farmi paura*, qu'il savoit résoudre cette équation $x^3 + px = q$, prétendant que le secret lui en avoit été enseigné 30 ans avant par un grand Mathématicien, prit le parti de ne proposer que des problèmes qui en dépendoient, au-lieu que Tartaglia lui en proposa de toute

Ferrei, Professeur de Mathématique à Bologne, que nous en sommes redevables. Cet Auteur rapporte encore qu'environ 30 ans après que cette * découverte eut été faite, Antoine-Marie Florido, ou Fiore, Vénitien de nation, disciple de Ferrei, & à qui celui-ci l'avoit communiquée, eut quelques disputes de sciences avec Nicolas Tartaglia de Bresse, l'un des plus grands Arithméticiens & & Algébristes de son siècle. Tartaglia, par les efforts qu'il fit pour répondre aux différentes questions de Florido, qui n'étoient embarrassantes qu'autant qu'on n'avoit point connoissance d'une pareille formule, vint lui-même à bout de la découvrir; & soit qu'il s'imaginât que la poésie dont on s'étoit servi autrefois pour envelopper les réponses obscures des oracles, seroit propre aussi à cacher les mystères de l'Algèbre, soit que l'estime qu'il avoit pour ses propres productions, les lui fit juger dignes d'être exprimées d'une manière noble & peu commune, il renferma l'énoncé de sa règle en trois tercets Italiens, que Nunez, Auteur Espagnol, appelle du nom de *Soneto*, & que voici:

* Pag 441. in 4.

Quando ch'el cubo con le cose appresso
Si agguaglia a qualche numero discreto,

Tro-

espèce, pour faire voir, dit-il, *che io era universale, e ch'el mio fondamento non era ne in una, ne in due, ne in tre mie particolari invenzioni o secreti.*

Tout cela fut exécuté, & il arriva, si nous en croyons Tartaglia, qu'ayant trouvé la veille la résolution de l'Equation dont nous parlons, il répondit en deux heures de tems à toutes les questions de son adversaire & qu'il le remplit ainsi de confusion.

Trovami dui altri differenti in esso,
Da poi terrai questo per consueto,
Ch'el lor prodotto sempre si equale
Al terzo cubo dalle cose neto,
El residuo poi tuo generale
Delli lor lati cubi ben sottrato
Varrà la tua cosa principale.

Ce qui se peut rendre en cette sorte : *Etant donnée cette Equation* $x^3 + px = q$, *décomposez la quantité constante de l'Equation en deux autres, dont le produit soit égal au cube du tiers du coëfficient de l'inconnue linéaire* (problème qui dépend de la résolution d'une Equation du sixième degré réductible au second), *& la différence des Racines cubes de ces deux parties de la quantité constante, ou de l'homogène de comparaison, sera la Racine que vous cherchez, pourvu que vous ayez attention de * mettre dans cette expression avec le signe + la Racine dont il faut soustraire, & avec le signe — celle qu'il faut soustraire.* * Pag. 442. in 4.

Quoiqu'une règle d'Algèbre écrite en vers ne paroisse pas destinée à rester secrette, néanmoins ce ne fut que sur les prières réïtérées de Jérôme Cardan, que Tartaglia se détermina à lui communiquer ces trois tercets. Tartaglia ajoute même qu'il ne le fit qu'après en avoir exigé par serment la promesse (*i*) que sa découverte ne seroit point di-

(*i*) On a déja vu dans la dernière note l'aveu de Cardan au sujet des prières qu'il lui avoit fallu faire pour avoir communication de la règle dont nous parlons. Ecoutons-le maintenant dans un dialogue où Tartaglia l'introduit parlant avec lui sur ce sujet, & qui est le 24; c'est Nicolas, c'est-

divulguée. Cela ſuppoſé, il a eu raiſon d'accuſer, comme il l'a fait, Cardan de peu de fidélité à tenir ſa parole : car celui-ci donna bientôt après dans ſon *Ars magna* la règle en queſtion; ſous prétexte que lui ayant été communiquée ſans démonſtration, il étoit parvenu à la démontrer; & aſſurant en même tems, comme nous l'avons déja remarqué, que l'invention primitive en appartenoit à Ferrei, de qui Florido ſon diſciple l'avoit appriſe.

Tartaglia au contraire ne paroiſſoit point penſer que lorſque Florido lui avoit propoſé ſes différens problèmes du troiſième degré, ce Géomètre fût lui-même en état de les * réſoudre (*k*). Il fut donc outré d'entendre aſſurer

* Pag. 443. in 4.

c'eſt-à-dire Tartaglia, qui commence : *Baſta*, dit-il, *che in queſto non vi ho voluto credere.* Maitre Jérôme ou Cardan répond : *Io vi giuro . . . . e da real gentilhuomo, non ſolamente da non publicar giammai tale voſtra invenzione, ſe mai me le inſegnate, ma ancora vi prometto, ed impegno la fede mia . . . . da notarmele in ziffera, acciocche da poi la mia morte alcuno non le poſſa intendere : ſe m'el voleti mò credere, ſe non laſciateli ſtare.* Et ce n'eſt qu'après ce ferment que Tartaglia dit ſes tercets, qui ſont en tout au nombre de huit, & où ſont compris les trois que nous avons rapportés.

La Lettre que Tartaglia attribue à Cardan, dans la queſtion 36, confirme ces ſermens d'une manière ſingulière.

Dans la même queſtion il introduit Cardan lui diſant en réponſe au reproche qu'il lui faiſoit de paroitre vouloir manquer à ſa parole : *Ancora circa a l'altra parte dico che zavariati a dire che aveti inteſo che voglia dar fora l'arte magna, e che voglia dar fora li voſtri capitoli . . . Quanto al pentirvi havermi dato quel voſtro capitolo, per queſto non mi muovo per voſtre parole a niuna coſa contra la fede vi promiſi.*

(*k*) A la queſt. 28 du Liv. des Inventions, page 112, il dit à Mr. Zuanne dé Tonnini : *Voi non havevi altra certezza che il mio avverſario aveſſe tal ſecreto, ſalvo per avermi*

surer qu'il ne faisoit que partager une invention qu'il prétendoit lui appartenir en propre. Il regarda cette allégation comme une espèce de reproche de plagiat, & il s'en plaignit si amèrement, que Nunez parlant de lui, & voulant faire comprendre, d'un côté quel cas il faisoit de la découverte qu'il s'attribuoit, & d'un autre combien il étoit piqué qu'on la lui contestât, n'hésite pas de dire qu'il paroissoit en avoir perdu l'esprit (*l*).

Je

avermi cosi proposto 30 *casi che mi conducevano a quel difficultoso passo; la qual cosa non vi fa certo che lui avesse, over sapesse tal secreto; perche molti sogliono spesse volte per confutar il suo avversario proponere delle quistioni che loro medesimi non lo intendono, ne le sapriano risolvere, siccome festi voi a me* . . . &c. Et à la quest. 14, il dit à la même personne : *Circa ciò vi dovresti arrossire alquanto a proponere ad altri quello che voi medesimo non intendeti, e fingere de intenderlo per farve reputare un gran che.*

(*l*) *El qual se aquexa tanto, y habla con tanta passion che paresce aver perdido el seso*, p. 334. fol. v°. Et plus bas : *Y si esto assi es no uviera da tener tanta gloria con sigo por la invencion desta regla; porque habla tanto en ella, y encareça la tanto che haze fastidio*, p. 339. fol. v°.

Rien au reste n'est plus capable de donner une idée juste du cas que Tartaglia faisoit de ses propres productions, qu'une épitre dédicatoire qu'il adresse à Henri VIII. Roi d'Angleterre. Il dit à ce Monarque qu'ayant appris en 1537 les grands préparatifs que Soliman Empereur des Turcs faisoit pour venir fondre sur la Chrétienté, il se dépêcha d'achever un petit ouvrage intitulé *le Bombardier*, comme pour l'opposer aux efforts de Soliman : *Ma più sentendo io l'anno* 1537 *con quanto gran preparamento si moveva Soliman Imperador dei Turchi per infestar la nostra christiana relligione, composi con gran celerità sopra a tal materia un operina, & quella publicai acciochè tai mie particulari invenzioni si avessero a sperimentare, vedere, e considerare, se di quelle si poteva cavar qualche bon costrutto in beneficio e difenzion di quella. E quantunque*, ajoute-t-il, *di tal cosa non ne seguitasse altro per vari accidenti (ne manco io me ne curai, perche tal guerra in fumo si risolse) non di meno tal mia operina a pre-*

Je ne ſaurois cacher ici que le reproche de plagiat pouvoit tomber ſur Tartaglia avec quelque vraiſemblance. Bombelli, Auteur preſque contemporain, nous le peint comme
*Pag. 444. in 4. * un homme inquiet, qui par la jalouſie qu'il avoit de la réputation des autres, ſe permettoit de parler d'eux d'une manière peu meſurée, & l'on ſait qu'une pareille diſpoſition a ſouvent des ſuites injuſtes (*m*); Nunez aſſure de plus poſitivement qu'il s'étoit attribué pluſieurs inventions des Anciens, & en particulier les Livres *de Ponderibus* de Jordan, dont il ſe trouvoit un exemplaire dans la Bibliothèque de Saint Victor de Paris (*n*).

Maſ-

provocato varie qualità di perſone, e la maggior parte non volgare, ma di ſupremo ed alto ingegno a travagliar mi di nuovo con altri varii queſiti.

Une meilleure preuve encore de ſa ſuffiſance, c'eſt la deviſe qu'il a miſe à la tête de ſes ouvrages. On y voit un lion qui tient dans ſes pattes de devant un dragon dont il ſe joue, avec ces mots: *Non puo nuocer malignità a fortezza.*

(*m*) *Allhora egli* (Tartaglia) *penſava haver dato honorato ſaggio di ſe, quando che di alcuno haveſſe ſparlato; il che offeſe quaſi tutti i nobili intelletti, vedendo com'egli e del Cardano, e del Ferrario ſtraparli, ingegni a queſti noſtri tempi più toſto divini che umani.* Bomb. pref. di Alg.

(*n*) *Y lo peor es que ſe haze inventor di otras reglas muy antiguas, e communes, que todos tenemos. Dize que en el anno 536, la noche de ſan Martin, la qual fieſta dize que cayez entonces en ſabado, fantaſticando en el lecho, quando non potia dormir, hallo cap. generale al cap. de cenſo de cubo y cubos yguales a numero, y para otros cap. de las miſmas dignitades* (cette Hiſtoire ſe trouve en effet dans Tartaglia, Livre des Inventions) *ſiendo eſta dottrina muy commune, la qual trahe fray Lucas, y de la qual todos havemos uſado antes que el tal coſa fantaſticaſſe.* Nun. pag. 339, fol. v°.

Et plus haut, pag. 334, fol. v°. *Mas pues eſto Nic. Tar-*

Malgré cela on a rendu justice à Tartaglia, au moins en partie, c'est-à-dire qu'il a été regardé comme Auteur de la formule, concurremment avec Ferrei. Les Auteurs postérieurs, si on en excepte Jérôme Cardan, se sont seulement restreints à ne point donner à cette découverte, quelque importante qu'ils l'aient jugée, des éloges aussi emphatiques que lui en donnoit Tartaglia lui-même.

Pour Cardan, qui pensoit y avoir eu quelque part, parce que, selon que nous l'avons déja observé, il avoit démontré & rendu publique dans ses propres ouvrages la formule que Tartaglia s'étoit contenté de lui enseigner sans démonstration; il en a parlé aussi avec une espèce d'enthousiasme: *Rem sanè*, dit-il, *pulchram & admirabilem, cùm omnem humanam* **subtilitatem, omnis ingenii mortalis claritatem ars hæc longè superet, donum profectò cœleste, experimentum autem virtutis animorum atque adeò illustre, ut qui hæc attigerit, nihil non intelligere posse se credat.* Card. ars magn. tom. 4. pag. 222.

* Pag. 445. in 4.

Ce n'est pas néanmoins que cet Auteur ne connût parfaitement que l'usage de cette formule étoit limité; il avoit même porté ses recherches jusqu'à vouloir découvrir à quel point il l'étoit. On sait que lorsqu'une Proposée

Tartalea tanto celava los sus inventos, y tanto pesar riceabia porque otros los divulgasse, puesto que confessasse aver los deprendido, no viera da attribuir a se los libros de Ponderibus de Jordano, los quales puso per obra suya en el dicho libro suyo de las invenciones, los quales libros de Jordano yo tengo escriptos a mano, y fueron translados de la libreria di S. Victor de Paris.

poſée quelconque du 3. degré doit avoir tout à la fois trois Racines réelles, ces Racines ne ſont données par la formule dont je parle, & qu'on nomme communément la *formule de Cardan*, que ſous des expreſſions imaginaires. Or Cardan avoit établi pour principe, lorſqu'il traitoit de la réſolution des Equations du 2d degré, que tout Problême dont la ſolution ne pouvoit conduire qu'à des effections impraticables, étoit impoſſible dans ſon énoncé: *Semper autem pro regula generali in hoc tractatu toto eſt obſervandum quòd cùm ea quæ præcipiuntur fieri non poſſunt, nec illud quod proponebatur fuit, nec eſſe potuit.* Et ainſi il paroitroit s'enſuivre delà qu'il auroit dû regarder comme abſolument impoſſible, la ſolution du cas dont nous parlons, & qui bien loin d'être en effet impoſſible, ſe conſtruit au contraire en Géométrie de trois façons différentes.

Cependant il avoit apperçu qu'alors même il arrivoit ſouvent que l'addition d'un certain cube, faite à propos à chacun des deux membres de l'Equation, donnoit à ces deux membres un diviſeur linéaire commun, & qu'abaiſſant ainſi le degré de l'Equation, elle fourniſſoit les moyens de la réſoudre.

Il s'attacha donc à diſcerner généralement les cas où une telle addition pourroit ſe faire, ou bien, ce qui eſt la même choſe, ceux où la Propoſée pourroit avoir des diviſeurs rationels, & où par conſéquent il ſeroit poſſible d'exprimer algébriquement les Racines d'une manière plus ſimple que ſa formule ne les exprimoit.

Mais quant aux cas dont la ſolution ne peut ſe ſimplifier * par les méthodes qu'il décrit dans ce Livre, il ne prononce pas s'ils ont, ou s'ils n'ont point de Racines, ni en quel nombre ils peuvent en avoir; de ſorte qu'on peut réduire à ces cinq chefs ce qui ſe trouve, ou ce qu'il y a à deſirer dans cet Auteur ſur le nombre des Racines, matière qui fait actuellement l'objet particulier de nos recherches.

* Pag. 446. in 4.

1. Il ne connoit point, non plus que Paciolo, l'uſage des Racines réelles négatives.

2. Il n'a point commis la faute que nous avons remarquée dans l'ouvrage de ce Religieux, au ſujet des Equations du 2^d. degré, qui peuvent avoir deux Racines réelles poſitives: il dit au contraire formellement qu'en ce cas *tam aggregatum quàm reſiduum eſt rei æſtimatio.*

3. Il détermine fort bien (dans ſes principes) la Racine des Equations du 3. degré, dont le ſecond terme eſt évanoui, lorſque ces Equations n'en peuvent avoir qu'une de réelle, c'eſt-à-dire que, ſi elle eſt négative, il n'en aſſigne aucune, & ſi elle eſt poſitive, il en donne la véritable valeur.

4. Pour les cas où les trois Racines doivent être toutes enſemble réelles, il ne les examine qu'autant qu'ils peuvent être réduits aux degrés inférieurs, & ce n'eſt que dans cette ſuppoſition qu'il entreprend de déterminer le nombre des Racines réelles & poſitives; encore ne donne-t-il pas pour cela des règles abſolument générales.

5. Il réduit aſſez généralement à la formule

où le ſecond terme eſt évanoui les principales des autres formules qu'on peut imaginer dans le 3. degré.

Raphaël Bombelli, de Bologne, qui n'étoit pas de beaucoup poſtérieur à Cardan, & dont nous avons eu déja occaſion de parler, au ſujet des jugemens qu'il a portés de Luc Paciolo & de Tartaglia, paroit être tombé dans l'erreur de Paciolo, que Cardan avoit néanmoins évitée (*o*); mais cela n'empêche pas que ſon Algèbre imprimée à Bologne en 1579,

* Pag. 447. in 4.

* ne ſoit un Livre excellent, & qu'on n'y remarque différentes découvertes qui n'avoient point encore paru juſqu'alors.

En prémier lieu c'eſt dans cet ouvrage qu'on trouve pour la prémière fois le calcul des Radicaux.

En ſecond lieu, Bombelli eſt le prémier qui ait fait entrer dans les calculs les Racines impoſſibles: il les appelle *piu di meno*, ou bien *meno di meno*, comme s'il vouloit dire, Racines poſitives ou négatives d'une quantité négative, & il réſout par leur moyen le cas impoſſible du 2[d] degré (*p*).

3. Après

(*o*) Il dit, page 262, liv. 2 de ſon Algèbre, edit. de 1579. *Ma avvertiſcaſi che nei queſiti alcuna volta, benche di rado, il reſtante non ſerve, ma benſi la ſomma ſempre.*

(*p*) Ibid. *E queſto agguagliomento non ſi puo fare, ſe non in queſto modo ſophiſtico. Caviſi 20 di 16 reſta meno 4: il ſuo lato è di meno 2, è queſto ſi cava, è ſi aggiunge alla metà delli tanti, che farà 4 più di meno due, ovvero 4 meno di meno due; e ciaſcuna di queſte quantità da ſe ſarà la valuta del tanto.*

Il eſt vrai qu'il ajoute incontinent après une règle qui me paroit ou peu intelligible, ou mauvaiſe, & que voici: *Vi e parimente un altro modo ſophiſtico, che non ſi potende*

3. Après avoir perfectionné (*p.* 292, *& suiv.*) les règles qu'avoit données Cardan pour reconnoître si les Equations du 3. degré n'ont point de diviseur numérique, & ayant trouvé néanmoins que ces règles ne sont pas générales, il applique ici ses expressions des Racines impossibles: il tire les Racines cubes irrationelles des deux binomes irrationels que contient la formule de Cardan (ce qui est toujours praticable lorsque la Proposée admet des diviseurs), & ajoutant ensemble les deux Racines irrationelles & impossibles trouvées, leur somme qui devient rationelle & possible, représente la Racine cherchée.

4. Bombelli donne assez au long (*page* 353, *& suiv.*) la solution des Equations du 4 degré, dans lesquelles le 2 & le 3 termes manquent tout à la fois. Il observe (*page* 353.) qu'entre les Problèmes du 4 degré Diophante paroit n'avoir eu en vue que la solution de ceux qui se peuvent réduire à ces sortes d'Equations, cet Auteur n'ayant jamais employé de Racines cubiques; & il a de plus attention d'avertir que les règles qu'il donne dans cet endroit ne sont * point de lui, mais qu'elles ont été découvertes par L. Ferrari de Bologne, qui avoit vécu quelque tems auparavant. * Pag. 448. in 4.

5. Enfin on trouve à la page 369 un morceau plus précieux que tout le reste. C'est la fameuse règle que cet Auteur a inventée pour ré-

tendo cavar il 20 del 16, si sommino fa 36; il suo lato è 6, e questo si aggiunge alla meta delli tanti fa 10, e questo 10 e meno, ed è valuta del tanto.

réſoudre les Equations du 4 degré, dont le ſecond terme eſt évanoui, en ajoutant des deux côtés de l'Equation, une quantité de cette forme $2qx^2 + qq$, pour faire du 1, qui eſt ſuppoſé ne contenir que x^4, un quarré parfait; & pouvoir enſuite déterminer q par la ſuppoſition que cette lettre ſoit propre à faire auſſi un quarré parfait de ce que devient l'autre membre de l'Equation après l'addition de la même quantité $2qx^2 + qq$; règle qui à la vérité n'eſt expliquée ici que ſur des exemples rationels, & avec un peu de confuſion, mais qui n'en eſt pas moins bonne & moins ſûre, & qu'on regardera à jamais comme une des principales découvertes qui ſe ſoient faites dans les Mathématiques.

Tel étoit l'état de l'Algèbre & de l'Analyſe, lorſque la France vit naître dans ſon ſein François Viete, ce grand Géomètre, qui lui fit ſeul autant d'honneur que tous les Auteurs dont nous venons de faire mention en avoient fait enſemble à l'Italie.

Ce que je pourrois dire ici à ſon éloge ſeroit certainement au deſſous de ce qu'en ont dit déja depuis longtems les Auteurs les plus illuſtres, même parmi les Anglois, dans la bouche deſquels ces louanges doivent être moins ſuſpectes de partialité que dans celle d'un compatriote. Mr. Edmund Halley, de la Société Royale, & de cette Académie, en parle en ces termes: *Ac primus quidem ingens ille Algebræ hodiernæ repertor ac reſtaurator Franciſcus Vieta, annis abhinc circiter centum, methodum generalem aperuit pro educendis radicibus ex æquatione qualibet; eamque ſub titulo* de nume-

roſâ

rosâ poteſtatum ad Exegeſin Reſolutione *publico donavit, ubique, ut ait, obſervando retrogradam compoſitionis viam; hujuſque veſtigiis inſiſtentes Harriottus, Ongtredus, aliique, tam noſtrates quàm extranei, quæcumque de hac re ſcriptis mandarunt, à Vietâ deſumpta debent agnoſcere*. V. les Tranſact. Phil. n.° 190, art. 2, an. 1687.

* Ce témoignage, quelque avantageux qu'il ſoit pour Viete, eſt à peine égal à celui qu'Harriot rend au même Auteur dans la préface du Livre qui porte pour titre, *Artis analyticæ Praxis. Vir clariſſimus*, dit Harriot de Viete dans cette préface, *& ob inſignem in ſcientiis mathematicis peritiam Gallicæ gentis decus ...... non tam Analyſin reſtitutam quàm propriis inventionibus auctam & exornatam, tanquam novam & ſuam nobis tradidiſſe videtur .... Magnus ille in Analyticis architectus .... (Exegeticè) ...... demùm inventâ faſtuoſum illud & univerſale problema ſuum, nullum non problema ſolvere, fidenter aſſeverare potuit .... Novam artem potiùs, ut dictum eſt, magnâ ſaltem ex parte feciſſe, quàm veterem reſtituiſſe non immeritò cenſendus eſt*: éloges d'autant plus remarquables en cette occaſion, qu'on les lit à la tête de ce même ouvrage où Wallis a prétendu appercevoir les découvertes les plus importantes qui ſe ſoient faites dans l'Analyſe, quoiqu'il lui eût été facile de les trouver preſque toutes dans Viete, à qui elles appartiennent en effet pour la plupart. * Pag. 449. in 4.

On peut entr'autres en compter ſept de ce genre.

La première, c'eſt d'avoir introduit dans

les calculs les lettres de l'alphabet, pour désigner même les quantités connues. Wallis convient de cet article, & il explique au chap. 14. de son Traité d'Algèbre l'utilité de cette pratique.

La seconde, c'est d'avoir imaginé presque toutes les transformations des Equations, aussi-bien que les différens usages qu'on en peut faire pour rendre plus simples les Equations proposées. On peut consulter là-dessus son Traité *de Recognitione Æquationum*, à la page 91 & suivantes, édit. de 1646, aussi-bien que le commencement du Traité *de Emendatione Æquationum*, page 127 & suivantes (*q*).

La troisième, c'est la méthode qu'il a donnée pour reconnoitre par la comparaison de deux Equations qui ne * différeroient que par les signes, quel rapport il y a entre chacun des coefficiens qui leur sont communs, & les Racines de l'une & de l'autre. Il appelle cette méthode *Syncrisis*, & il l'explique dans le Traité *de recognitione*, page 104 & suiv.

* Pag. 450. in 4.

La quatrième, c'est l'usage qu'il fait des découvertes précédentes pour résoudre généralement les Equations du 4 degré, & même celles du 3. *Voyez le Traité* de Emendatione, *page* 140 *&* 149.

La cinquième, c'est la formation des Equations

(*q*) Je me contente de citer ici Viete & les Auteurs postérieurs, sans m'arrêter à en rapporter au long les passages, parce que leurs ouvrages sont entre les mains de tout le monde, & qu'ainsi on peut facilement y avoir recours, ce qui auroit été plus difficile à l'égard de ceux dont j'ai parlé jusqu'à présent, & dont j'ai donné par cette raison quelques extraits.

tions composées, par leurs Racines simples, lorsqu'elles sont toutes positives, ou la détermination de toutes les parties de chacun des coefficiens de ces Equations, ce qui termine le Livre *de Emendatione*, page 158.

La sixième & la plus considérable, c'est la Résolution numérique des Equations, à l'imitation des Extractions de Racines numériques, matière qui fait elle seule l'objet d'un Livre tout entier.

Enfin on peut prendre pour une septième découverte ce que Viete a enseigné de la méthode pour construire géométriquement les Equations, & qu'on trouve expliquée p. 229 & suivantes.

Quoiqu'un si grand nombre d'inventions propres à Viete dans la seule Analyse, l'aient fait regarder avec raison comme le père de cette science, nous sommes néanmoins obligés d'avouer qu'il n'avoit pas beaucoup avancé dans la partie dont il est principalement question dans ce Mémoire. Il ne s'étoit attaché à reconnoitre combien il pouvoit y avoir dans les Equations de Racines de chaque espèce, qu'autant que cette recherche entroit dans le dessein qu'il s'étoit proposé d'assigner en nombres les valeurs ou exactes, ou approchées de ces Racines. Il ne considéra donc point les Racines réelles négatives, non plus que les Racines impossibles, que Bombelli avoit introduites dans le calcul, & ce ne fut que par des voies indirectes qu'il vint à bout de déterminer, lorsqu'il en eut besoin, le nombre des Racines réelles positives. L'illustre Mr. Halley lui fait même avec fondement

 quel-

* Pag. 451. in 4.

quelques reproches * sur les règles qu'il donna pour cela après la prop. 18 du Livre qui a pour titre, *de numerosâ Potestatum Resolutione*, & où il laisse croire que si dans $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$, $\frac{1}{3}aa$ est plus grand que b, il y a toujours trois Racines réelles, ce qui emporteroit que les Equations du 3 degré, où le second terme est évanouï, devroient avoir trois Racines réelles toutes les fois que leur troisième terme seroit négatif. *Voyez les Transf. Philosoph. num.* 190. *art.* 2. *ann.* 1687.

Ce que Viete avoit omis de faire au sujet du nombre des Racines, Harriot qui vint bientôt après, le tenta inutilement dans son *Artis analyticæ Praxis*. L'idée qu'on doit se former de cet ouvrage est précisément celle qu'en donne sa préface, dont nous avons déja parlé; car pour celle qu'on pourroit en prendre par la lecture du Traité d'Algèbre de Wallis, elle ne seroit point du tout juste. Non seulement ce Livre ne comprend point, comme Wallis voudroit l'insinuer, tout ce qui avoit été découvert de plus intéressant dans l'Analyse lorsque Wallis a écrit; on peut même dire qu'il mérite à peine d'être regardé comme un ouvrage d'invention. Les abrégés qu'Harriot a imaginés dans l'Algèbre, se réduisent à marquer les produits de différentes lettres, en écrivant ces lettres immédiatement les unes après les autres (car je ne m'arrêterai point à observer avec Wallis qu'il a employé dans les calculs les lettres minuscules au-lieu des majuscules). Il n'a point simplifié les expressions où une même lettre se trouvoit plusieurs fois, c'est-à-dire, les expressions des

puis-

puissances, en écrivant l'exposant à côté: on verra bientôt que c'est à Descartes qu'on doit cet abrégé, ainsi que les prémiers élémens du calcul des puissances; découverte qui en étoit la suite naturelle, & qui a été depuis d'un si grand usage.

Quant à l'Analyse, le seul pas qu'Harriot me paroisse proprement y avoir fait, c'est d'avoir employé dans la formation des Equations du 3 & du 4 degrés, les Racines négatives, & même des produits de deux Racines impossibles, ce que n'avoit point fait Viete dans son dernier chapitre *de Emendatione*; encore trouve-t-on ici une faute, c'est que * l'Auteur forme les Equations du 4 degré, dont les quatre Racines doivent être tout à la fois impossibles, par le produit de $be + aa = 0$, & $df + aa = 0$, ce qui n'est pas assez général, les quatre Racines ne devant pas être tout à la fois supposées des imaginaires pures, mais tout au plus deux imaginaires pures & deux mixtes imaginaires.

* Pag. 452. in 4.

C'est en comparant les proposées avec les différentes formules, ou canoniques, ou dérivées que donne une pareille formation, qu'Harriot prétend dans sa cinquième section être en état de déterminer le nombre & l'espèce des Racines; mais entre plusieurs Equations canoniques ou dérivées, dans les termes desquelles la succession des signes se trouvera la même que dans la proposée, quelle sera celle à laquelle on devra comparer celle-ci? ou, pour me servir des termes de l'Auteur, quelle sera son équipolente? c'est ce qui n'étoit point aisé à décider, excepté dans les Equations du

3 degré qui n'auroient point de second terme. Les formules de pareilles Equations ne sont point en trop grand nombre; & aussi savoit on longtems avant Harriot, que le passage du possible à l'impossible dépend alors de la condition que le cube du tiers du coefficient du 3 terme soit égal au quarré de la moitié du coefficient du quatrième.

Harriot a voulu déduire delà par analogie des règles pour déterminer dans les Equations du 4 degré le nombre de Racines possibles, positives ou négatives, que ces Equations peuvent renfermer; mais outre que la faute qu'il avoit commise dans la formation des Equations à quatre Racines imaginaires devoit influer ici, on pourra indépendamment de cela conclurre facilement de tout ce que nous dirons dans cet ouvrage, que ces prétendues règles, même avec le commentaire que Wallis y a ajouté (*Voyez ses Oeuv. Vol. II, p. 171, & suiv.*) sont absolument insuffisantes. Nous avouons cependant que dans la pratique de l'*Exegetice numerosa*, qui est ici exposée plus clairement que dans Viete, l'Auteur détermine mieux que Viete ne l'avoit fait, le nombre des Racines réelles positives.

Il n'est presque aucune science qui n'ait dû au grand Descartes * quelque degré de perfection; mais l'Algèbre & l'Analyse lui sont encore plus redevables que toutes les autres. Il profita comme Harriot, qu'il suivit de près, & dont vraisemblablement il n'avoit point lu le Livre, de ce que Viete avoit découvert dans ces deux sciences, & il les poussa beaucoup plus loin. Non seulement il marque, ainsi

* Pag. 453. in 4

ainsi qu'Harriot, les produits de deux lettres, en les écrivant à la suite l'une de l'autre; il a ajouté à cela l'expression du produit de deux polynomes, en se servant du signe de la multiplication, & en tirant une ligne sur chacun de ces polynomes en particulier, ce qui soulage beaucoup l'imagination. C'est lui qui a introduit dans l'Algèbre les Exposans, & qui a donné les principes élémentaires de leurs calculs, selon que nous l'avons déja observé. C'est lui qui a imaginé le prémier des Racines aux Equations, dans les cas mêmes où ces Racines sont impossibles, de façon que les imaginaires & les réelles remplissent le nombre des dimensions de la proposée. C'est lui qui a donné le prémier des moyens de trouver les limites des Racines des Equations qu'on ne peut résoudre exactement. Enfin il a beaucoup ajouté aux effections géométriques de l'Algèbre que Viete nous avoit laissées, en déterminant ce que c'est que les Lignes négatives, c'est-à-dire, celles qui répondent aux Racines des Equations qu'il nomme *fausses*, & en enseignant à multiplier & à diviser les lignes les unes par les autres (*Voyez le commencement de sa Géométrie*).

Il forme, comme Harriot, les Equations par la multiplication de leurs Racines simples, & ses découvertes dans l'Analyse pure se réduisent principalement à deux. La prémière, d'avoir enseigné par la règle que j'ai démontrée dans mon Mémoire précédent, combien il se trouve de Racines positives ou négatives dans les Equations qui n'ont point de Racines imaginaires. Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit

 déja

déja pour prouver que cette règle lui appartenoit, & qu'on l'avoit accusé mal-à-propos de s'être trompé à ce sujet.

La seconde, c'est l'emploi qu'il fait de deux Equations du 2[d] degré à coefficiens indéterminés, pour former par * leur multiplication une Equation qui puisse être comparée terme à terme avec une proposée quelconque du 4 degré, afin que ces comparaisons différentes fournissent la détermination de toutes les indéterminées qu'il avoit prises d'abord, & que la proposée se trouve ainsi décomposée en deux Equations du 2[d] degré faciles à résoudre par les méthodes qu'on avoit déja pour cet effet (*Voyez sa Géom. p. 89. Edit. d'Amst. ann.* 1649). Cet usage des indéterminées est si adroit & si élégant, qu'il a fait regarder Descartes comme l'inventeur de la méthode des Indéterminées ; car c'est cette méthode qu'on a depuis appellée & qu'on nomme encore aujourdhui proprement l'*Analyse de Descartes* ; quoiqu'il faille avouer que Ferrei, Tartaglia, Bombelli, Viete sur-tout, & après lui Harriot, en eussent eu connoissance.

* Pag. 454. in 4.

Pour l'Analyse mixte, c'est-à-dire, l'application de l'Analyse à la Géométrie, elle appartient presque entierement à Descartes, puisque c'est à lui qu'on doit incontestablement les deux découvertes qui en sont comme la base. Je parle de la détermination de la nature des Courbes par les Equations à deux variables (*p.* 26.) & de la construction générale des Equations du 3 & du 4 degrés (*p.* 95). Si l'on ajoute à cela les solutions élégantes qu'il a données de tant de Problèmes qui avoient ar-

arrêté jusqu'alors tous les Géomètres ; l'idée de déterminer la nature des Courbes à double courbure par deux Equations variables (*p.* 74), la méthode des Tangentes, qui est comme le prémier pas qui se soit fait vers les Infiniment petits (*p.* 46), enfin la détermination des Courbes propres à réfléchir ou à réunir par réfraction en un seul point les rayons de lumière ; application de l'Analyse & de la Géométrie à la Physique, dont on n'avoit point vu jusqu'alors d'aussi grand exemple : si on réunit toutes ces différentes productions, quelle idée ne se formera-t-on point du grand-homme de qui elles nous viennent ! & que sera-ce en comparaison de tout cela que le peu qui restera à Harriot ; lorsque des découvertes que Wallis lui avoit attribuées sans fondement dans le Chap. 53 de son * Algèbre historique & pratique, on aura ôté, comme on le doit, ce qui appartient à Viete ou à Descartes, suivant l'énumération que nous en avons faite ?

* Pag. 455. in 4.

Pour revenir maintenant à l'objet particulier de ce Mémoire, nous observerons qu'outre la détermination du nombre des Racines vraies ou fausses, c'est-à-dire, positives ou négatives, dans les Equations de tous les degrés qui n'ont point de Racines imaginaires, Descartes a mieux déterminé qu'on n'avoit fait jusqu'alors, le nombre & l'espèce des Racines des Equations quelconques du 3 & du 4 degrés, soit au moyen des remarques qu'il a faites sur ses formules algébriques, soit en employant à cet usage différentes observations sur ses constructions géométriques.

Ce dernier ouvrage, qu'il avoit néanmoins laissé imparfait, a été perfectionné depuis peu-à-peu par différens Auteurs, Debaune, par exemple, jusqu'à ce que l'illustre Mr. Halley y ait mis, pour ainsi dire, la dernière mains dans un beau Mémoire inséré dans les Transact. philos. N°. 190, art. 2, an. 1687, & & qui porte le titre suivant: *de numero Radicum in Æquationibus Solidis ac Biquadraticis, sive 3 ac 4 potestatis, earumque Limitibus tractatulus.* Je ne m'arrête point, de peur de paroitre trop diffus, ni à faire un extrait détaillé de ce Mémoire de Mr. Halley, ni à remarquer les fautes qui avoient échapé sur cette matière aux Auteurs qui l'avoient précédé à compter depuis Descartes; je ne dis rien non plus ni de quelques approximations qu'on doit à cet Auteur, à Raphson, & surtout à Mr. de Lagny, ni d'une règle du P. Prestet, que j'aurai occasion de rapporter plus bas, & je passe aux découvertes qu'ont faites sur le nombre des Racines Mrs. Newton, Colin-Mac-Laurin, George Campbell & Stirling, tous Anglois de nation, & qui sont les seuls dont je me propose encore de parler ici; car la science dont je fais une histoire sommaire, & qui avoit d'abord commencé à être traitée en Italie avec tant de succès, semble en quelque sorte avoir passé depuis successivement en France & en Angleterre, pour recevoir en différens siècles, dans ces deux Royaumes, différens degrés de perfection très importans.

* Pag. 456. in 4. *Il y a une telle connéxion entre la Physique & les Mathématiques, que les Auteurs qui devoient faire le plus de progrès dans la pré-

prémière de ces deux sciences, ont été aussi ceux qui ont le plus perfectionné l'autre. L'exemple que Descartes nous en a donné, n'est pas plus remarquable que celui que Newton va nous en fournir. Quoique ce dernier Auteur fût né dans un tems où l'Analyse paroissoit déja presque parfaite, cependant un si grand génie ne pouvoit manquer de trouver à y ajouter encore. Il a donné en effet successivement dans son Arithmétique universelle 1. une règle très élégante & très belle pour reconnoitre les cas où les Equations peuvent avoir des diviseurs rationels, & pour déterminer dans ces cas quels polynomes peuvent être ces diviseurs; 2. une autre règle pour reconnoître dans un grand nombre d'occasions combien il doit se trouver de Racines imaginaires dans une Equation quelconque; une troisième pour déterminer d'une manière nouvelle les limites des Equations; enfin une quatrième qui est peu connue, mais qui n'en est pas moins belle, pour découvrir en quel cas les Equations des degrés pairs peuvent se résoudre en d'autres de degrés inférieurs, dont les coefficiens ne contiennent que de simples Radicaux du prémier degré.

A cela il faut joindre l'application des fractions au calcul des exposans, l'expression en suites infinies des puissances entières ou fractionnaires, positives ou négatives d'un binome quelconque, l'excellente règle connue sous le nom de *Règle du Parallélogramme*, & au moyen de laquelle Newton assigne en suites infinies toutes les Racines d'une Equation quelconque; enfin, la belle méthode que cet

Auteur a donnée pour interpoler les féries, & qu'il appelle *Methodus differentialis.*

Quant à l'application de l'Analyse à la Géométrie, Newton a fait voir combien il y étoit versé, non seulement par les solutions élégantes de différens problêmes qu'on trouve, ou dans son Arithmétique universelle, ou dans ses principes de la Philosophie naturelle, mais principalement par son excellent Traité des Lignes du 3 ordre, dont j'ai eu * occasion de remarquer les principales beautés dans un Livre que j'ai donné au public il y a deux ans.

* Pag 457. in 4.

Ces différentes découvertes suffisoient pour immortaliser le grand Géomètre qui en est l'Auteur; cependant elles contribuent à peine à faire juger de son mérite dans les Mathématiques, & il n'est, pour ainsi dire, connu que par d'autres découvertes plus importantantes & d'un genre encore plus élevé, par son calcul des Fluxions, par son Traité de la Quadrature des Courbes, & par l'usage qu'il a fait dans ses principes de l'un & l'autre de ces deux ouvrages pour découvrir la gravitation universelle, & déterminer par-là les loix du systême du Monde.

Entre tant d'inventions Mathématiques qui lui appartiennent, il n'en est qu'une qui ait rapport à l'objet de ce Mémoire, c'est celle où il enseigne à déterminer en plusieurs rencontres combien une Equation proposée a de Racines imaginaires.

Cette règle, que Newton avoit donnée sans démonstration, Mrs. Colin-Mac-Laurin & Campbell l'ont démontrée l'un & l'autre

dans

dans les Transactions Philosophiques, & ils l'ont outre cela beaucoup perfectionnée, sans que néanmoins ils soient venus à bout d'enseigner rien de tout-à-fait général sur cette matière. L'ouvrage de Mr. Mac-Laurin est sur-tout remarquable par le travail dont il est rempli, par les difficultés immenses que l'Auteur a eues à surmonter, & par la multiplicité des moyens qu'il a tentés & employés pour parvenir à découvrir les règles qu'il cherchoit.

Mais quoique les règles de ces deux Auteurs, ainsi que celle de Newton, paroissent imitées de celle que Descartes avoit donnée avant eux, pour déterminer le nombre des Racines positives & négatives dans les Equations qui n'ont point de Racines imaginaires, cependant aucun d'eux n'a entrepris de démontrer la règle même de Descartes.

Quant à la règle de Mr. Stirling, qui consiste à supposer la somme des termes de la Proposée égale à y, & à donner à la Proposée autant de Racines imaginaires, outre le nombre * qu'en a l'Equation des *maximums* de la Courbe que cela forme, qu'il arrive de fois que les ordonnées qui correspondent dans cette Courbe à deux *maximums* immédiatement voisins, soient de même signe, cette règle a assez de rapport avec celles que je vais donner; je n'en parlerai donc plus au long qu'à la fin de ma seconde Partie, d'abord après que j'aurai expliqué ma propre méthode; parce qu'on sera alors mieux en état de sentir ce que Mr. Stirling & moi pouvons avoir de commun & de différent sur ce sujet, & je me contenterai, en finissant cette première Partie,

* Pag. 45 S. in 4.

tie, d'obſerver ici que tous les Auteurs modernes n'ont eu en vue de déterminer que le nombre des Racines imaginaires, qu'ils ne l'ont même fait que par des règles approchées, non exactes, ou peu ſimples, au-lieu que je vais d'abord déterminer exactement dans la ſeconde Partie de ce Mémoire, ſi une Equation quelconque propoſée a des Racines imaginaires, & cela ſans réſoudre aucune Equation, ce que je ne vois pas qu'on pût faire, même en ſuivant la méthode de Mr. Stirling; & enſuite cette Equation ayant en effet des Racines imaginaires, je ferai voir en quel nombre peuvent s'y trouver de telles Racines, auſſi-bien que les Racines réelles poſitives & réelles négatives, ne ſuppoſant autre choſe pour cela, ſinon qu'on ſache réſoudre les Equations du degré immédiatement inférieur à celui de la Propoſée. Or je me crois fondé à regarder cette pratique comme ce qui ſe pouvoit découvrir de plus ſimple dans cette matière.

SECONDE PARTIE.

Soit faite y égale à la ſomme des termes d'une équation déterminée quelconque propoſée, dont x ſoit l'inconnue, & on formera par-là une équation indéterminée entre x & y, dont le lieu ſera une de ces courbes que Newton a nommées *de genre parabolique*, & qui ont deux branches paraboliques infinies, ſituées l'une à la droite & l'autre à la gauche de l'origine, tenant l'une à l'autre, & dont la dernière direction eſt parallèle aux y. Or il eſt

ëvi-

évident par la * figure de cette courbe (*Voyez les Figures* 1 & 2). * Pag. 459. in 4.

1. Qu'elle coupera ſon axe préciſément en autant de points que la propoſée aura de racines réelles.

2. Que le nombre de ſes interſections avec l'axe ne pourra ſurpaſſer tout au plus que d'une unité le nombre des *maximums* reéls, que nous diſtinguerons ici des *minimums*; car il eſt impoſſible qu'entre deux interſections il n'y ait au moins un *maximum* réel, même en ne faiſant point attention aux *minimums*.

3. Comme l'équation propre à déterminer les diſtances de l'origine à chaque *maximum* ou *minimum*, eſt celle qu'on peut former en égalant à zéro la prémière différentielle de la propoſée, & que cette équation eſt néceſſairement d'un degré inférieur au moins d'une unité au degré de la propoſée, il s'enſuit delà que la propoſée ne peut avoir toutes ſes racines réelles qu'autant que l'équation faite en égalant à zéro la prémière différentielle de la propoſée aura auſſi toutes ſes racines réelles, & qu'autant que les racines de cette dernière équation ne pourront aboutir dans la Figure ci-jointe qu'à des *maximums*, & non à des *minimums*.

4. Réciproquement ſi la prémière différentielle de la propoſée a toutes ſes racines réelles, & que ces racines aboutiſſent toutes dans la figure à des *maximums*, & aucune à des *minimums*, toutes les racines de la propoſée ſeront néceſſairement réelles, ou il ne pourra y en avoir aucunes d'imaginaires. En effet, puiſque dans la figure *y* ne peut avoir qu'une

Var-

valeur, & que cette lettre en a perpétuellement une, il s'enfuit delà qu'entre deux *maximums* confécutifs, & qui ne feroient féparés l'un de l'autre par aucun *minimum*, il doit néceffairement fe trouver une interfection ; de plus il doit s'en trouver encore une avant le prémier *maximum*, & une après le dernier *maximum*, pour que les deux branches de la courbe puiffent, comme elles le doivent, s'élever ou s'abaiffer à l'infini, fans avoir paffé par aucun *minimum*.

5. Il eft facile de s'appercevoir que chaque paire de *racines imaginaires de la prémière différentielle de la propofée doit faire naître une paire de racines imaginaires dans la propofée, puifque fans cela le nombre des interfections de la courbe avec l'axe furpafferoit de plus qu'une unité le nombre des *maximums* réels; & de même que chaque *minimum* défigné par une des racines réelles de la prémière differentielle doit faire évanouir deux interfections de la courbe avec l'axe, rendant l'un des deux *maximums* voifins inutile à l'augmentation du nombre de ces interfections, & qu'ainfi chaque racine réelle de la prémière différentielle qui aboutira dans la courbe à un *minimum*, doit faire naître auffi dans la propofée une paire de racines imaginaires.

* Pag. 460. in 4.

6. Enfin chaque paire de racines imaginaires de la propofée devra faire naître dans la prémière différentielle ou une paire de racines imaginaires, ou une racine réelle qui aboutiffe à un *mimimum* ; car la courbe étant continue, il ne peut difparoître deux de fes interfections avec l'axe que le *maximum* compris

pris entre elles deux & un des deux *maximums* voisins ne disparoisse en même tems (*Fig.* 3.), ou bien que le *maximum* compris entre elles deux ne se change en *minimum* (*Fig.* 4). Or on peut conclurre delà généralement la règle suivante.

PREMIERE REGLE.

Il y a précisément dans la proposée autant de paires de racines imaginaires qu'il y a dans la prémière différentielle (inférieure d'un degré à la proposée) 1. de paires de racines imaginaires, 2. de racines réelles qui aboutissent à des *minimums*.

Cette prémière règle, qui est assez ressemblante à celle de Mr. Stirling, emporte, comme nous l'avons déja observé, que la proposée aura toutes ses racines réelles, lorsque toutes les racines de la prémière différentielle étant réelles, aucune d'elles n'aboutira dans la courbe à des *minimums*, & qu'elles aboutiront toutes au contraire à des *maximums* réels.

*REMARQUE I.

* Pag. 461. in 4.

Il faut observer que les points d'infléxion parallèles à l'axe, doivent être regardés ici comme le systême d'un *maximum* & d'un *minimum* infiniment rapprochés (*Fig.* 5), que les serpentemens infiniment petits parallèles à l'axe, doivent être considérés comme le systême de deux *maximums* & d'un *minimum*, ou bien de deux *minimums* & d'un *maximum* infini-

finiment rapprochés (*Fig. 6 & 7*), ſelon que dans ces points la courbe tourne à l'axe ſa concavité ou bien ſa convéxité, & ainſi des points ſinguliers de toutes les eſpèces. (*Voyez là-deſſus ce que j'ai dit dans le Livre qui a pour titre*, Uſages de l'Analyſe de Deſcartes, *page 85*).

REMARQUE II.

Pour pouvoir faire uſage de la règle précédente, énoncée dans les termes que nous venons d'employer, il faut avoir des moyens de diſtinguer, au moins dans les courbes paraboliques dont il eſt ici queſtion, les *maximums* des *minimums*. Or la propriété commune du *maximum* & du *minimum* étant que dans ces points $dy = 0$, il eſt aiſé de ſe convaincre de plus que ce qui diſtingue le *maximum* du *minimum*, c'eſt que dans le *maximum* y & ddy doivent être de ſigne différent, ou, ce qui eſt la même choſe, que le produit $yddy$ doit y être négatif; au-lieu que ce produit doit être poſitif, & que ſes produiſans doivent être de même ſigne dans les *minimums*. En effet dans les *maximums* la courbe tourne à l'axe ſa concavité; d'où il s'enſuit que ſelon que y & dy y ſont ſuppoſés de même ſigne, ou de ſigne différent, il faut que dy & ddy ſoient au contraire reſpectivement, ou de ſigne différent, ou de même ſigne, ce qui rend y & ddy de ſigne différent dans les deux cas, & par conſéquent auſſi dans le cas où dy ſeroit égal à zéro, lequel eſt moyen entre les deux prémiers, ou, ſi l'on aime mieux, tient tout

tout à la fois des deux, & en fait pour ainsi dire la nuance.

Et réciproquement dans les *minimums*, la courbe est * convèxe vers son axe, & ainsi selon que *y* & *dy* y seront supposées de même signe, ou de signe différent, *dy* & *ddy* seront aussi respectivement de même signe, ou de signe différent; *y* & *ddy* seront donc essentiellement de même signe dans l'un & l'autre cas, & par conséquent aussi dans le cas moyen, ou *dy* deviendra = o.

* Pag. 462. in 4.

Cette observation peut servir à changer l'énoncé de la règle précédente en celui-ci: Il y aura dans la proposée autant de paires de racines imaginaires; 1. qu'il y en aura de telles dans la prémière différentielle, 2. qu'il arrivera de fois que les racines réelles de la prémière différentielle étant substituées dans le produit de la proposée par sa seconde différentielle, elles rendront ce produit positif.

Or comme par la même raison la prémière différentielle devra avoir autant de paires de racines imaginaires, 1. qu'il y en aura de telles dans la seconde différentielle, 2. qu'il arrivera de fois que les racines réelles de la seconde différentielle étant substituées dans le produit de la prémière différentielle par la troisième, elles rendront ce produit positif, & ainsi de suite de toutes les autres différentielles, il s'ensuit qu'on peut généralement conclurre delà la règle suivante, qui sera la seconde.

SECONDE REGLE.

Il ne peut y avoir de racines imaginaires dans la proposée qu'autant qu'une de ses différences étant supposée égale à zéro, le produit de la différence immédiatement suivante par la précédente, pourra être positif, & il y aura dans la proposée autant de paires de racines imaginaires qu'une telle chose pourra arriver de fois.

REMARQUE III.

Il faut observer que si le produit des différences qui suivent & qui précèdent celle qui est égale à zéro, si ce produit est aussi égal à zéro, ce qui arrivera lorsque deux différences consécutives de la proposée seront tout à la fois égales * à zéro, alors ce même produit pourra être censé positif, & il y aura nécessairement dans la proposée deux racines imaginaires; en effet il se trouvera en ce cas un point d'infléxion parallèle à l'axe, c'est-à-dire un *minimum* (*Voy. Remarq.* 1), ou dans la courbe désignée en égalant la proposée à y, ou dans celle qu'on pourroit désigner en égalant la prémière différence de la proposée à y, ou dans celle qu'on pourroit désigner en égalant la seconde différence de la proposée à y, ou .... &c. ce qui donnera nécessairement deux racines imaginaires à l'une des équations faite en égalant à zéro l'une des racines de la proposée, & par conséquent aussi à la proposée elle-même.

* Pag. 463. in 4.

Que

Que s'il arrivoit deux fois de ſuite que les produits des différences qui ſuivroient & qui précéderoient celle qui eſt ſuppoſée égale à zéro, fuſſent eux-mêmes égaux à zéro, c'eſt-à-dire, ſi trois différences conſécutives de la propoſée étoient tout à la fois égales à zéro, alors il y auroit dans la propoſée, ou deux racines imaginaires, ou quatre racines imaginaires, ſelon que le produit des deux différences qui ſuivroient ou qui précéderoient immédiatement ces trois-là, ſeroit, ou négatif, ou poſitif; car c'eſt-là la condition qui fait tourner vers l'axe, ou la concavité, ou la convéxité, dans le ſerpentement infiniment petit de la prémière eſpèce, qui appartient alors à l'une des courbes dont nous avons parlé tout-à-l'heure, c'eſt-à-dire, que c'eſt celle qui donne à cette courbe, ou bien un *minimum*, ou bien deux *minimums* (*Voy. Remarq.* 1).

En général ſi un nombre pair quelconque $2n$ de différences conſécutives de la propoſée peuvent être ſuppoſées tout à la fois égales à zéro, cela déſignera dans la propoſée $2n$ racines imaginaires; mais ſi le nombre des différences conſécutives de la propoſée qui peuvent être ſuppoſées tout à la fois égales à zéro, eſt impair, & repréſenté par $2n+1$, cela déſignera dans la propoſée, ou $2n$, ou $2n+2$ racines imaginaires, ſelon que le produit des deux différences qui précéderont & qui ſuivront toutes celles qui peuvent être tout à la fois ſuppoſées égales à zéro, deviendra par la même * ſuppoſition négatif, ou poſitif, ou bien, ſelon que ces deux dernières

* Pag. 464. in 4.

nières différences deviendront par la même ſuppoſition de ſigne différent, ou de même ſigne : c'eſt une ſuite de la nature des inflexions & des ſerpentemens infiniment petits d'ordres ſupérieurs, qui ſont cenſés contenir plus ou moins de ſinuoſités évanouiſſantes, ſelon qu'ils ſont d'un ordre plus ou moins élevé.

REMARQUE IV.

J'ai démontré dans mes *Uſages de l'Analyſe de Deſcartes*, que ſi l'on ſubſtituoit dans une équation déterminée quelconque $z+p$ à la place de x, les différens termes de la transformée, à commencer du dernier, ou en allant de droite à gauche, contiendroient en p & en z les mêmes fonctions ou les mêmes polynomes que contiendroient en x & en dx les différences de la propoſée, y compris la propoſée elle-même, ſuppoſé qu'on eût diviſé la ſeconde de ces différences par 2, la troiſième par 2 & par 3, la quatrième par 2, par 3 & par 4, &c. Or de ce principe & des propoſitions que nous venons de démontrer il s'enſuit que ſi on transforme une propoſée quelconque par l'addition d'une indéterminée à ſa racine, & qu'on détermine enſuite cette indéterminée, en la ſuppoſant propre à faire manquer quelqu'un des termes de la transformée, il devra y avoir dans cette transformée des racines imaginaires (& par conſéquent il y en aura eu auſſi de telles dans la propoſée) toutes les fois que la même détermination de l'indéterminée qui ſera propre à faire manquer un

un terme, sera propre aussi à rendre de même signe les deux termes qui seront immédiatement voisins du terme manquant, vers la droite & vers la gauche.

Et il y aura dans la proposée autant de paires de racines imaginaires qu'une pareille chose pourra arriver de fois.

Il y aura aussi nécessairement dans la proposée deux racines imaginaires, si la détermination de l'indéterminée fait manquer tout à la fois dans la transformée deux termes consécutifs, il y en aura quatre, si cette détermination fait * manquer tout à la fois quatre termes consécutifs, six si elle en fait manquer six . . . &c.

* Pag. 465. in 4.

Et de même si cette détermination fait manquer tout à la fois trois termes, cinq termes, sept termes consécutifs . . . . . &c. il y aura infailliblement, soit dans la transformée, soit dans la proposée, 2 ou 4, 4 ou 6, 6 ou 8. . . . &c. racines imaginaires, selon que les deux termes immédiatement voisins des termes manquans vers la droite & vers la gauche, auront par cette même détermination de l'indéterminée, ou des signes différens, ou un même signe.

Et à plus forte raison toutes les propositions précédentes auront lieu, s'il manque dans la proposée un, deux, trois termes consécutifs . . . . &c. En effet il y aura alors dans l'une des courbes qu'on peut désigner en égalant à y l'une des différences de la proposée, ou une infléxion, ou un serpentement infiniment petit, situés vis-à-vis de l'origine.

Enfin il ne peut y avoir, soit dans la transfor-

formée, ſoit dans la propoſée, que le nombre précis de racines imaginaires que ces règles indiquent.

On peut ſe rappeller que j'avois déja fait voir par d'autres moyens, dans mon Mémoire précédent, ſoit au Corol. 4, ſoit au Scholie, qui ſont à la fin, qu'il y avoit néceſſairement des racines imaginaires dans les équations toutes les fois que les caractères que je viens de décrire avoient lieu; mais les moyens dont je me ſervois alors ne ſuffiſoient, ni pour déterminer combien il devoit y avoir dans les équations de racines imaginaires, ni pour prouver qu'il ne pouvoit y avoir des racines de ce genre que lorſque de pareils caractères auroient lieu; ce que je viens de démontrer maintenant.

REMARQUE V.

On doit obſerver que ſi une équation quelconque doit avoir toutes ſes racines réelles, on pourra ſe convaincre qu'elle doit en effet les avoir toutes de cette ſorte, ſans qu'il ſoit néceſſaire pour cela de réſoudre aucune équation;
*Pag. 466. in 4.
* il faudra d'abord pour cela multiplier ſucceſſivement chacune des différences de la propoſée, à commencer de la dernière, par la différence ſupérieure de deux degrés, & faiſant enſuite ce produit moins une indéterminée r égal à zéro, on combinera l'équation qui réſultera de cette ſuppoſition avec celle qu'on peut former de la différence mitoyenne, en égalant ſimplement cette différence à zéro, c'eſt-à-dire, que de ces deux équations nouvellement

vellement formées, on en déduira une troisième où la lettre x ne se trouvera plus, dont la lettre r sera l'inconnue, & que j'appellerai, pour abréger, l'*équation en* r. J'ai donné dans mes Usages de l'Analyse de Descartes des moyens fort simples de déduire ainsi généralement une équation de deux autres qui contiendroient une lettre de plus qu'elle ne doit en contenir.

Or il est facile d'appercevoir que chaque équation en r doit être du même degré que l'équation faite de la différence mitoyenne correspondante, & qu'elle doit avoir toutes ses racines réelles, si celle-ci n'en a que de réelles: car la lettre r exprime ce que devient le produit des deux différences voisines de la mitoyenne, lorsqu'on substitue dans ce produit, à la place de x, les racines de l'équation formée de la différence mitoyenne.

Cela posé, il faudroit examiner 1. si la dernière équation en r, qui doit être du 1 degré, donneroit une valeur de r négative, prémière condition nécessaire pour que la proposée ait toutes ses racines réelles; 2. il s'ensuivroit delà que l'équation faite de l'antépénultième différence, & qui est du 2d degré, auroit ses deux racines réelles, ce qui donneroit aussi deux racines réelles à la pénultième équation en r, qui est aussi du 2d degré; 3. on examineroit si cette équation en r du 2d degré auroit ses deux racines négatives, ou si tous ses termes y auroient le signe +, seconde condition nécessaire pour que la proposée n'ait que des racines réelles; 4. il s'ensuivroit delà que l'équation faite de la différentielle

du 3 degré n'auroit auſſi que des racines réelles, ou que l'antépénultième équation en r, qui eſt auſſi du 3 * degré, n'auroit ſemblablement que des racines réelles ; 5. on examineroit ſi cette antépénultième équation en r n'auroit que des racines négatives, ou ſi elle auroit par-tout le ſigne $+$.... &c.

* Pag. 467. in 4.

Or, en ſuivant ce procédé, on s'appercevra ſans peine qu'il peut ſe réduire à la règle ſuivante.

TROISIEME REGLE.

Si tous les termes de toutes les équations en r, déduites de la propoſée, ont le ſigne $+$, la propoſée aura toutes ſes racines réelles ; mais ſi quelqu'un des termes de quelqu'une des équations en r a le ſigne $-$, il y aura néceſſairement en ce cas des racines imaginaires dans la propoſée.

EXEMPLE.

Soit propoſée $x^2 + px + q = 0$. Pour avoir l'équation en r, il faut ſubſtituer la valeur de x priſe de la prémière différence, ſavoir $-\frac{1}{2}p$, à la place de x dans $2x^2 + 2px + 2q - r = 0$, ce qui donnera $\frac{1}{2}pp - pp + 2q - r = 0$, ou $r - 2q + \frac{1}{2}pp = 0$, dont le ſecond terme ſera, ou ne ſera pas de même ſigne que le prémier, ſelon que $\frac{1}{4}pp$ ſera, ou $>$, ou $<$ que q; de ſorte qu'on peut en conclurre que les racines de la propoſée commenceront à être imaginaires, lorſque q commencera à être $> \frac{1}{4}pp$; d'où il s'enſuit que ſi q eſt négatif, il

il ne pourra y avoir dans la proposée que des racines réelles. Je m'en tiens à cet exemple, pour ne point anticiper ici sur les applications que je dois faire dans peu de mes Méthodes aux Equations du 3 & du 4 degré.

REMARQUE VI.

Si après avoir examiné une proposée quelconque de la manière que je viens de décrire, on trouve que cette proposée n'a que des racines réelles, la règle de Descartes fera connoitre alors combien cette proposée a de racines positives & négatives; & comme ce n'est que dans ce cas que * la règle de Descartes peut être d'usage, on peut dire que tant qu'on n'y a pas joint celle que nous venons d'enseigner, elle ne pouvoit être que beaucoup moins utile qu'elle ne le sera dans la suite.

* Pag. 468. in 4.

Que si par cet examen on trouvoit que la proposée n'a point toutes les racines réelles, nos deux prémières règles serviroient en ce cas à reconnoitre combien la proposée doit avoir de racines imaginaires.

Il est vrai qu'il paroitroit du prémier coup d'œil qu'on pourroit le découvrir sans résoudre d'équation, parce qu'il suffit pour s'en assurer, de reconnoitre si les racines réelles positives de la plus haute équation en r, répondent à des racines réelles dans l'équation faite de la prémière différence; mais pour reconnoitre cela même, au moins généralement, je ne vois pas qu'on puisse se passer de la résolution de l'équation faite de la prémière dif-

 fé-

férence, & je ne le conjecture qu'après avoir donné à cette matière l'attention la plus sérieuse, & y avoir beaucoup travaillé.

Voici cependant une règle particulière pour déterminer dans les équations d'un degré pair, & dont la prémière différentielle a toutes ses racines réelles, les conditions qui rendent toutes les racines imaginaires; en effet soit le degré de l'équation $2n$, il est facile d'appercevoir qu'il devra en ce cas y avoir dans la courbe $n-1$ *maximums* & n *minimums*, & de plus que toutes les y correspondantes aux *maximums* ou *minimums* seront nécessairement positives. Supposons la valeur de y en x, diminuée de y, $=0$, & combinons cette équation avec la prémière differentielle, il nous viendra delà une équation en y du degré $2n-1$, dont les racines marqueront toutes les valeurs de y convenables aux *maximums* ou *minimums*, & dans laquelle nous serons par conséquent en droit de supposer les coefficiens alternativement positifs & négatifs. Faisons en effet cette nouvelle supposition, & il en résultera les conditions cherchées.

Enfin si on a trouvé qu'il y a dans la proposée quelques racines imaginaires, & qu'ayant déterminé le nombre de * ces racines imaginaires, il ne reste plus qu'à déterminer combien parmi les racines réelles il y en a de positives & de négatives, on commencera, pour venir à bout de le découvrir, par se rappeller

*Pag.469. in 4.

1. Que dans les courbes ci-dessus il ne peut manquer d'y avoir une intersection de l'axe avec la courbe entre deux *maximums* consécutifs quelconques, de sorte que deux *maximums* con-

consécutifs, placés du côté des x positives, par exemple, désignent toujours une racine réelle positive dans la proposée.

2. Chaque *minimum* ne rend qu'un *maximum* inutile à l'augmentation du nombre des intersections; d'où il s'ensuit que le systême de sept *maximums* & de deux *minimums*, par exemple, placés du côté des x positives, ne désigne dans la proposée qu'autant de racines réelles positives qu'en désigneroit le systême de cinq *maximums* consécutifs, placés du même côté, c'est-à-dire, que cela ne suppose nécessairement dans la proposée que quatre racines réelles positives.

3. Il faut observer que dans toute équation qui n'a que des racines imaginaires, le premier & le dernier terme sont nécessairement de même signe. Je ne m'arrête pas à la démonstration qu'on en donne communément: outre que cette preuve n'est, à proprement parler, qu'une induction, on y emploie avec cela des expressions imaginaires, qui, quoique générales, comme nous le prouverons plus bas, pourroient néanmoins maintenant être soupçonnées de manquer de cette qualité. C'est au moyen des courbes dont j'ai déja fait mention ci-dessus, que je vais démontrer en deux mots cette vérité.

Je suppose pour cet effet la somme de tous les termes de la proposée égale à y, & la courbe qui répondra à cette égalité ne pouvant par hypothèse couper son axe, sera située en entier d'un même côté de l'axe (*Fig.* 8.); ce qui fera que ses deux branches iront nécessairement en même sens, & que toutes

ſes ordonnées ſeront de même ſigne. Mais le dernier terme de la propoſée doit être repréſenté par l'ordonnée * qui repond à $x = 0$, & ſon prémier terme doit l'être par les ordonnées qui répondent à $x = \pm \infty$. Donc.... &c.

* Pag. 470. in 4.

Delà il s'enſuit que ſi on diviſe une propoſée quelconque par le produit de toutes ſes racines réelles, il viendra enfin un quotient où le prémier & le dernier terme auront le même ſigne, & que par conſéquent le dernier terme du produit de toutes les racines réelles aura le même ſigne que le dernier terme de la propoſée. Or de tout cela on peut déduire la règle ſuivante, qui ſera la dernière.

QUATRIEME REGLE.

Pour connoitre combien il y a de racines réelles poſitives & réelles négatives dans les équations qui ont des racines imaginaires en nombre déja déterminé, 1. on réſoudra ou on conſtruira l'équation qu'on peut former de la prémière différence de la propoſée, & on examinera de plus ſi chacune des racines réelles de celle-ci déſigne des *maximums* ou des *minimums* dans les courbes ci-deſſus.

2. Il devra y avoir dans la propoſée autant au moins de racines réelles poſitives que marquera le nombre des *maximums* réels aboutiſſans à des x poſitives, moins celui des *minimums* réels qui y aboutiront auſſi, & il ne pourra y en avoir qu'une de plus, & de même des racines réelles négatives; mais s'il y a dans la propoſée une racine réelle poſitive de plus qu'on

qu'on n'en trouvera par-là, il ne peut y avoir de racine réelle négative de plus, ou réciproquement; de ſorte que par le moyen que nous indiquons ici, il ſera facile de connoitre à une près les ſignes de toutes les racines réelles de la propoſée, & par conſéquent auſſi le ſigne qu'auroit le dernier terme du produit de toutes les racines réelles de la propoſée, à l'exception de celle dont le ſigne n'eſt pas encore déterminé.

3. Comme on connoit d'ailleurs le ſigne du produit de toutes les racines réelles de la propoſée, ſigne qui, ſuivant ce qu'on a vu, doit être le même que celui du dernier terme de la propoſée, on diviſera, l'un par l'autre, les ſignes * des deux derniers termes dont je viens de parler, & le ſigne contraire à celui qui proviendra de cette diviſion, ſera celui de la racine qui reſtoit à déterminer.

* Pag. 471. in 4.

EXEMPLE I.

Soit propoſée l'équation du 4 degré $x^4 - \frac{8}{3}x^3 - 10x^2 + 24x + 10 = 0$, l'équation qu'on peut former de ſa premiere différence, ſe réduit à $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$, qui a les trois racines réelles $+1$, $+3$, -2, entre leſquelles il n'y a que la racine $+3$, qui porte à un *minimum*. On peut donc conclurre delà, 1. qu'il y a dans la propoſée deux racines imaginaires & deux racines réelles. 2. Y ayant une racine négative qui porte à un *maximum*, & n'y en ayant point qui portent à des *minimums*, il s'enſuit que la propoſée a au moins une racine réelle négative, mais on ne ſauroit

roit conclurre ſemblablement qu'elle ait de racine réelle poſitive, parce que du côté des *x* poſitives il ſe trouve tout à la fois un *maximum* & un *minimum*. 3. Le ſigne + du dernier terme de la propoſée étant diviſé par le ſigne + du dernier terme de la racine négative déja trouvée, il vient +; ce qui prouve que la ſeconde racine réelle de la propoſée doit encore être négative (*Reg*. 4).

EXEMPLE II.

Soit imaginée une équation du 48 degré; & ſuppoſons qu'ayant réſolu celle qu'on peut former de ſa prémière différence, qui doit être du 47 degré, on lui ait trouvé 24 racices imaginaires, 6 racines réelles poſitives & 17 racines réelles négatives; de plus, que parmi les poſitives il y en ait une, & parmi les négatives trois qui portent à des *minimums*, on conclura delà, 1. qu'il doit y avoir dans la propoſée 24+8, ou 32 racines imaginaires. 2. Qu'il doit y avoir au moins 5—1, ou 4 racines réelles poſitives, & de même 14—3, ou 11 racines réelles négatives, ce qui fait en tout 47 racines de déterminées déja. 3. Pour déterminer le ſigne de la 48, on remarquera que dans le produit * des 15 racines réelles déja déterminées le dernier terme devroit avoir le ſigne +, parce qu'il y a un nombre pair de racines poſitives, & on conclura delà que ſi le dernier terme de la propoſée eſt poſitif, la 48 racine à déterminer doit être négative, au-lieu que s'il eſt négatif, cette dernière racine doit être poſitive.

* Pag. 472. in 4.

SCHO-

SCHOLIE GENERALE.

Les règles que je viens de donner sont fondées sur une espèce d'application de la Géométrie à l'Algèbre, dont on pourroit trouver la prémière ébauche dans les ouvrages qui traitent des Limites Dioristiques, c'est-à-dire, des racines égales des équations, comme ceux de Debaune; mais on en apperçoit plus particulierement l'idée dans une Lettre de Collins au Docteur Wallis, insérée dans les Transactions Philosophiques, qui contient des pensées générales sur quelques imperfections de l'Algèbre, & qui est en date du mois de Mai 1684, N°. 159. Cet Auteur s'exprime en ces termes (page 20). *Et pourquoi ceci ne seroit-il pas probable, puisque la courbe, ou le lieu, quelle que puisse être l'équation, forme des arcades dentelées* (a)? Quoique ce passage isolé, comme il l'est, même dans la Lettre dont il est tiré, soit peu intelligible, cependant il paroit que Collins y a eu en vue la courbe parabolique qu'on peut former en égalant à *y* tous les termes d'une proposée quelconque.

L'illustre Mr. Stirling a approfondi davantage la même idée, & il a employé le prémier dans son *Enumération des Lignes du troisième ordre*, *chap.* 6, les courbes paraboliques à la détermination du nombre des racines imaginaires dans les équations déterminées, sans qu'il ait cependant étendu ses règles jusqu'à la détermination du nombre des racines réelles

(a) *Makes indented porches.*

Je ne m'arrêterai point à obſerver que Mr. Stirling n'a pas fait attention aux cas où il ſe trouveroit dans la courbe des infléxions ou des ſerpentemens infiniment petits de différens ordres, & où, ſans les remarques que j'ai faites, il ſeroit facile de tomber dans l'erreur, ſoit dans la pratique de la règle de Mr. Stirling, ſoit dans la pratique des miennes.

Je ne ferai pas remarquer non plus que Mr. Stirling n'a pas déduit de ſes principes une règle analogue à ma ſeconde.

Mais ce qui mérite plus d'attention, c'eſt 1. que la règle que j'ai donnée pour diſcerner les *maximums* des *minimums* eſt nouvelle, & peut être regardée comme utile.

2. Que de la manière dont Mr. Stirling a conſidéré les choſes, on ne pourroit décider ſi une équation quelconque a toutes ſes racines réelles qu'après avoir réſolu une équation * du degré inférieur d'une unité à celui de la propoſée, au-lieu que j'ai tiré de mes principes une troiſième règle, que je ne vois pas qu'on pût pareillement tirer des ſiens, pour s'aſſurer de ce fait, ſans qu'il ſoit néceſſaire de réſoudre aucune équation; règle d'autant plus utile, qu'elle a été ſuppoſée depuis un ſiècle dans l'uſage qu'on a pu faire de la fameuſe règle de Deſcartes.

* Pag. 474 in 4.

3. Qu'en ſuivant la théorie de Mr. Stirling, il ne paroit pas qu'il fût poſſible de profiter, comme je l'ai fait, de l'analogie qui ſe trouve entre les différences de la propoſée & les coefficiens des termes de la transformée qui auroit pour racines celles de la propoſée augmentées d'une indéterminée quelconque.

Or c'eſt par cette analogie que je ſuis venu à bout de démontrer généralement la règle dont j'avois parlé à la fin de mon dernier Mémoire, & qui eſt purement algébrique, puiſqu'il n'eſt plus queſtion dans ſon énoncé, ni de courbes, ni de *maximums* ou de *minimums*, ni de différences.

4. Enfin, que par les principes de Mr. Stirling, & même par ceux que j'avois établis au commencement de cette ſeconde partie, je n'aurois pu déterminer qu'à une près les ſignes des racines réelles dans les équations qui ont des racines imaginaires, ſi je n'avois ajouté, pour déterminer tous ces ſignes, les dernières des obſervations d'où j'ai déduit ma quatrième règle.

APPLICATION DES REGLES PRECEDENTES aux Equations du troiſième degré.

Soit propoſée l'équation générale du 3 degré, dont le ſecond terme eſt évanouï, $x^3 * + px + q = 0$.

Pour avoir la dernière des deux équations en r qui conviennent à cette propoſée, il faut ſubſtituer zéro (valeur de x tirée de la ſeconde différence) à la place de x dans $18x^2 + 6p - r = 0$, ce qui donne $r - 6p = 0$, équation dont le ſecond terme aura toujours
* Pag 475. In 4. le ſigne — tant * que p ſera poſitive, & qui déſigne par conſéquent qu'il y aura en ce cas dans la propoſée deux racines imaginaires. En effet cela ne peut manquer d'arriver, puiſque la propoſée n'ayant point de ſecond terme, ſon prémier & ſon troiſième terme ont le même

me signe. (*Voyez mon Mémoire précédent page 219 de ce Volume, & celui-ci page 623, 624*).

Pour avoir l'autre équation en r, il faut substituer à la place de x sa valeur tirée de $3x^2+p=0$, que donne la prémière différence de la proposée, il faut, dis-je, substituer cette valeur dans $6x^4+6px^2+6qx-r=0$, & on viendra par-là à l'équation du second degré en r,

$$9rr+3\times 8ppr+4\times 4p^4=0.$$
$$+4\times 27pqq$$

Or 1. si p est positive, cette équation ne pourra avoir de terme négatif, & elle ne désignera par conséquent aucune racine imaginaire. En effet, la prémière équation en r a déja fait voir que dans ce cas il y avoit nécessairement deux racines imaginaires dans la proposée, & il ne peut y en avoir plus de deux dans le troisième degré.

Mais si p est négative, la partie $4\times 27pqq$ du dernier terme de la dernière équation en r deviendra négative, & le dernier terme sera lui-même négatif si $4\times 27pqq$ est plus grand que $4\times 4p^4$, ou, ce qui est la même chose, si $\frac{1}{4}qq$ est plus grand que $\frac{1}{27}p^3$. Enfin il ne pourra y avoir qu'en ce seul cas de terme négatif dans la seconde équation en r, ou cette seconde équation ne désignera qu'en ce seul cas des racines imaginaires dans la proposée.

Or comme on ne peut tirer que deux équations en r d'une proposée quelconque du 3 degré, il s'ensuit delà généralement que les équations du 3 degré, dont le second terme

eſt évanouï, ont des racines imaginaires en deux cas ſeulement : le prémier, quand le coefficient de leur troiſième terme eſt poſitif; le ſecond, quand ce coefficient étant négatif, le cube de ſa troiſième partie eſt plus petit que le quarré de la moitié du quatrième terme.

* Pag. 476. in 4

* Quant aux racines réelles, leur ſigne eſt toujours très aiſé à déterminer dans le 3 degré; car 1. ſi l'on a trouvé par les règles précédentes que la propoſée n'a point de racines imaginaires, ces ſignes ſe connoitront par le moyen de la règle de Deſcartes, en mettant au-lieu du terme manquant un zéro précédé indifféremment du ſigne + ou du ſigne —. 2. Si la propoſée doit avoir deux racines imaginaires, le ſigne de la ſeule racine réelle qu'elle peut avoir en ce cas ſera contraire à celui de ſon dernier terme. (*Voyez les obſervations qui précèdent ma quatrième règle*).

APPLICATION DE MES REGLES aux Equations du quatrième degré.

Soit maintenant propoſée l'équation générale du 4 degré $x^4 * + px^2 + qx + s = 0$, dont le ſecond terme eſt pareillement évanouï, cette équation doit fournir trois équations en r, l'une du prémier, l'autre du ſecond, & la dernière du troiſième degré; ſavoir,

La prémière ...... $r - p = 0.$

La ſeconde..... $81 rr + 9 \times 16 p^2 r$
$+ 8 \times 8 p^3 = 0.$
$+ 8 \times 27 p q^2$

La

La troisième enfin (si l'on réduit ses coefficiens en puissances des nombres prémiers qu'ils contiennent)

$$2^9 r^3 + 2^6 \times \left\{\begin{matrix} 2^3 3^1 ps \\ -2^3 p^3 \\ +3^3 q^2 \end{matrix}\right\} \times r^2 + 2^3 \times \left\{\begin{matrix} -2^6 sp^4 \\ +2^4 p^6 \\ -2^3 3^3 spq^2 \\ +3^5 q^4 \\ +2^1 3^2 7^1 p^3 q^2 \end{matrix}\right\} \times r^2 \left\{\begin{matrix} -2^{11} p^3 s^3 \\ -2^8 3^3 q^2 s^3 \\ +2^{10} p^5 s^2 \\ +2^7 3^3 p^2 q^2 s^2 \\ -2^7 p^7 s \\ -2^4 3^2 11^1 p^4 q^2 s \\ -2^4 3^5 pq^4 s \\ +2^5 p^6 q^2 \\ +2^2 3^4 p^3 q^4 \\ +3^6 q^6 \end{matrix}\right\} =$$

Or, selon que nous l'avons démontré, la condition qui rend réelles toutes les racines de la proposée, & sans laquelle * ces racines ne sauroient être tout à la fois réelles, c'est que tous les termes des trois équations en r que nous venons de rapporter soient positifs. On aura donc les conditions suivantes pour que toutes les racines de la proposée soient réelles. *Pag. 477. in 4.

1. Que p soit négative, ce qui se tire de la prémière équation en r.

2. Que $8p^3$ soit en même tems plus grand que $27q^2$. Cette condition se tire du dernier terme de la seconde équation en r, lequel, si l'on y suppose p négative, se change en $8 \times (8p^3 - 27q^2)$; & il faut remarquer que le second terme de la seconde équation en r ne fournit point de condition, parce qu'il a le signe $+$, & qu'il ne contient d'ailleurs que le quarré p^2; expression qui ne sauroit devenir négative dans aucune supposition.

3. Le second terme de la troisième équation en r, après y avoir supposé p négative,

ve, donnera pour condition que l'expreſſion $\frac{8p^3+27q^2}{24p}$ ſoit plus grande que s, ce qui ne pouroit manquer d'arriver ſi s étoit une quantité négative.

4. Suppoſant de même p négative dans le quatrième terme, il faudra que l'expreſſion $\frac{(8p^3-27q^2)\times(2p^3-9q^2)}{8\times(8p^4-27pq^2)}$ ſoit plus grande que s, ou bien que $\frac{1}{4}p^2-\frac{9q^2}{8p}>s$. Or ſi l'on ſuppoſe outre cela s poſitive, on pourra conclurre à plus forte raiſon que $\frac{1}{4}p^2$ ſera $>s$: mais ſi s eſt négative, ce qui changera la condition en celle-ci, $\frac{9q^2}{8p}-\frac{1}{4}p^2<s$, & ſi on ſuppoſoit de plus $s<\frac{1}{12}p^2$, on pourroit tirer delà de nouveau notre ſeconde condition $8p^3>27q^2$.

Il s'enſuit encore de cette condition que ſi $9q^2$ étoit plus grand que $2p^3$, ce qui pourroit ſe faire, pourvu que la quantité $27q^2$ fût entre les limites $6p^3$ & $8p^3$, s devroit * Pag. 478. in 4. * alors avoir néceſſairement le ſigne —, & que ſa quantité abſolue devroit être au-deſſus de $\frac{9q^2}{p}-2p^2$.

Enfin on remarquera que les deux dernières conditions peuvent ſe réduire à celles-ci $8p\times(3s-pp)>27q^2$ & $3p\times(2pp-8s)>27q^2$.

5. Si l'on ſuppoſe encore p négative dans le quatrième & dernier terme de la dernière

équa-

équation en r, ce dernier terme se divisera alors par $8p^3 - 27q^2$, & le quotient sera

$$s^3 - \tfrac{1}{2}p^2 s^2 + \tfrac{1}{16}p^4 s - \tfrac{1}{64}p^3 q^2$$
$$+ \tfrac{9}{16}pq^2 - \tfrac{27}{256}q^4$$

Ou bien, sous une autre forme,

$$\overline{-\tfrac{27}{256}\times[qq + \tfrac{2}{27}p(pp - 36s)]^2 - \tfrac{2}{27}(pp + 12s)^3}$$

quantité qui, si on la suppose $= 0$, marquera la condition propre à rendre égales deux des racines de la proposée, puisque la quantité dont elle est un des facteurs étant égalée à zéro, marqueroit les conditions où y ddy & dy deviendroient tout à la fois $= 0$, & que l'autre facteur $8p^3 - 27q^2$ égalé à zéro, marque de son côté celles où ddy & dy deviennent à la fois $= 0$.

Selon les principes qu'ont établis les PP. Prestet & Reyneau, le prémier à la fin de ses nouveaux élémens de Mathématiques, Livre IX, & le second dans son Analyse démontrée, Livre V, il faudroit, pour s'assurer de la même chose, supposer tout à la fois réelles & positives les trois racines de l'équation

$$f^6 + 2pf^4 + p^2f^2 - q^2 = 0$$
$$- 4sf^2$$

qu'il nomment, après Descartes, la réduite de la proposée, dont la racine ff marque le quarré de la somme de deux quelconques des racines de la proposée, & dont enfin la* transformée sans second terme, ou, pour me servir de l'expression du P. Prestet, la *préparée* est *Pag. 479. in 4.

$$y^3 * - \tfrac{1}{3}p^2 y - \tfrac{2}{27}p^3 = 0.$$
$$- 4sy + \tfrac{8}{3}ps$$
$$- q^2$$

Or

Or la réalité des racines de cette réduite ſuppoſeroit d'abord négatif le troiſième terme $-\frac{1}{3}p^2 - 4s$ de la préparée ; d'où il s'enſuivroit que ſi s étoit négative, cette quantité devroit être plus petite que $\frac{1}{12}p^2$.

2. La ſeconde condition de la réalité des racines de cette même transformée rendroit poſitive la même quantité que nous avons trouvée dans notre cinquième condition.

D'ailleurs le ſigne + que devroient avoir tout à la fois les trois racines de la réduite, donneroit alternativement les ſignes + & — aux coefficiens de la réduite ; d'où s'enſuivroit pour troiſième condition que p ſeroit négative, & pour quatrième que $\frac{1}{4}pp$ ſeroit plus grand que s. La troiſième condition eſt ici la même que notre prémière, & étant employée dans la ſeconde, elle rend celle-ci parfaitement ſemblable à notre cinquième. Pour la quatrième des conditions qu'on peut déduire des principes des PP. Preſtet & Reyneau, & qui eſt renfermée dans ma quatrième, elle eſt inutile ſi s eſt négative, de même que la ſeconde le devient lorſque s eſt au contraire poſitive : mais de ces deux conditions jointes enſemble, on peut conclurre que la quantité de s poſitive ou négative doit être entre ces deux limites $\frac{1}{4}p^2$ & $-\frac{1}{12}p^2$.

Il y a, comme on voit, cettte différence entre les conditions des PP. Preſtet & Reyneau & celles que mes méthodes m'ont fournies, que je trouve par mes obſervations la condition $8p^3 > 27q^2$, qui ne renferme que p & q, que ces deux Auteurs ne trouvent point, & qui augmente le nombre des miennes.

nes. Or bien-loin que ce ſoit-là un défaut, comme on le pourroit croire d'abord, c'eſt au contraire un avantage, parce que dans pluſieures exemples * où le P. Preſtet ne ſauroit découvrir les racines imaginaires ſans avoir recours à la dernière condition $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots$ &c. la plus difficile à calculer, je les découvre néanmoins ſans en venir à cette condition.

* Pag. 480. in 4.

Pour ſe convaincre de cette vérité, il ſuffira d'obſerver que dans l'un des deux cas où le P. Preſtet trouve toutes les racines réelles, ſavoir lorſque p étant négative, s eſt poſitive, ſa condition $s < \frac{1}{4}p^2$ eſt contenue dans ma quatrième, & qu'ainſi il faut que mes prémières conditions aient plus d'étendue, au moins dans ce cas, que les prémières du P. Preſtet.

En effet, ſoit propoſée $x^4 * - 4x^2 + 5x + 2 = 0$. Comme $8p^3$ eſt ici moins grand que $27q^2$, la prémière de ces quantités étant $= 512$, & la ſeconde $= 675$, je conclus de mes méthodes, & ſans avoir recours à la condition $s^3 - \frac{1}{2}ps^2$, &c. que la propoſée a des racines imaginaires. Or s étant poſitive, puiſqu'elle eſt égale à $+ 2$, & cette quantité étant d'ailleurs plus petite que $\frac{1}{4}pp$ ou 4, les méthodes du P. Preſtet ne feroient découvrir les imaginaires qu'en ayant recours à la condition $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots$ &c. très difficile à calculer.

Cette différence de mes règles à celles des PP. Preſtet & Reyneau m'avoit fait ſoupçonner d'abord qu'il pourroit être échapé quelque faute à ces Auteurs ; car indépendamment même de toutes les démonſtrations que j'ai

j'ai données ci-dessus, on ne sauroit penser que $8p^3 > 27q^2$ ne soit véritablement une condition de réalité pour toutes les racines de la proposée, puisque c'est une des deux conditions qui rendent réelles toutes les racines de sa prémière différentielle.

Pour éclaircir ce doute, j'ai examiné scrupuleusement toute la théorie des deux Auteurs dont je parle, & je n'y ai remarqué que deux choses supposées sans démonstration, que la règle de Descartes dont le P. Prestet en particulier fait usage, & un autre principe qu'ils emploient tous deux, savoir que toute racine imaginaire, de quelque espèce qu'elle soit, peut s'exprimer de cette sorte $x + i + l \sqrt{-1} = 0$, i & l* marquant des quantités réelles; mais en approfondissant ce principe, je l'ai trouvé vrai, & on se convaincra en effet facilement qu'il l'est par ces trois réfléxions.

* Pag. 481. in 4.

La prémière, que $\sqrt[4]{-a} = \pm \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{2}} \pm \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{2}} \times \sqrt{-1}$, ce qu'on trouve aisément, en supposant $\sqrt[4]{-a} = m + n\sqrt{-1}$, & déterminant ensuite les indéterminées m & n par la contradiction qu'il y auroit que des quantités réelles fussent égales à des imaginaires.

La seconde, que toute racine impaire de $\sqrt{-1}$, ou, ce qui est la même chose, toute racine impairement paire de -1, par exemple

ple $\sqrt[2n+1]{\sqrt{-1}}$, ou bien $\sqrt[4n+2]{-1}$, peut s'exprimer aussi de cette manière $\sqrt{\sqrt[2n+1]{-1}}$; & comme $\sqrt[2n+1]{-1}$ est égale à -1, il s'ensuit delà que $\sqrt[2n+1]{\sqrt{-1}}$ est égale à l'imaginaire simple $\sqrt{-1}$.

La troisième, que toute racine d'un mixte imaginaire peut, au moyen des suites infinies, se décomposer en une quantité de cette forme $f + g \sqrt[n]{\sqrt{-1}}$, f & g marquant des quantités réelles.

La démonstration qu'il seroit facile de tirer delà, du principe supposé par les PP. Prestet & Reyneau, prouveroit en même tems la vérité des règles du P. Prestet; car pour le P. Reyneau il s'est un peu écarté dans les siennes de ses propres principes. On peut donc assurer en général que lorsque toutes les racines d'une équation quelconque sont réelles, & les conditions du P. Prestet, & les miennes doivent toutes avoir lieu; mais que si quelques-unes des siennes ou des miennes manquent, l'équation a dès-lors des racines imaginaires; & il sera toujours à propos de s'assurer de mes * prémières conditions, aussi-bien que de celles du P. Prestet qui sont faciles à calculer, avant d'en venir à ma cinquième, qui m'est commune avec lui, & dont le calcul est plus difficile, observant néan-

* Pag. 482. in 4.

néanmoins que si on a déja fait usage de mes prémières conditions, la condition $\frac{1}{4} pp > s$ du P. Prestet devient alors inutile.

Si l'on trouve par-là que toutes les racines sont réelles, la règle de Descartes suffira, comme on l'a déja dit à la 4 remarque, pour découvrir combien il y en aura de positives & de négatives: mais si les quatre racines ne doivent point être tout à la fois réelles, ou bien on le connoîtra par les conditions tirées de la troisième équation en r, ou bien ce sera par les deux prémières conditions tirées des deux prémières équations en r; ce qui revient évidemment à cette autre alternative, ou bien la prémière différentielle de la proposée, qui est du 3 degré, aura toutes ses racines réelles, ou elle en aura deux imaginaires.

Dans le prémier cas il faudra examiner, au moyen de la règle de Descartes, si la dernière équation en r, qui doit avoir alors toutes ses racines réelles, aura deux racines négatives & une positive, ou bien deux racines positives & une négative; car le second terme devenant négatif sans le troisième, il seroit aisé de démontrer que le quatrième ne sauroit le devenir; & puisque l'un des termes a d'ailleurs par hypothèse le signe —, il s'ensuit delà qu'il ne peut manquer d'y avoir au moins dans l'équation, & une permanence de signes, & une variation de signes.

Si la dernière équation en r avoit deux racines négatives & une positive, on concluroit delà qu'il devroit se trouver dans la courbe dont nous avons déja parlé plusieurs fois, deux

deux *maximums* & un *minimum*, & par conséquent deux intersections avec la ligne des *x*; d'où il s'ensuivroit que la proposée devroit avoir deux racines réelles & deux racines imaginaires: & si la troisième équation en *r* avoit au contraire deux racines positives & une négative, cela prouveroit qu'il y auroit dans la courbe deux *minimums* & un *maximum*, & * que par conséquent la proposée auroit quatre racines imaginaires. * Pag. 483. in 4.

Dans le second des cas distingués ci-dessus, lequel ne suppose à la courbe qu'un *maximum*, ou un *minimum* seulement, la proposée aura ou deux racines imaginaires seulement, ou quatre racines imaginaires, selon que la courbe aura ou un *maximum*, ou un *minimum*. De plus *r* devra toujours être négative dans le *maximum*, & positive dans le *minimum*; & par conséquent si l'on parvenoit à démontrer qu'à des valeurs imaginaires de *x*, tirées de la prémière différentielle, il ne peut pas répondre des valeurs réelles de *r*, il seroit dès-lors prouvé que la considération du signe du dernier terme de la troisième équation en *r* suffiroit seule pour s'assurer du nombre des racines imaginaires de la proposée. Mais comment savoir qu'il ne puisse pas correspondre des valeurs de *r* réelles à des valeurs de *x* imaginaires, provenantes de la prémière différentielle de la proposée égalée à zéro? & par conséquent quel fonds y auroit-il à faire sur une pareille méthode?

Pour suppléer à cela, 1. j'observerai que la valeur de *x*, convenable à un *maximum*, devenant imaginaire, l'*y* correspondante doit le de-

devenir auſſi. En effet ſuppoſons le contraire, & ſoit k la quantité réelle que deviendra l'y correſpondante. Il s'enſuit donc delà réciproquement que y étant ſuppoſée égale à k, x devroit avoir pour valeur une des deux racines imaginaires que nous ſuppoſons à la prémière differentielle $x^3 * + \frac{1}{2} px + \frac{1}{4} q = 0$; mais les valeurs de x, dans la ſuppoſition que y ſoit égale à k, ſont données évidemment par l'équation $x^4 * + px^2 + qx + \begin{matrix} s \\ -k \end{matrix} = 0$. Donc les deux équations $x^4 * + px^2 + qx + \begin{matrix} s \\ -k \end{matrix} = 0$ & $x^3 * + \frac{1}{2} px + \frac{1}{4} q = 0$, doivent dans nos ſuppoſitions avoir une racine imaginaire commune, les lettres p, q, s, k, marquant dans ces équations des quantités réelles & données. Or la ſeconde de ces deux équations eſt évidemment la * differentielle de la prémière;
* Pag. 484. in 4. d'ailleurs lorſqu'une équation propoſée quelconque & ſa differentielle ont une racine commune, cette racine eſt alors racine double de la propoſée, & elle eſt donnée par les coefficiens de la propoſée, ſans aucune extraction de racine; de ſorte qu'elle ne peut être imaginaire ſi ces coefficiens ſont tous réels. Donc il n'eſt pas poſſible qu'à une valeur de x égale à une des racines imaginaires de la prémière differentielle de la propoſée il réponde dans la courbe parabolique convenable à la propoſée une y réelle.

2. Il s'enſuit donc delà que ſi on réduiſoit l'équation à la courbe parabolique $x^4 * + px^2 + qx + \begin{matrix} s \\ -y \end{matrix} = 0$, & la prémière differentielle

de

de la proposée, ou bien l'équation des *maximums* ou *minimums* de la courbe, savoir $x^3 * + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$, en une seule équation, où x ne se trouvât plus, & dont y fût l'inconnue, cette résultante en y ne pourroit avoir toutes ses racines réelles qu'autant que l'équation des *maximums* ou *minimums* $x^3 * + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$ auroit aussi les siennes toutes réelles, & par conséquent si l'on suppose à celle-ci deux racines imaginaires, il faudra que celle-là, c'est-à-dire la résultante en y, en ait de son côté deux imaginaires, ou n'en ait qu'une seule réelle, laquelle sera d'ailleurs, selon qu'on l'a démontré plus haut, d'un signe contraire à celui du dernier terme.

3. On conclura enfin delà qu'en supposant toujours deux racines imaginaires à la prémière différentielle de la proposée, si le dernier terme de la résultante en y est outre cela positif, la proposée aura en ce cas deux racines réelles & deux racines imaginaires, au-lieu que si ce dernier terme de la résultante en y étoit négatif, la proposée auroit alors quatre racines imaginaires.

Il ne nous reste donc plus, pour déterminer dans le cas que nous examinons maintenant les conditions des deux racines imaginaires & des quatre racines imaginaires, qu'à chercher le dernier terme de cette résultante en y, ou au moins le signe * de ce terme. Or pour le faire d'une manière abrégée, rappellons-nous ce que nous avons dit plus haut, que le polynome $s^3 + \frac{1}{2}p^2s^2 \ldots$ &c. de notre cinquième condition des racines réelles, si on le supposoit égal à zéro, seroit la condition qui don-

* Pag. 485. in 4.

neroit des racines égales à la proposée, c'est-à-dire, qu'il exprimeroit alors la résultante de la proposée $x^4 * + p x^2 + q x + s = 0$, & de sa première différentielle $x^3 * + \frac{1}{2} p x + \frac{1}{4} q = 0$. Mais cette dernière résultante ne doit différer de la résultante de $x^4 * + p x^2 + q x + s = 0$, & $x^3 * + \frac{1}{2} p x + \frac{1}{4} q = 0$, qu'en ce que
$-y$
$s - y$ dans celle-ci est représenté par l's de l'autre. Donc si l'on substitue $s - y$ à la place de s dans le polynome ci-dessus, il doit naître de cette substitution la résultante en y. Enfin il s'ensuit encore delà que le dernier terme que nous cherchons de cette résultante en y, n'est autre chose que le polynome ci-dessus, pris négativement.

Donc si ce polynome, après y avoir substitué les valeurs positives ou négatives de p, q, s, proposées, se trouve négatif (nous supposons toujours deux racines imaginaires à la première différentielle de la proposée), en ce cas la proposée aura deux racines réelles & deux racines imaginaires; mais si dans les mêmes suppositions ce polynome se trouve positif, la proposée aura alors quatre racines imaginaires; de sorte qu'on peut toujours dans le 4 degré déterminer le nombre des racines réelles de la proposée, lorsqu'elles ne le doivent pas être toutes, sans résoudre même une équation du 3 degré, & n'employant à cela, ou bien que la règle de Descartes, si p est négative & $8 p^3 > 27 q^2$, ou bien que la considération du seul polynome $s^3 - \frac{1}{2} p^2 s^2 \ldots$ &c. de la cinquième condition ci-dessus, s'il arrive, ou que p soit positive, ou que $8 p^3$ soit $< 27 q^2$.

La

La réduite de Descartes ne pouvant, dans les cas dont il est ici question, avoir trois racines réelles & positives, puisque par hypothèse les quatre de la proposée ne sont pas tout à la fois réelles, le P. Prestet prescrit d'examiner si cette * réduite auroit, ou deux racines imaginaires & une réelle positive, ou bien deux racines réelles négatives & une positive; car puisque son prémier terme f^{6} & son dernier $-q^2$ ont des signes différens, elle ne sauroit avoir une ou trois racines réelles négatives. Dans le prémier cas la proposée devroit avoir deux racines réelles & deux imaginaires, & dans le second les quatre racines de la proposée devroient être tout à la fois imaginaires.

* Pag. 486. in 4.

Qu'on se répresente donc la transformée sans second terme de la réduite, ou la *préparée*; savoir,

$$\begin{array}{l} y^3 * -\frac{1}{3}p^2 y - \frac{2}{27}p^3 = 0, \\ \qquad\; -4sy + \frac{8}{3}ps \\ \qquad\qquad\qquad - q^2 \end{array}$$

& il sera aisé d'en conclurre pour condition du prémier cas, ou bien que $-\frac{1}{3}p^2 - 4s$ soit une quantité positive (ce qui seroit d'abord impossible si s étoit positive), ou bien que le polynome dont nous avons parlé ci-dessus, & qui est un multiple de la différence du cube du tiers du prémier coefficient de cette transformée au quarré de la moitié de son second coefficient, soit une quantité négative; & pour conditions du second cas, 1. que $-\frac{1}{3}p^2 - 4s$ soit une quantité négative, 2. que le polynome ci-dessus soit positif, 3. ou bien que p

ſoit poſitive, ou bien que p étant négative, $p^2 - 4s$ le ſoit auſſi.

Je ne crois pas devoir m'arrêter autant que j'ai fait dans le cas des quatre racines réelles, ſur les différences qui ſe trouvent entre les méthodes que le P. Preſtet a données depuis longtems pour diſtinguer les cas de deux racines imaginaires & de quatre racines imaginaires, & celles que je viens de donner pour les mêmes effections; j'obſerverai ſeulement que ſi les réſultats du P. Preſtet & les miens ſont un peu différens les uns des autres, cette différence ne doit point prévenir ni contre les règles du P. Preſtet, ni contre les miennes. En effet, un préjugé pareil ne ſauroit être légitime qu'au cas que nos conditions fuſſent de véritables équations, au-lieu * qu'elles ne ſont (pour me ſervir de ces termes) que des *excès* ou des *défauts* dont la quantité n'eſt pas déterminée. On peut même dire qu'il étoit néceſſaire que nous euſſions le P. Preſtet & moi au moins deux conditions différentes, puiſqu'il ne fait uſage d'aucune qui ne contienne que p & q, au-lieu qu'en ſuivant ma théorie, j'emploie $8p^3 > 27q^2$, dont la vérité ne ſauroit être conteſtée, & qu'il faut qu'il ſupplée à cela en ajoutant aux conditions, p négative, &, $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots$ &c. poſitif, qui nous ſont communes, une autre condition différente de celle que j'y ajoute auſſi de mon côté. Auſſi eſt-il très vrai, je le répète, que les équations du 4 degré ne ſauroient avoir ou quatre racines réelles ou deux racines réelles & deux imaginaires, ou enfin quatre racines imaginaires, qu'autant que tou-

* Pag. 487. in 4.

toutes les conditions que donne le P. Prestet & que je donne moi-même pour ces trois cas, ont lieu (l'une de ces deux choses emportant nécessairement l'autre), & de plus, que lorsque l'une des conditions du P. Prestet ou l'une des miennes pour l'un de ces trois cas manque, ce cas en particulier ne sauroit avoir lieu.

Pour déterminer maintenant le signe des deux racines réelles, lorsque la proposée n'en peut avoir que deux de cette espèce, j'observerai d'abord que dans ce cas les deux réelles seront évidemment, ou de signe différent, ou de même signe, selon que le dernier terme de la proposée sera, ou négatif, ou positif; mais dans ce dernier cas comment connoître si les deux racines réelles doivent être toutes deux positives, ou toutes deux négatives? il faut pour cela avoir recours à ma dernière règle (*Voyez ci-dessus p.* 630.) qui nous apprendra que le signe de ces deux racines réelles doit être contraire à celui de la lettre q.

En effet il ne pourroit se présenter ici que deux cas tout au plus, savoir, que la prémière différentielle eût, ou bien trois racines réelles, ou bien deux racines imaginaires & une réelle. Le prémier de ces deux cas doit être exclus; car, p étant alors nécessairement négative, il devroit donc y *avoir dans la prémière différentielle & des permanences d'un même signe & des variations de signes, c'est-à-dire, que cette prémière différentielle devroit avoir des racines de l'un & de l'autre signe; mais si la courbe parabolique qui ne peut avoir que trois *maximums* ou *minimums*,

*Pag. 488. in 4.

a deux *maximums* & un *minimum*, le *minimum* doit s'y trouver placé entre les deux *maximums*. Donc dans le cas dont nous parlons, les distances de l'origine aux deux *maximums* proprement dits seroient de signe différent. Donc à plus forte raison les distances de l'origine aux intersections de la courbe & de la ligne des x ou les deux racines réelles de la proposée devroient être de signe différent. Donc il n'est pas possible dans ce cas que les deux racines réelles soient de même signe, & ainsi il ne faut pas y faire attention maintenant.

Dans le second cas, qui est, comme on voit, le seul qu'il faille considérer, & où la prémière différentielle est supposée avoir deux racines imaginaires, il est évident que la seule racine réelle qu'elle a, & qui désigne nécessairement un *maximum* proprement dit, doit être du signe contraire à celui de q. Donc à plus forte raison l'une des racines réelles de la proposée doit être du signe contraire à celui de q. Donc puisque les deux racines sont supposées de même signe, ou que s est supposée positive, ces deux racines doivent être l'une & l'autre du signe contraire à celui de q...... *C. Q. F. D.*

Cette proposition se démontreroit aussi fort facilement par les principes des PP. Prestet & Reyneau. En effet la proposée se formeroit alors de $x \pm i + k\sqrt{-1} = 0$, $x \pm i - k\sqrt{-1} = 0$, $x \mp i + l = 0$, $x \mp i - l = 0$, & l devroit être supposée plus petite que i. Or le

le coefficient $\mp 2i \times (ll + kk)$, qui, ſelon cette formation, repréſenteroit q, ſeroit, ou négatif, ou poſitif, ſelon qu'il y auroit eu, ou $-i$, ou $+i$, dans les deux équations ſimples réelles, c'eſt-à-dire, ſelon que les racines de ces * équations ſimples réelles ſeroient ou poſitives ou négatives. Donc...&c. *Pag. 489. in 4.

Je dois ajouter ici que les démonſtrations du P. Preſtet, même en y joignant celle de l'un des deux principes qu'il avoit ſuppoſés, ne paroiſſent quelquefois un peu plus ſimples que les miennes, qu'à cauſe qu'elles ſont déduites des propriétés des équations du 4 degré, au-lieu que les miennes ne ſont autre choſe qu'un cas particulier d'une théorie générale, lequel ſe trouve par des circonſtances qui lui ſont propres, ſuſceptible de quelque ſimplification.

Pour mieux faire ſentir cette vérité, je donnerai en finiſſant ce Mémoire, une méthode pour déterminer le nombre des racines, tirée, comme la précédente, de la conſidération des courbes paraboliques, mais particulière au 4 degré, qui par cette raiſon ſera plus ſimple que celle que je viens d'expliquer, & qui me conduira à des réſultats conformes aux règles du P. Preſtet.

Soit décrite (*Fig.* 9 & 10) la courbe qui eſt le lieu de cette équation $y = x^4 + px^2 + qx + s$. Il eſt facile d'appercevoir en prémier lieu que la diſtance de l'origine au ſommet de la directrice des y doit être égale à s. En ſecond lieu, que ſi l'on changeoit la direction des x, & qu'on les prît parallèles à la tangente de ce ſommet, chaque x ſeroit alors

 di-

divisée en des portions égales à droite & à gauche par la directrice des y; d'où il s'ensuit que la directrice des y divise la courbe en deux portions situées, l'une à sa droite, l'autre à sa gauche, parfaitement semblables l'une à l'autre. En troisième lieu, qu'il ne peut y avoir que deux inflexions dans la courbe, & qu'il y en aura deux, ou qu'il n'y en aura point du tout, selon que p sera positive ou négative. En effet, si l'on suppose $ddy = 0$, il viendra $xx = -\frac{1}{6}p$.

Donc puisque la courbe n'a d'ailleurs que deux branches infinies, dont la dernière direction est la même, & qui vont en même sens, elle ne pourra être que de l'une des deux formes qui sont représentées dans les Figures 9 & 10.

* Pag. 490. in 4. *PREMIER CAS, *où l'on suppose* p *négative, & où la courbe est semblable à celle de la Fig.* 9.

1. La distance de l'origine à la rencontre Y des tangentes des points d'inflexion avec l'axe, sera évidemment égale à $s + \frac{1}{12}pp$, & par conséquent la distance du sommet à ce même point Y sera égale à $\frac{1}{12}pp$: de même la distance de l'origine à la rencontre T de l'axe & de la double tangente GTF des deux extrémités G & F de la courbe, sera égale à $s - \frac{1}{4}pp$ (cette double tangente GTF étant nécessairement parallèle à celle du point S).

2. Toute droite qui croisera l'axe au dessous de Y en V, ne pourra rencontrer la courbe qu'en deux points, situés l'un à droite & l'autre à gauche du point V, & ainsi on ne pourra imaginer aucune tangente de la courbe qui passe par le point V.

Mais

Mais les droites qui croiſeront l'axe entre *S* & *T* en *O* pourront rencontrer la courbe en deux ou en quatre points, ſelon qu'elles ſeront, ou extérieures aux deux tangentes qu'on peut mener du point *O* & d'un même côté à la courbe, ou compriſes entre ces deux tangentes, & dans ce dernier cas il y aura trois interſections d'un côté de l'axe & une de l'autre côté.

Pour les droites qui croiſeroient l'axe entre *S* & *T* en *o*, elles rencontreroient la courbe en deux ou en quatre points ſitués moitié d'un côté de la courbe, moitié de l'autre, ſelon qu'elles ſeroient ou tout à la fois inférieures aux deux tangentes menées du point *o* à la courbe, ou ſupérieures à l'une de ces tangentes.

Enfin les droites qui couperont l'axe au-deſſus de *T* en *ω*, ou bien rencontreront la courbe en deux points ſitués d'un même côté de l'axe, ou bien ne la rencontreront point du tout, ſelon qu'elles ſeront inférieures à l'une des tangentes menées du point *ω*, ou qu'elles ſeront tout à la fois ſupérieures à ces deux tangentes.

Suppoſant ces propriétés, dont on pourroit donner facilement la démonſtration, en employant les principes que j'ai * établis dans les *uſages de l'Analyſe de Deſcartes*, imaginons deux triangles, dont les trois côtés ſoient ſuppoſés pour le prémier dans la direction des *y*, dans la direction des *x* & dans celle de la tangente au ſommet, que j'appellerai la *direction des abſciſſes principales*, & pour le ſecond dans la direction de la ligne des *y*, dans

* Pag. 491. in 4.

la direction d'une quelconque des tangentes qui passe par l'origine & dans la direction des mêmes abscisses principales. Soient de plus les trois côtés de ces deux triangles nommés respectivement n, m, 1, & ν, μ, 1, & en appliquant encore ici les principes du Livre dont je viens de parler, 1. on verra facilement que $\frac{nn}{mm}$ doit être égal à qq. 2. Par la résolution d'une équation du 2[d] degré seulement, qui, si on y changeoit $\frac{\nu}{\mu}$ en q, ne seroit autre chose que le polynome $s^3 - \frac{1}{2}ps^2$ .....&c. égalé à zéro & ordonné par rapport à q^2, on trouveroit que $\frac{\nu\nu}{\mu\mu}$ doit être égal à $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s) \pm (pp+12s). \sqrt{(pp+12s)}]$.

Or il s'ensuit de tout cela 1. que si s est négative, & plus grande que $\frac{1}{12}pp$, c'est-à-dire, si l'origine de la courbe est située en V au-dessous de la rencontre Y de l'axe & des deux tangentes des points d'inflexion, la proposée aura alors nécessairement deux racines réelles & deux imaginaires.

2. Si s est négative, mais plus petite que $\frac{1}{12}pp$, c'est-à-dire, si l'origine de la courbe est située en O entre la rencontre Y de l'axe & des deux tangentes aux points d'inflexion, & le sommet T, & s'il arrive de plus que qq soit ou plus grande que $\frac{2}{27} \times [-p.(pp+36s) + (pp+12s). \sqrt{(pp+12s)}]$, ou plus petite que $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)-(pp+12s). \sqrt{(pp+12s)}]$, expressions qui seront néces-

ceſſairement toutes deux réelles & poſitives, alors la propoſée aura deux racines réelles & deux imaginaires; mais ſi la valeur de qq ſe trouve être plus petite que $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)+pp+12s).\sqrt{(pp+12s)}]$, & * plus grande que $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)-(pp+12s)\sqrt{(pp+12s)}]$, la propoſée ne pourra manquer alors d'avoir quatre racines réelles. * Pag. 492. in 4.

3. Si s eſt poſitive & plus petite que $\frac{1}{4}pp$, c'eſt-à-dire, ſi l'origine de la courbe eſt ſituée en o entre le ſommet S & la rencontre T de l'axe & de la double tangente GTF aux deux extrémités G & F de la courbe, en ce cas, ſelon que qq ſera ou plus petite ou plus grande que $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)+(pp+12s).\sqrt{(pp+12s)}]$, qui eſt la ſeule valeur de $\frac{rr}{\mu\mu}$ qui ſe trouve alors poſitive, la propoſée aura dans ces deux hypothèſes, ou quatre racines réelles, ou bien deux racines réelles & deux imaginaires.

4. Enfin ſi s eſt poſitive & plus grande que $\frac{1}{4}pp$, c'eſt-à-dire, ſi l'origine eſt ſituée en ω au-deſſus de T, la propoſée aura, ou bien deux racines réelles & deux imaginaires, ou bien quatre racines imaginaires, ſelon que qq ſera ou plus grande ou plus petite que la même quantité que nous venons de rapporter, ſavoir $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)+(pp+12s).\sqrt{(pp+12s)}]$, qui eſt encore en ce cas la ſeule valeur de $\frac{rr}{\mu\mu}$ qui ſe trouve être poſitive.

SECOND CAS, *où l'on ſuppoſe* p *poſitive, & où par conſéquent la courbe eſt ſans inflexions, & ſemblable à celle de la Figure* 10.

En ce cas où il y a néceſſairement dans la propoſée au moins deux racines imaginaires, 1. ſi s eſt négative, la propoſée aura deux racines réelles & deux imaginaires.

2. Mais ſi s eſt poſitive, la propoſée aura ou bien deux racines réelles & deux imaginaires, ou bien quatre racines imaginaires, ſelon que qq ſera, ou plus grande, ou plus petite que $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)+(pp+12s).\sqrt{(pp+12s)}]$, qui eſt encore en ce cas la ſeule valeur de $\frac{rr}{\mu\mu}$ qui ſe trouve poſitive.

* Pag 493 in 4.

Il eſt évident par le détail où nous venons d'entrer, que * les conditions que nous donne cette méthode, ne different de celles du Père Preſtet qu'en ce qu'au-lieu de ſuppoſer le polynome $s^3-\frac{1}{2}ps^2$ . . . &c. poſitif ou négatif, nous avons ſuppoſé ici le quarré qq tantôt plus petit, tantôt plus grand que l'expreſſion $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)$ . . . &c.]. Or puiſque qq moins cette expreſſion eſt la racine de $s^3-\frac{1}{2}ps^2$ . . . &c. égalé à zéro, & ordonné par rapport à q^2, il s'enſuit delà que ces deux ſuppoſitions doivent être équivalentes. Il n'eſt que le ſeul cas de p & s négatives & $s < \frac{1}{12}pp$ qui pût faire quelque difficulté, parce qu'on a vu qu'alors qq devoit avoir une valeur moyenne entre les deux expreſſions irrationnelles: mais auſſi en ce cas $s^3-\frac{1}{2}ps^2$ . . &c. donne également $[\pm qq \pm \frac{2}{27}p.(pp-36s)]^2 < \frac{4}{729}(pp+12s)^3$. Or le prémier cas emporte $qq < \frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)+(pp+12s)^{\frac{3}{2}}]$, & le ſecond $qq > \frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)-(pp+12s)^{\frac{3}{2}}]$.

Il

Il eſt facile au reſte d'appercevoir que la conſidération des courbes des Figures 9 & 10, pourroit encore nous fournir des moyens de diſtinguer parmi les racines réelles combien il y en a de poſitives & de négatives; mais nous ne trouverions rien de plus ſimple là-deſſus que ce que nous avons déja établi, ſavoir, que ſi les racines étoient toutes réelles, la règle de Deſcartes feroit connoitre le nombre des poſitives ou des négatives, que s'il n'y en avoit que deux de réelles, elles ſeroient ou de ſignes différens ou de même ſigne, ſelon que *s* ſeroit négative ou poſitive, & qu'enfin dans ce dernier cas le ſigne commun aux deux racines réelles ſeroit contraire à celui de *q*.

Je ne vois donc point qu'il puiſſe me reſter maintenant autre choſe, ſinon à faire voir, comme je l'ai annoncé plus haut, que ce ſeroit s'abuſer que de prétendre trouver dans Harriot des principes ſuffiſans pour déterminer le nombre des racines dans les équations de degrés ſupérieurs au troiſième; or après toutes les obſervations que ce Mémoire * contient, je penſe, malgré l'autorité de Wallis (*Voyez le 2 Vol. de ſes Oeuvres, page* 171), qu'il ſuffira pour cela de mettre ici ſous les yeux des Lecteurs les paroles mêmes d'Harriot. *Duæ æquationes*, dit-il au commencement de ſa cinquième ſection, *ſimiliter graduatæ & ſimiliter affectæ, quarum coefficiens vel coefficientia, ſi plura ſint, & homogeneum datum unius, coefficienti, vel coefficientibus, & homogeneo dato alterius, in ſimplici inæqualitatis, majoritatis ſcilicet & minoritatis, habitudine conformia ſunt, æquipollentes in ſequen-*

* Pag. 494. in 4.

Ff 7

quentibus appellandæ sunt, quod sic rursus interpretandum est, quasi æquali radicum numero pollentes .... & il ajoute ensuite ..... *in conformitate igitur æquationum communium & canonicarum coefficientia & homogenea data instituendâ, æquationum communium coefficientia & homogenea formali canonicarum partitioni similiter partienda sunt, & similes utrinque partes sumendæ, servatâ, in partium habitudine æstimandâ, homogeniæ lege.*

* Pag. 495. in 4.

* OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES A L'OBSERVATOIRE ROYAL PENDANT L'ANNÉE MDCCXLI.

Par Mr. MARALDI.

Observations sur la quantité de la Pluie.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
EN Janvier..	1	$1\frac{2}{6}$	En Juillet	2	9
Février ...	0	$8\frac{2}{6}$	Aout.....	0	$9\frac{1}{6}$
Mars	0	$3\frac{5}{6}$	Septembre.	2	$5\frac{5}{6}$
Avril	0	2	Octobre. .	0	7
Mai	1	$3\frac{1}{6}$	Novembre.	0	$8\frac{2}{6}$
Juin	1	4	Décembre.	0	8
	4	$10\frac{4}{6}$		7	$11\frac{2}{6}$

La quantité de la pluie tombée à l'Observa-

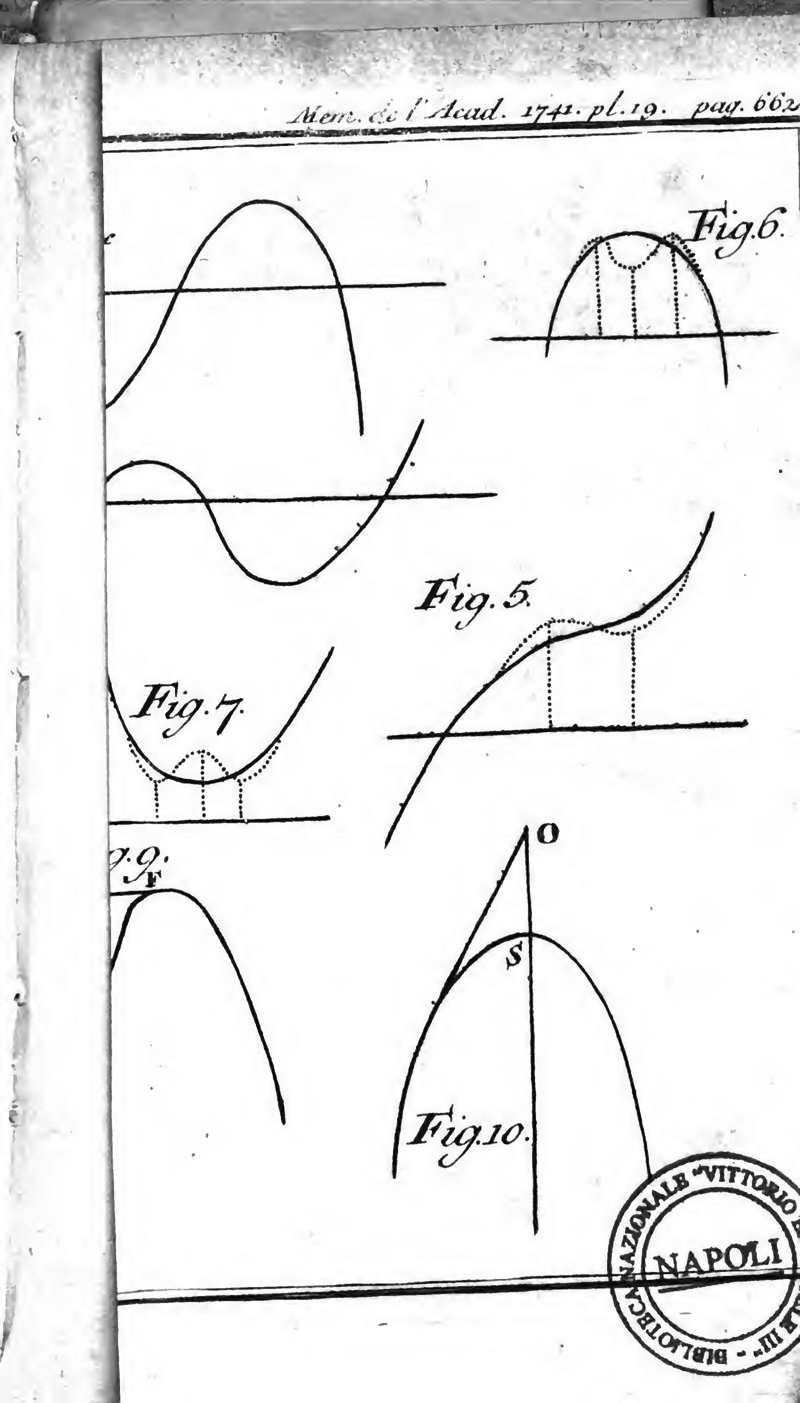
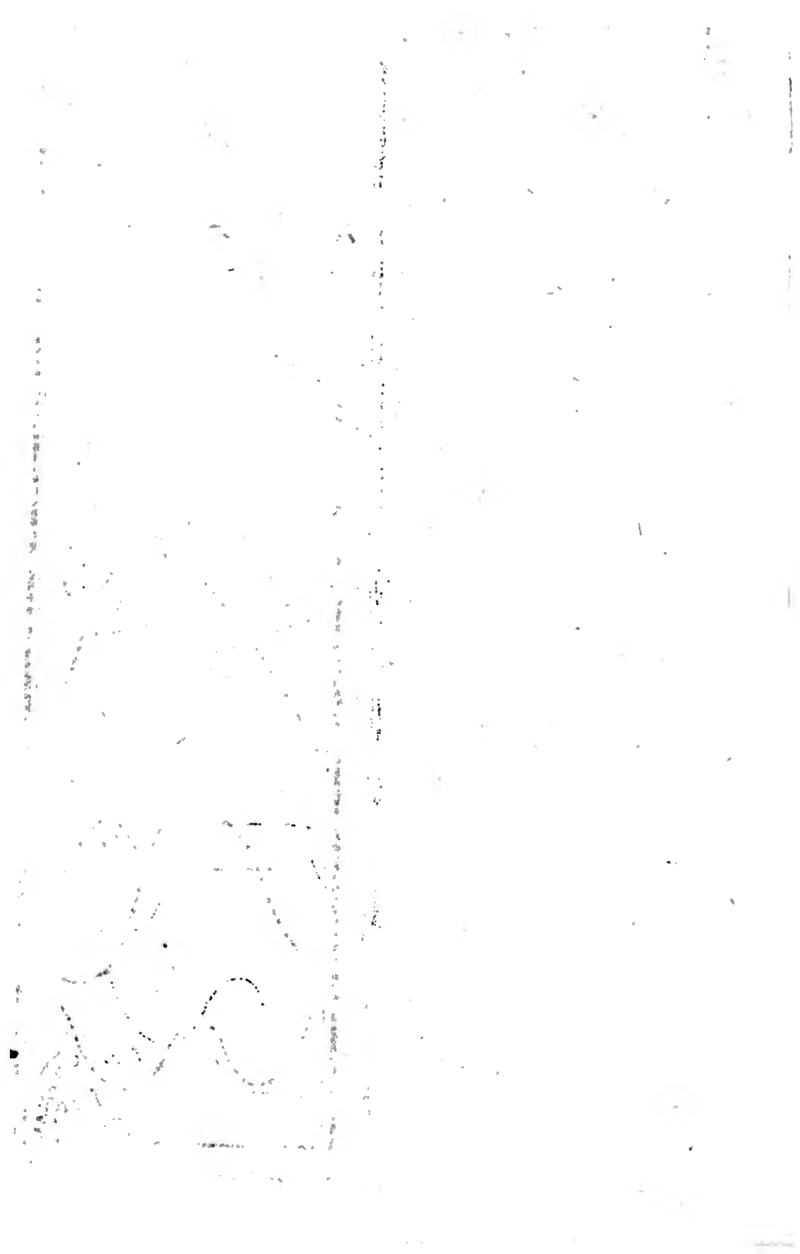


Fig. 6.
Fig. 5.
Fig. 7.
g. 9.
F
O
S
Fig. 10.



vatoire en 1741 a donc été de 12 pouc. 10 lign. ce qui marque une année ſeche. La pluie tombée dans les ſix prémiers mois n'a été que de 4 pouc. 10 lign. $\frac{2}{3}$, & celle des ſix derniers mois a été de 7 pouces 11 lignes $\frac{1}{3}$.

La pluie du mois d'Avril qui contribue beaucoup à l'abondance des foins, n'a été que de 2 lignes. En effet la recolte en a été très médiocre, mais elle a été un peu réparée par les regains qu'on a faits en autonne, & qui ſont venus après la pluie du mois de Septembre.

Sur le Thermomètre.

Le froid de l'hiver de 1741 n'a pas été grand. La liqueur de l'ancien Thermomètre eſt deſcendue le 26 de Janvier par un tems ſérein & calme à 18 parties; celle du Thermomètre de Mr. de Réaumur, qui eſt à côté de celui-ci, à 7^d, & celle de l'autre, qui eſt exposé au nord au dehors de la Tour, à 8^d.

* Le prémier avoit été à $23^d \frac{1}{2}$ le 25 de Janvier par un tems demi-couvert & un grand vent de nord-nord-eſt, & celui de Mr. de Réaumur, expoſé en dehors, à 5^d. Ces Thermomètres ont à peine marqué la congélation pendant les mois de Février, de Mars & d'Avril, de ſorte que les Arbres fruitiers & la Vigne étoient fort avancés à la fin d'Avril, & une petite gelée qui eſt venue la nuit du 30 d'Avril au 1 de Mai & la nuit ſuivante, les a beaucoup endommagés.

* Pag. 496. in 4.

Les mêmes Thermomètres ont marqué la plus grande chaleur de l'Eté le 7 & le 8 d'Aout,

car

car le prémier de ces Thermomètres qui le matin du 7 d'Aout vers le lever du Soleil, étoit à 61^{d} $\frac{1}{2}$, est monté après midi à 73$\frac{1}{3}$; celui de Mr. de Réaumur, exposé en dehors, à 24$\frac{1}{3}$, & le 8 d'Aout après-midi ils étoient, l'un à 75^{d} $\frac{1}{2}$, & l'autre à 27^{d}.

Sur le Baromètre.

Le Mercure du Baromètre s'est soutenu à une grande hauteur pendant toute l'année 1741; il a été à 28 pouc. 7 lign. le 18 Février, & à 28 pouc. 6 lign. $\frac{1}{2}$ le 23 Novembre, par un grand brouillard. Il a été plusieurs fois à 28 pouc. 6 lign. par différens tems; savoir, le 13 & le 14 de Février par un tems couvert & un petit vent de sud-est, le 19 du même mois par un grand brouillard, les 11, 12, 13 & 18 de Mars par un tems sérein & un vent de nord-nord-est, les 23, 24 & 25 d'Avril par un tems sérein & un vent de nord-ouest, les 22, 23 & 26 Novembre par un grand brouillard, enfin le 11 de Décembre par un grand brouillard. Sa moindre hauteur a été à 27 pouc. 5 lign. $\frac{3}{4}$ le 19 Septembre, & à 27 pouc. 6 lign. $\frac{1}{2}$ le 20 du même mois par un tems pluvieux.

Déclinaison de l'Aiguille aimantée.

J'ai observé plusieurs fois pendant l'année 1741 la déclinaison de l'Aiman avec une aiguille de 12 pouces, & je l'ai trouvée de 15^{d} 35 ou 40$'$ vers le nord-ouest.

MES-

*MESSIEURS DE LA SOCIETÉ *Pag. 497. in 4.
Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Status accordés par le Roi au mois de Février 1706.

MEMOIRE
SUR
UN FŒTUS MONSTRUEUX.

Par Mr. GOURRAIGNE.

LE Sieur Birouste Maître Chirurgien de Saint-Jean-de-Fos, fut appellé le 28 Février 1739 à Montpeyroux, Diocèse de Lodève, pour y accoucher la femme d'Etienne Jourdan; il ne l'eut pas plutôt délivrée d'un Fœtus avec son arrière-faix, que le pied d'un autre se présenta: cet Accoucheur essaia de le tirer; n'ayant pu y réussir, il l'arracha mort avec un crochet.

Le prémier Fœtus avoit la grandeur & la grosseur naturelles, la couleur du placenta étoit aussi naturelle, & il pesoit 39 onces. Il manquoit au second Fœtus presque la moitié du corps, son placenta étoit blanc, & ne pesoit

ſoit que 7 onces. La mère fut bientôt rétablie de ſes couches, & elle jouit d'une bonne ſanté.

* Pag. 498. in 4. *Le Sieur Birouſte porta ce ſecond fœtus à Mr. de Bernage alors Intendant de cette Province, & Préſident la même année de la Société, qui l'envoya à la Compagnie, & fut préſent à l'ouverture qui en fut faite à l'Aſſemblée du jeudi 9 Avril, afin qu'on examinât avec plus d'exactitude, tant les parties internes, que les externes de ce Monſtre. La Société me chargea d'en faire la diſſection.

Je rapporte dans ce Mémoire ce que je trouvai de particulier dans ce Monſtre, & que je fis voir à la Compagnie.

Ce Monſtre n'étoit guère différent que par le ſexe, de celui qui naquit à Bologne au mois d'Avril de l'année 1720, dont on trouve la deſcription & la figure parmi les Oeuvres de Valliſnieri (*Vol. II. Part. III. Chap.* 2.) Le nôtre étoit un fœtus mâle, dont il ne reſtoit qu'un peu plus de la moitié du corps, ſavoir, les deux extrémités inférieures & une partie du tronc, qui finiſſoit en cone fort émouſſé, à 2 pouces ou environ au-deſſus de l'ombilic. Entre cette extrémité & l'ombilic il y avoit une petite maſſe de chair de 27 lignes de contour à ſa baſe, ſur 3 lignes de hauteur, couverte de cheveux auſſi épais & auſſi longs, qu'ils le ſont à la tête d'un enfant qui vient de naître.

Ce qui reſtoit de ce fœtus avoit 8 pouces 7 lignes de longueur; depuis l'extrémité du cone juſqu'à l'ombilic, 23 lignes; de l'ombilic à la partie inférieure du pubis, 2 pouces $\frac{1}{2}$,

&

& chaque extrémité inférieure avoit 4 pouces.

Le contour du corps au-dessus de l'ombilic étoit de 11 pouces, & au dessous de 14 ; celui de la cuisse étoit de 6, & celui de la jambe de 4.

Les pieds étoient de la grandeur ordinaire aux enfans qui viennent de naître ; le gauche étoit tourné en dedans, & le droit en dehors.

Le gros orteil & les deux suivans étoient séparés, les deux autres ne paroissoient point au pied droit, au pied gauche ils n'étoient marqués que par une espèce de rainure d'environ le tiers d'une ligne de profondeur.

Le cordon ombilical avoit la grosseur & la longueur * naturelles ; je trouvai à sa surface extérieure près de l'ombilic, un corps glanduleux de couleur grisâtre, & de la grosseur d'un gros pois.

* Pag. 499. in 4.

La verge & le scrotum étoient en place, ayant leur grandeur ordinaire; je n'y trouvai point de testicules.

L'anus étoit ouvert.

Après avoir considéré ce Monstre dans ses parties extérieures & en avoir pris toutes les dimensions, j'examinai avec la même attention les intérieures.

Après avoir ouvert suivant toute sa longueur ce qui restoit du bas-ventre, je n'y vis ni foie, ni rate, ni épiploon, ni estomac, ni mésentère, ni pancréas, ni aorte, ni veine-cave. Pour m'assurer s'il ne restoit pas quelque portion des intestins, j'introduisis une sonde dans l'anus, que je portai sans résistance tout le long de la partie antérieure du corps des

des vertèbres; la fonde s'étant arrêtée, je fis une incifion fur fon extrémité, que je continuai de haut en bas, & par-là je découvris tout le rectum & une petite partie du colon, qui tous enfemble avoient environ 8 pouces de longueur & 4 lignes de diamètre: les parois de ces inteftins étoient fort minces & fort unies intérieurement. Ce conduit étoit fermé à fa partie fupérieure, par l'adoffement & l'union des membranes dont il étoit compofé, & par l'autre extrémité il fe terminoit à l'anus. Ces inteftins étoient attachés fuivant toute leur longueur & par leur partie poftérieure, au corps des vertèbres, par le moyen d'un tiffu cellulaire; le refte étoit engagé dans une efpèce de membrane fort fpongieufe.

Aux deux côtés & vers la partie fupérieure de ces inteftins je trouvai un petit corps rouge de figure d'un haricot, de 5 lignes de longueur & d'une ligne ½ de largeur, fur ⅔ de ligne d'épaiffeur. Celui du côté gauche étoit placé environ 2 lignes ½ plus bas que celui du côté droit.

Ne doutant point que ces deux corps ne fuffent les reins, je difféquai un corps fpongieux qui étoit entre eux & la veffie, pour découvrir les uretères, que je trouvai un de chaque côté engagés dans ce corps fpongieux, qui partant de la partie * concave de ces reins, alloient chacun s'ouvrir à la même hauteur, dans la partie la plus large de la veffie. L'uretère droit avoit environ 15 lignes de longueur, & le gauche un peu moins de 13.

* Pag. 500. in 4.

Les petits reins, outre leur membrane propre, étoient encore couverts de la membrane adi-

adipeuſe, mais beaucoup moins graiſſeuſe que dans l'état naturel ; car je n'y trouvai que quelques petits pelotons de graiſſe, le reſte étant ſimplement membraneux. Je ne trouvai point de reins ſuccenturiaux, ni de teſticules, quelques recherches que j'aie faites dans les aines & par-tout ailleurs.

La veſſie étoit dans ſa ſituation naturelle, mais d'une figure extraordinaire ; ſes parois étoient fort épaiſſes, ſa ſurface intérieure fort ridée, & ſa cavité fort petite : vers ſon milieu & en montant elle ſe rétréciſſoit & finiſſoit dans l'ouraque, que nous fimes voir creux dans preſque toute ſa longueur, mais dont la cavité diminuoit peu à peu juſqu'à un pouce de l'ombilic, où il ne paroiſſoit être que ligamenteux.

Je découvris ſans diſſection quelques vaiſſeaux dans le bas-ventre. Pour m'aſſurer de leur origine & des endroits où ils alloient ſe diſtribuer, j'ouvris le cordon ombilical ſuivant toute ſa longueur, & j'y trouvai ſans autre préparation ſa veine & les deux artères ombilicales, dont la ſituation & la groſſeur étoient preſque naturelles.

La veine ombilicale ayant fait environ demi-pouce de chemin en jettant quelques rameaux dans le bas-ventre, ſe diviſoit en deux branches, dont l'une alloit du côté droit & l'autre du côte gauche, jettant auſſi de petits rameaux. Ces deux branches maitreſſes parvenues vers la partie inférieure & latérale du corps des dernières vertèbres des lombes, ſe diviſoient en pluſieurs autres branches plus petites, dont les unes alloient en haut, les

autres

autres vers le milieu du corps, & les autres du côté de la vessie: ces dernières après avoir jetté plusieurs rameaux dans le bassin, qui alloient se perdre dans la partie inférieure de la vessie & du rectum, se divisoient encore en plusieurs autres branches. Trois des plus petites

* Pag. 501. in 4.

* sortoient du bas-ventre à l'endroit par où passent le nerf, l'artère & la veine crurales: ces mêmes veines ne passoient pas le genou, & jettoient en descendant quelques rameaux qui alloient se perdre dans les chairs voisines. Les autres branches au nombre de deux, plus grosses que les précédentes, après avoir donné quelques petits rameaux, sortoient de chaque côté du bassin avec le nerf sciatique. Chacune de ces branches se partageoit en plusieurs autres, qui accompagnant les divisions des nerfs sciatiques, alloient dans toutes les chairs de la cuisse, & sur-tout à sa partie postérieure, dans toute la jambe, & se perdoient dans le pied.

Les artères ombilicales se divisoient à peu-près de même que les deux maitresses branches de la veine ombilicale par des ramifications qui suivoient aussi les mêmes routes, & dont les extrémités, ainsi que celles des veines, se perdoient dans les chairs & dans la peau.

Il ne restoit de l'épine que les quatre vertèbres inférieures des lombes, avec la moitié de la prémière & tout l'os sacrum. Ce reste de la prémière étoit solide; pour savoir s'il en étoit de même des autres, je la brisai, & par-là je découvris le canal spinal, qui étoit

en-

entierement fermé par la moitié de la prémière vertèbre.

La moelle qui étoit enfermée dans ce canal, avoit sa grosseur ordinaire envelopée dans ses membranes. Il partoit de cette moelle le même nombre de nerfs, & aussi gros que dans l'état naturel, qui alloient se distribuer aux parties qui étoient restées dans le bas-ventre, aux chairs & aux tégumens.

A la faveur d'un petit trou que je découvris dans la petite masse de chair couverte de cheveux, & située entre l'extrémité supérieure de ce monstre & son ombilic, j'introduisis un stylet sur lequel j'incisai, & je fis voir que ce conduit qui avoit environ 2 lignes de longueur, se terminoit dans un espace vuide presque rond, de 2 lignes de diamètre, formé par deux petits os fort spongieux & un peu convèxes, tapissé intérieurement d'une forte membrane. Ce conduit s'ouvroit en dehors, ainsi l'espace vuide où il se terminoit, n'avoit * aucune communication avec les autres parties du corps. * Pag. 502. in 4.

La peau de tout ce Monstre étoit fort épaisse & toute œdémateuse, les chairs des extrémités étoient blanchâtres & abreuvées d'une lymphe épaisse, & presque toutes confondues; je séparai seulement & avec peine la partie membraneuse du *fascia lata*, & les muscles jumeaux & le plantaire, dont je continuai le tendon jusqu'à son insertion à la partie postérieure du *calcaneaum*.

Je fis voir quelques pelotons de graisse fort jaune sur les muscles fessiers.

Il n'y avoit point de muscles à l'abdomen, tout

tout le bas-ventre n'étoit couvert que d'une peau fort épaiſſe & ſpongieuſe.

Les vertèbres & tous les os des cuiſſes, des jambes & des pieds, étoient beaucoup moins durs qu'ils ne le ſont dans un enfant qui vient de naître.

Je finis la deſcription de ce Monſtre, en faiſant obſerver que quoique la peau en parût fort ridée, ſur-tout aux extrémités, elle avoit été unie, de même qu'elle l'eſt dans l'état naturel, & que les rides qu'on y voyoit, venoient de l'eſprit de Vin dans lequel on tenoit ce Monſtre depuis un mois ou environ.

J'ai fait deſſiner ce Monſtre entier, & tel qu'il étoit quand on nous l'apporta. *Voyez la Planche prémière.*

La ſeconde Planche repréſente ce Monſtre avec les principales parties qu'on y a trouvées, pour éviter la confuſion on n'a deſſiné que celles qui étoient contre nature.

J'ai cru qu'il étoit inutile de faire deſſiner les diviſions & les rameaux de la veine & des artères ombilicales qui ſe diſtribuoient dans les extrémités, les ayant fait voir à la Compagnie.

EX-

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE PREMIERE.

CETTE Planche représente le Monstre entier, & tel qu'il étoit quand on nous le remit.

*PLANCHE II.

* Pag. 503. in 4.

A, l'ombilic.
B, le cordon ombilical.
C, la veine ombilicale.
D D, les artères ombilicales.
1, 1, rameaux de la veine ombilicale avant sa division.
E E, branches maitresses de la veine ombilicale.
x, branche droite coupée.
2, 2, prémières branches de la branche maitresse gauche de la veine ombilicale, qui vont en partie en haut, & qui avec les rameaux 1, 1, se distribuent aux parties supérieures du monstre; les autres, avec les rameaux supérieurs de la branche 3, aux parties moyennes.
4, 4, rameaux qui vont aux parties inférieures & latérales du bas-ventre.
5, autre branche de le veine ombilicale, dont les rameaux 6, 6, 6, sortent du bas-ventre avec le nerf, l'artère & la veine crurales,

rales, & vont se distribuer aux parties antérieure & intérieure de la cuisse.

7,7,7, rameaux de la même branche 5, qui vont au rectum & à la vessie.

8, 8, rameaux qui sortent du bassin avec le nerf sciatique, & vont se distribuer à la cuisse, à la jambe & au pied.

9, les artères ombilicales *D D*, dont les divisions sont à peu près semblables à celles des deux branches maitresses de la veine ombilicale.

x x, l'artère ombilicale gauche coupée.

F, la vessie.

G, l'ouraque.

HH, les reins.

II, les uretères.

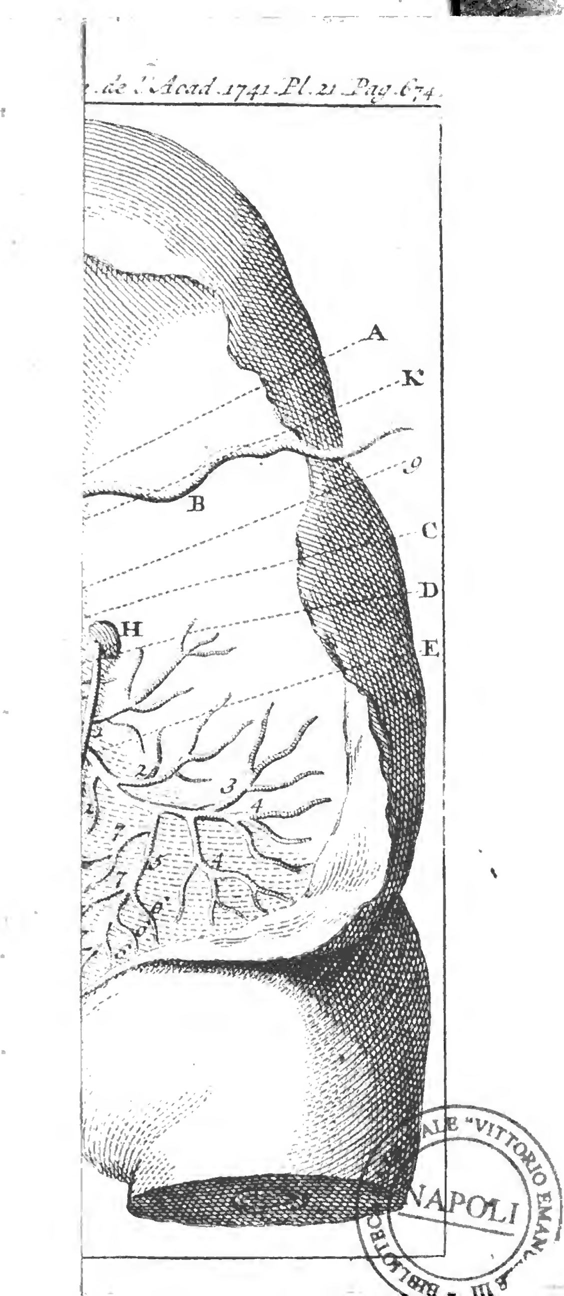
K K, le rectum avec une partie du colon.

L L, les vertèbres des lombes.

F I N.






A
K
B
9
C
D
E
H
2
2
3
4
1
7
5
4
7
6
6
6

